部定大學用書

交流電路

薩本棟 著

國立編譯館出版
正中書局印行

部定大學用書

交流電路

薩本棟著

國立編譯館出版

正中書局印行

序

本册之編輯，係以應大學電機工程系三年級學生之需要，取材同時並重電力與電訊工程之基本問題；因限於篇幅，凡屬於須兼習其他學科之題目，則均未論及，例如對稱坐標，濾波器，與長途電線等．誠以對稱坐標似應在學習感應電動機後，予以系統的討論，而濾波器及長途輸電線則分爲電訊與電力工程中之一專門科目，似均非初等課本如本册者所能顧及．

複數在交流電路中已得到廣泛應用，洵爲理論數學之一光采．多數電機工程師雖知如何運算複數，然複數與交流電路之正確聯繫恐尚非大衆所深悉．著者站在有向量立場自信觀點較爲明晰．本書固不用有向量以分析電路，惟陳述用複數以表顯交流電勢，電流及電功率(特別後者)之方法，與前人所採用者迥異，此爲讀者所須注意者也．

書中例題承沈維基先生代爲核對，插圖則承歐陽謐先生代繪，均誌此申謝．

本書內容曾在國立廈門大學試授兩年，惟編寫之時間則僅月餘，疏漏之處在所難免，讀者如不吝賜以高見，藉謀改進，則幸甚焉．

著者識

福建　長汀倉頡鞠

民國三十三年三月

目　次

第一章 複 數

1-1. 實數與虛數 吾人對於數之觀念，係依加減乘除四演算而逐步由正整數推廣於零，負整數，以及分數.此等數均可以實際的事物表示之，故名爲**有理實數**(rational real numbers).自簡單求根問題中，數學家復常遇如$\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$等演算，其答案不能以整數依加減乘除四法演算而得.此等實數則名爲**無理數**(irrational numbers).至若擴充開平方之演算於負數(例如$\sqrt{-1}$)，則所得答案又不屬有理或無理的實數範圍內，因任何實數之平方不能爲負也.代數學初期發展雖已有相當基礎，然數學家仍難於指出實際事物與此等結果有關，故名負數之平方根爲**虛數**(imaginary number)或純虛數.十九世紀末年，交流電工程日見重要，電機工程師竟發現其所遇之問題，如用此等幻想之數以作計算，則殊見便利；於是，虛數之名雖猶存，其實用之效能則與實數已可並駕齊驅矣.

虛數之平方既等於一負數，故可認虛數爲一實數(有理或無理)與$\sqrt{-1}$之相乘積，因實數之平方非零即正，而$\sqrt{-1}$之平方復爲-1，故如求$-P$ (P爲一正實數)之平方根而將其結果寫作$R\sqrt{-1}=\sqrt{-1}R=\sqrt{-P}$，吾人只須令實數$R=\sqrt{P}$即可.茲爲書寫印刷便利起見，依電工界慣例以$j$代$\sqrt{-1}$(註)，即$j^2=-1$.如是

註：在數學與物理學教本中，$\sqrt{-1}$之記號常用i字.

$$jR=Rj=+\sqrt{-P}.\tag{1}$$

讀者應注意 $$-jR=-Rj=-\sqrt{-P}\tag{2}$$

其自乘後之答案亦爲 $-P$,故任何負數之平方根,一如正數之平方根,亦有兩個符號相反之值.除有特別聲明外,吾人此後對於負數之平方根均只用其符號爲正之主值.

1-2. 複數 將一實數與一虛數相加或相減,所得者既不類純實數亦非純虛數,玆名之爲**複數**(complex number).依此定義,複數之組合有兩部分:實部(real part)與虛部(imaginary part).爲便於初學者之辨別起見,凡表複數之字母,其上多加一小點.例如:

$$\dot{A}=A'+jA''\tag{3}$$

表示一複數,其實部爲 A',虛部爲 A''.

1-3. 零與等值 當一複數之實部與其虛部均爲 0 時,此複數卽等於零.兩複數之實部與其虛部如分別相等,則稱此兩複數爲相等.由此兩定義,吾人卽知,組成一定複數之實部與其虛部僅各有一值,而一定實部與一定虛部組合而成之複數亦僅有一個.純實數可視作虛部爲 0 之複數,而純虛數則可視作實部爲 0 之複數.

1-4. 加與減 複數之基本演算係遵循代數法則,只須將其實部及虛部區別,並視 $j=\sqrt{-1}$ 僅爲一代數之記號卽可.是故兩複數之相加或相減,可將其實部及其虛部分別相加或相減.例如複數

$$\dot{A}=A'+jA'' \quad 及 \quad \dot{B}=B'+jB''.$$

則 $$\dot{A}+\dot{B}=(A'+jA'')+(B'+jB'')$$

$$=(A'+B')+j(A''+B'')\tag{4}$$

$$\dot{A}-\dot{B}=(A'+jA'')-(B'+jB'')$$
$$=(A'-B')+j(A''-B'') \tag{5}$$

1-5. 共軛複數　若兩複數之實部相等，虛部之數值亦相同惟符號相反，則名此二複數爲共軛複數(conjugate complex numbers). 例如$(-3+j5)$之共軛數爲$(-3-j5)$. 表示一複數 $\dot{A}$ 之共軛值時，常在此數之右上方作一小星(*)；換言之，$\dot{A}$ 之值若如(3)所示，

則
$$\dot{A}^*=A'-jA''. \tag{6}$$

顯然，共軛值之共軛值卽爲原數，或

$$(\dot{A}^*)^*=(A'-jA'')^*=(A'+jA'')=\dot{A}. \tag{7}$$

1-6. 乘法　仍遵循代數乘法原則，視 $j=\sqrt{-1}$ 爲一代數記號並注意

$$jj=j^2=-1, \qquad jjj=j^3=-j,$$
$$jjjj=j^4=-j^2=1, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots$$

等，則複數乘法不難演算. 例如任何實數 k 與 $\dot{A}=A'+jA''$ 相乘，結果爲

$$k\dot{A}=k(A'+jA'')=(kA')+j(kA''). \tag{8 a}$$

而純虛數 j 與 $\dot{A}$ 相乘之結果則爲

$$j\dot{A}=jA'+j^2A''=-A''+jA'. \tag{8 b}$$

同樣，兩複數 $\dot{A}$ 與 $\dot{B}$ 相乘之結果爲

$$\dot{A}\dot{B}=(A'+jA'')(B'+jB'')=A'B'+jA''B'+jA'B''-A''B''$$
$$=(A'B'-A''B'')+j(A''B'+A'B''). \tag{9}$$

例. $(8-j4)(-5+j12)=-15+j20+j36-j^2 48$

$$=-15+48+j(20+36)=33+j56.$$

1-7. 複數之絕對值 複數係由兩數合併而成;除 0 外,本身原無一單獨之大小足與其他複數互相比較. 唯在應用時,則常引用絕對值一詞以作比較兩複數大小之用. 一複數之絕對值乃一正實數,其平方等於實部之平方與虛部之平方之和. 茲以兩直行夾一複數以代表該複數之絕對值. 按上定義,

則 $$|\dot{A}|=|A'+jA''|=+\sqrt{A'^2+A''^2}. \tag{10}$$

因 $$\dot{A}^*=A'-jA'',$$

$$\dot{A}^*\dot{A}=(A'-jA'')(A'+jA'')=A'^2+A''^2.$$

故亦可寫 $$|\dot{A}|^2=\dot{A}^*\dot{A}=\dot{A}\dot{A}^*. \tag{11 a}$$

或 $$|\dot{A}|=\sqrt{\dot{A}^*\dot{A}}=\sqrt{\dot{A}\dot{A}^*}. \tag{11 b}$$

讀者應注意 $|\dot{A}|^2$ 與 $\dot{A}^2$ 普通均不同,前者為正實數,後者為一複數.

1-8. 除法 凡屬分母為 0 之除法,通常均無意義,不必討論. 將一複數 $\dot{A}=A'+jA''$ 除以另一複數 $\dot{B}=B'+jB''$ 時,吾人實欲求一複數 $\dot{z}=x+jy$,其與 $\dot{B}$ 相乘後之答數為 $\dot{A}$. 如是 $\dot{z}\dot{B}=\dot{A}$,

即 $$(x+jy)(B'+jB'')=A'+jA'',$$

或 $$xB'-yB''+j(yB'+xB'')=A'+jA''.$$

分別令實部與虛部各相等,乃有以下之聯立方程:

$$xB'-yB''=A',$$

$$xB''+yB'=A''.$$

聯解之，得

$$x=\frac{A'B'+A''B''}{B'^2+B''^2},\quad 及\quad y=\frac{B'A''-A'B''}{B'^2+B''^2}.$$

此即示

$$\dot{z}=\frac{\dot{A}}{\dot{B}}=\frac{(A'B'+A''B'')+j(B'A''-A'B'')}{\dot{B}^*\dot{B}}. \tag{12}$$

方程(12)之最後分母既可以 $\dot{B}$ 之絕對值之平方表之，計算 $\dot{A}$ 與 $\dot{B}$ 之商時，實無須經以上之冗長步驟，若逕將分子與分母各乘以分母之共軛值，亦未嘗不可，此手續常名爲有理化(rationalization). 如是，

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}}=\frac{(A'+jA'')(B'-jB'')}{\dot{B}^*\dot{B}}$$

$$=\frac{(A'B'+A''B'')+j(B'A''-A'B'')}{\dot{B}^*\dot{B}}.$$

結果仍與方程(12)無異.

例.
$$\frac{20-j25}{-3+j4}=\frac{(20-j25)(-3-j4)}{(-3+j4)(-3-j4)}$$

$$=\frac{-60-100+j(75-80)}{9+16}$$

$$=\frac{-160-j5}{25}=-6.4-j0.2.$$

綜合本節與(1-4)及(1-6)兩節結果，乃知依加減乘除四法而作之複數計算，其答數仍爲一複數，包括 0，純實數及純虛數在內.

1-9. 算子 Re 與 Im 在應用時，吾人常只欲保留一複數之實

部或其虛部而不計其他部,遇此之時,可採用 Re 與 Im 兩記號.若將 Re 寫於一複數之左卽表示只取此複數實部之意,卽

$$\operatorname{Re}\dot{A}=\operatorname{Re}(A'+jA'')=A'. \tag{13 a}$$

同樣,寫 Im 於一複數之左卽表示只取此複數之虛部,卽

$$\operatorname{Im}\dot{A}=\operatorname{Im}(A'+jA'')=A''. \tag{13 b}$$

讀者可注意因有方程(4)與(5)之關係,故

$$\operatorname{Re}\dot{A}\pm\operatorname{Re}\dot{B}=\operatorname{Re}(\dot{A}\pm\dot{B}), \tag{14 a}$$

$$\operatorname{Im}\dot{A}\pm\operatorname{Im}\dot{B}=\operatorname{Im}(\dot{A}\pm\dot{B}). \tag{14 b}$$

惟因乘法及除法係依方程(9)及(12)以演算,故

$$\operatorname{Re}(\dot{A}\dot{B})\neq(\operatorname{Re}\dot{A})(\operatorname{Re}\dot{B}),$$

及

$$\operatorname{Im}(\dot{A}\dot{B})\neq(\operatorname{Im}\dot{A})(\operatorname{Im}\dot{B}).$$

而正確的公式實爲

$$\operatorname{Re}(\dot{A}\dot{B})=\operatorname{Re}\dot{A}\operatorname{Re}\dot{B}-\operatorname{Im}\dot{A}\operatorname{Im}\dot{B}, \tag{15 a}$$

及

$$\operatorname{Im}(\dot{A}\dot{B})=\operatorname{Im}\dot{A}\operatorname{Re}\dot{B}+\operatorname{Im}\dot{B}\operatorname{Re}\dot{A}. \tag{15 b}$$

試以此兩結果與三角學中

$$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B, \tag{16 a}$$

及

$$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\sin B\cos A, \tag{16 b}$$

兩公式相較, 則 Re 算子之性質頗似 cos,而 Im 算子則頗似 sin.同樣,自方程(12)乃有:

$$\mathrm{Re}\left(\frac{\dot{A}}{\dot{B}}\right)=\frac{1}{|\dot{B}|^2}(\mathrm{Re}\dot{A}\,\mathrm{Re}\dot{B}+\mathrm{Im}\dot{A}\,\mathrm{Im}\dot{B}), \tag{17 a}$$

及

$$\mathrm{Im}\left(\frac{\dot{A}}{\dot{B}}\right)=\frac{1}{|\dot{B}|^2}(\mathrm{Im}\dot{A}\,\mathrm{Re}\dot{B}-\mathrm{Im}\dot{B}\,\mathrm{Re}\dot{A}). \tag{17 b}$$

若不計較括弧外之係數，則此兩公式與

$$\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B \tag{18 a}$$

及

$$\sin(A-B)=\sin A\cos B-\sin B\cos A \tag{18 b}$$

之形狀亦甚類似矣.

例. $\mathrm{Re}(3-j4)(-5+j12)=(3)(-5)-(-4)(12)$

$$=-15+48=33.$$

$$\mathrm{Im}\frac{20-j25}{-3+j4}=\frac{1}{3^2+4^2}\Big[(-25)(-3)-(4)(20)\Big]$$

$$=\frac{1}{25}(75-80)=-\frac{1}{5}=-0.2.$$

1-10. 直角坐標表顯法　凡實數均可在一直線上取適當之點以代表之. 此種表顯法實為一一相應(one-to-one correspondence)，因與線上某一點相對應之數只有一值，而與某一數相對應之點亦只有一個. 擴充此意，吾人可以一平面上某點表顯一複數，因若在此平面(簡稱之為複面，complex plane)上取兩正交直線以作坐標軸線，而以複數之虛部與實部分別代表該點之縱橫坐標，則平面上各點與各複數亦有一一相應之關係. 玆名橫坐標軸為實軸(axis of reals)，縱坐標軸為虛軸(axis of imaginaries). 兩軸相交之原點O顯然代表

0. 欲求代表 $\dot{A}=3-j4$ 之點，可於實軸上原點右（右表正號）3 單位處豎立一縱線，再於虛軸上原點下（下表負號）4 單位處畫一橫線. 此縱橫兩線相交之點，卽所求複數 $\dot{A}$ 之位置(圖 1-1). 本節之表顯法常名爲直角坐標表顯法，而複數之實虛兩部有時亦稱爲複數之直角坐標值.

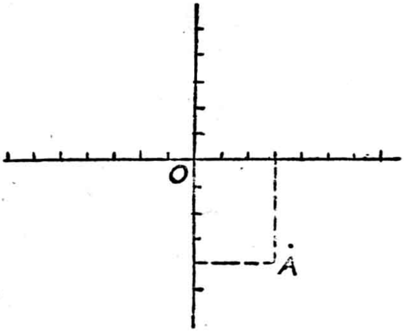

圖 1—1.

1-11. 平行四邊形規律　在複面上兩複數相加或相減之演算可以一平行四邊形律表示之. 例如求 $\dot{A}=3+j5$ 與 $\dot{B}=2-j3$ 之和時，可先按前節所述，求 $\dot{A}$ 與 $\dot{B}$ 之位置，如圖 1-2. 次將 $\dot{A}$ 與 $\dot{B}$ 兩點連於原點 O，再次乃以 OA 與 OB 兩直線爲一平行四邊形之兩鄰邊，再由 A 與 B 分別繪兩直線與 OB 及 OA 平行以交於 C 點，則 C 點之坐標顯然爲 $(3+2)$ 與 $(5-3)$. 亦卽 $\dot{A}$ 與 $\dot{B}$ 相加之結果. 同樣，自原點 O 畫一直線與 BA 對角線平行，且依 B 向 A 之方向沿此線截出與 BA 同長之線段 OD 以確定一點 D，則 D 之坐標卽表 $(\dot{A}-\dot{B})$ 之複數. 因兩複數相加或相減，其代數的演算或幾何的表顯法，均與力學中兩向

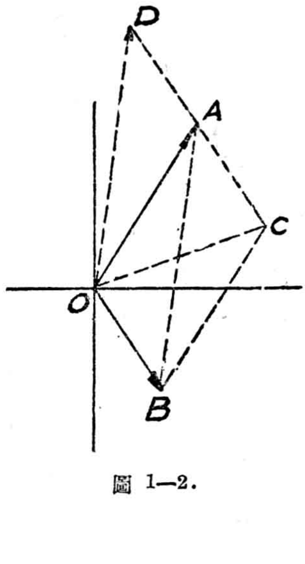

圖 1—2.

量 (vector) 之加減相同.故過去電工界多將向量與複數兩詞混而不別; 其實,有些向量絕非複數,而複數雖可用向量以表其加減時所遵循之法則, 惟其性質則大異於向量. 茲爲免除本科之發展因名詞欠當而受阻礙起見, 特別不用向量一詞以作複數之另名, 讀者於參考他書時幸予注意!

1-12. 複數乘以實數——伸縮律 將一複數 $\dot{A}=A'+jA''$ 乘以一常數 k,其結果爲 $k\dot{A}=kA'+j(kA'')$.故知在複面上,$k\dot{A}$ 點之位置與 $\dot{A}$ 點之位置同在於通過原點 O 之同一直線上,其距 O 之遠近則視 k 之值而定 (圖 1-3); k 大於 1, 則較遠(卽伸長); k 小於 1,則較近(卽縮短).因此,複數乘以一實數時,其所遵循之律例可稱爲伸縮律.

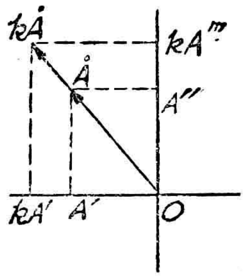

圖 1-3

1-13. 複數乘以虛數 j——旋轉律 茲將一複數 $\dot{A}=A'+jA''$ 乘以虛數 j,其答數爲 $j\dot{A}=-A''+jA'$ 已見方程(8 b).,由此結果言之,乘以 j 之後,所得實部將爲原有虛部之負值,而其虛部則等於原有之實部.今若欲在複面上求與 $j\dot{A}$ 相應之點,可將 OA 直線(圖 1-4),依正方向(卽反時針轉動之方向) 旋轉 90° 而得之. 推廣此法,若將 $j\dot{A}$ 再旋轉 90°,

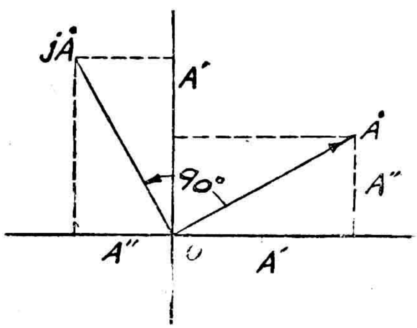

圖 1—4.

則所得者將爲$-\dot{A}$,此與乘以$j^2=-1$之意義亦極符合.同樣,乘一複數$\dot{A}$以$-j$,在複面上其效用卽等於將代表該複數之直線向負方旋90°,或向正方旋-90°.將一複數除以j,其結果與乘以$-j$相同.

1-14. 共軛數——反射律 欲求一複數$\dot{A}$之共軛數,按定義只須將虛部之符號更改;故在複面上兩共軛數之位置係在垂直於實軸之直線上.其一在實軸之上之距離等於其他在實軸之下之距離.簡言之,欲求一複數之共軛值,可視實軸爲一反射面,而依光學中之反射原則,求得反射點以確定之.

1-15. 複數之極型 平面解析幾何中,表示一點之位置除用直角坐標之外,常用極坐標(polar coördinates).同樣,複數在複面上之位置,亦可用極坐標以表示之.如是其幾何的意義更爲廣泛,而其代數的計算亦可簡化.令複面上任意點A表複數$\dot{A}=A'+jA''$(圖 1-5).茲以實軸爲極坐標之初線(initial line),而以OA長r及OA與初線間之角θ爲A點之極坐標(r,θ).如是向徑$r=OA$長卽等於複數$\dot{A}$之絕對值,角θ之正切卽等於虛部A''與實部A'之比,列爲方程則有

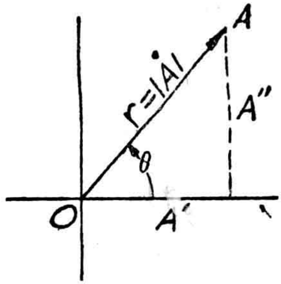

圖 1—5.

$$r=OA\text{長}=|\dot{A}|=\sqrt{A'^2+A''^2}, \tag{19}$$

及
$$\tan\theta=\frac{A''}{A'},\quad \sin\theta=\frac{A''}{|\dot{A}|},\quad \cos\theta=\frac{A'}{|\dot{A}|}. \tag{20}$$

依此規定,r之值永爲正,θ之主值則在0°與360°之間.此外讀者須

注意，由 $\tan\theta$ 之值，吾人不能確定 A 點之位置；因 θ 相差爲 $180°$ 之兩角，其正切不但數值相等，其符號亦同.故如已知某角之正切，此角之確定值果係大於或小於 $180°$，尙須藉其他條件判定之. 換言之，吾人可由一複數之實部與其虛部確定 θ，惟不得用二者之比值以確定之.

由複數之極坐標(r,θ)，將方程(19)與(20)改寫，卽得其實部與虛部:

$$A'=|\dot{A}|\cos\theta=r\cos\theta, \tag{21}$$

$$A''=|\dot{A}|\sin\theta=r\sin\theta. \tag{22}$$

是以一複數之形式亦可寫爲

$$\dot{A}=A'+jA''=|\dot{A}|(\cos\theta+j\sin\theta) \tag{23}$$
$$=r(\cos\theta+j\sin\theta).$$

爲簡便起見，電工界復多將方程(23)之最右邊簡寫爲

$$\dot{A}=|\dot{A}|\,\underline{/\theta}. \tag{24}$$

此式常名爲複數之極型(polar form).如遇所用之角可以負值表示之者，其極型亦常寫作

$$\dot{A}=|\dot{A}|\,\underline{/-\theta}=|\dot{A}|\,\overline{\backslash\theta}. \tag{25}$$

例. 將 $+3+j4$, $-4+j3$, $-4-j3$, $+3-j4$. 寫爲極型.

此四數之絕對值均爲

$$\sqrt{3^2+4^2}=5,$$

其角則分別爲:

$$\tan^{-1}\left(\frac{+4}{+3}\right)=53.1°;$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{+3}{-4}\right)=143.1°;$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{-3}{-4}\right)=216.9°;$$

及

$$\tan^{-1}\left(\frac{-4}{3}\right)=-53.1°.$$

故

$$+3+j4=5\underline{/53.1°};\qquad -4+j3=5\underline{/143.1°};$$

$$-4-j3=5\underline{/216.9°};\qquad 3-j4=5\underline{/-53.1°}.$$

1-16. 乘與除 改用極坐標，兩複數之相乘或相除，其結果較易圖解. 欲進行此等演算，先應注意以下兩恆等式:

$$(\cos\theta_1+j\sin\theta_1)(\cos\theta_2+j\sin\theta_2)$$

$$\equiv\cos(\theta_1+\theta_2)+j\sin(\theta_1+\theta_2),\qquad(26)$$

及

$$\frac{\cos\theta_1+j\sin\theta_1}{\cos\theta_2+j\sin\theta_2}\equiv\cos(\theta_1-\theta_2)+j\sin(\theta_1-\theta_2).\qquad(27)$$

欲證實此兩式可應用(16)與(18)各方程，及計算積或商之手續.

玆令兩複數 $\dot{N}_1$ 與 $\dot{N}_2$ 之極坐標分別爲(r_1,θ_1)與(r_2,θ_2)而寫之爲

$$\dot{N}_1=r_1(\cos\theta_1+j\sin\theta_1),\quad 及\quad \dot{N}_2=r_2(\cos\theta_2+j\sin\theta_2).$$

如是

$$\dot{N}=\dot{N}_1\dot{N}_2=r_1(\cos\theta_1+j\sin\theta_1)\ r_2(\cos\theta_2+j\sin\theta_2)$$

$$=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+j\sin(\theta_1+\theta_2)].\qquad(28)$$

而表示兩複數之積之極坐標(r,θ)爲

$$r=r_1r_2,\qquad \theta=\theta_1+\theta_2.\qquad(29)$$

易言之，兩複數乘積之絕對值等於兩複數絕對值之乘積，其向角則等於兩複數的向角之和．方程(28)亦可擴充用於二個以上之複數，其乘積之絕對值等於各複數絕對值之乘積，其向角則爲各複數向角之總和（代數和）．如用複數之極型表此關係，而令 $\dot{N}_1=r_1\underline{/\theta_1}$，$\dot{N}_2=r_2\underline{/\theta_2}$，……，$\dot{N}_m=r_m\underline{/\theta_m}$，則

$$\dot{N}=\dot{N}_1\dot{N}_2\cdots\cdots\dot{N}_m=r_1r_2\cdots\cdots r_m\underline{/\theta_1+\theta_2+\cdots\cdots+\theta_m}. \tag{30}$$

仿此，計兩複數之商，其計算應爲

$$\frac{\dot{N}_1}{\dot{N}_2}=\frac{r_1(\cos\theta_1+j\sin\theta_1)}{r_2(\cos\theta_2+j\sin\theta_2)}$$

$$=\frac{r_1}{r_2}\Big[\cos(\theta_1-\theta_2)+j\sin(\theta_1-\theta_2)\Big]. \tag{31}$$

或
$$\frac{\dot{N}_1}{\dot{N}_2}=\frac{r_1\underline{/\theta_1}}{r_2\underline{/\theta_2}}=\frac{r_1}{r_2}\underline{/(\theta_1-\theta_2)}. \tag{32}$$

此卽示兩複數之商之絕對值卽等於該兩複數之絕對值之商，其向角則等於被除複數（卽分子）之向角減去除複數（卽分母）之向角．

例．
$$(3-j4)(-5+j12)=(5\underline{/-53.1^\circ})(13\underline{/112.6^\circ})$$
$$=65\underline{/59.5^\circ}=33+j56;$$

$$\frac{20-j25}{-3+j4}=\frac{32.02\underline{/-51.3^\circ}}{5\underline{/126.9^\circ}}=\frac{32.02}{5}\underline{/-178.2^\circ}$$
$$=6.4\underline{/-178.2^\circ}=-6.4-j0.2.$$

1-17．旋轉算子與伸轉律　將一複數乘以一實數，其在複面上之點係沿向徑方向以伸縮．將一複數乘以虛數 j，其效果係將向徑在複面上旋轉 90° 角．今將一複數 $\dot{A}=r\underline{/\alpha}$ 乘以複數 $\underline{/\theta}=\cos\theta+j\sin\theta$，