

最新版

科目綱要有效整理 → 建立信心
最新命題趨向追蹤 → 了解趨向
各章題型精關解析 → 認清題型
模擬試題完整測驗 → 加強戰技



材料力學

◎高等考試◎特種考試◎檢定考試◎研究所考試
◎公費留學◎二專考試◎二技考試◎大學插班考

必備

王正綱 · 李緯綸 主編
柯漢光 · 徐裕傑 · 鄭智中 協編

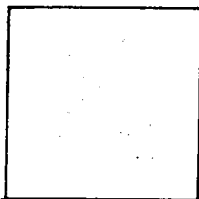
材料力學 突 破

王正綱・李緯綸 編著

圓山圖書有限公司經銷

材料力學 突 破

版權所有



翻印必究

定價：新台幣260元整

編著者：王 正 綱・李 緯 綸

總編輯：洪 仁 正

發行人：楊 俊 智

發行所：大同圖書有限公司

總經銷：圓山圖書有限公司

行政院新聞局局版台業字第1180號

地 址：台北市中山北路二段23-6號

電 話：(02)5982766・5982928

帳 號：0 1 0 6 6 3 0 — 9

印刷所：佳音印刷打字有限公司

中華民國七十五年三月初版

編輯部的話

※編輯突破叢書之目的

通過考試而榮登金榜乃是莘莘學子努力的目標。本部旨在為幫助所有欲想榮登金榜之讀者於考前以整體而連貫性的方式將各科目題型加以綜合複習，而且亦使讀者能洞悉最新的命題趨勢與解題關鍵處的有效突破而出版本系列突破叢書。只要讀者擁有它們便可應付各項考試之挑戰。

※研習突破叢書的秘訣

榮登高考、特考、留學考、檢定考、研究所、二制技術學院、大學轉學或插班以及校內考試等金榜＝熟記綱要×理清觀念×辨識題型×熟練演習×完整解題×分秒必爭。

※研習突破叢書的方式

- 科目綱要總整理（建立信心）
- ⇒科目題型總解析（認清題型）
- ⇒歷屆考題總追蹤（了解趨向）
- ⇒模擬試題總測驗（加強戰技）

※突破系列叢書簡介

- | | |
|----------|----------|
| ① 電路學突破 | ⑥ 靜力學突破 |
| ② 電子學突破 | ⑦ 動力學突破 |
| ③ 自動控制突破 | ⑧ 熱力學突破 |
| ④ 輸配電突破 | ⑨ 流體力學突破 |
| ⑤ 線性系統突破 | ⑩ 材料力學突破 |

2 材料力學突破

⑪ 工程數學突破

⑫ 微積分突破

※本書編輯參考書目簡介

① MECHANICS OF MATERIALS (Gere & Timoshenko)

歐亞・第一版、第二版

② STRENGTH OF MATERIALS (Beer & Tohnston)

東南・第一版

③ STRENGTH OF MATERIALS (Bela I Sandor)

淡江・第一版

④ MECHANICS OF ENGINEERING MATERIALS (Bowes,

Russell, Suter) 淡江・第一版

序 言

材料力學這門科目，凡是從事機械、土木、船舶、和航空等有關力學或結構研究之工程從事人員，莫不知其重要性。因此，“材料力學”這科目往往也就被列為各種升學、檢定考試之必考科目。有鑑於此，著者認為編一本能使得研習者在最短時間內，對於本科從基本概念到熟練的過程獲得最有效成果的書乃有其必要。

本書概分十章，每個章節分為兩大部分，第一部分綱要，為該章的重點契領，讀者宜加以瀏覽，再配合第二部分題型解析：(一)例題精選（熱身題），則可收良好效果；最後著者搜集了各校期中考或研究所入學考題編成題型解析(二)歷屆考題做為挑戰篇，以總成本章學習之效。書末並附有十回模擬考題及各校歷年的研究所入學考題，以收「知己知彼，百戰不殆」成果，因此，相信本書當能對讀者有所裨益。

本書的完成，參酌了多本大學教科書，並予以資料整理，尤其感謝技術學院機械系王文忠及服務於中科院王正堯等人提供了寶貴的資料和意見，在此表示由衷感謝之忱。最後，希望讀者不吝來函指教。

編 著 者 謹識于台北

材料力學

突 破

目 錄

編輯部的話

序 言

第一章 剪力與彎矩	1
一、綱 要	1
1-0 重要名詞觀念與定義	1
1-1 梁的型式（在此僅考慮對稱平面）	2
1-2 梁中應力、剪力與彎矩	3
1-3 剪力圖和彎矩圖	6
二、題型解析	7
(一)例題精選	7
(二)歷屆考題	12
第二章 應力與應變分析	21
一、綱 要	21
2-1 應力與應變	21
2-2 平面應力之分析	23
2-3 三軸應力	28
2-4 三軸應力中之應變	29
2-5 平面應變及其爾圓	33
二、題型解析	35
(一)例題精選	35

第三章 軸向荷重桿 47

一、綱 要 47

3-1 軸向荷重桿之撓度 47

3-2 桁架撓度之位移圖 48

3-3 靜不定結構 49

3-4 熱及預加應變效應 54

二、題型解析 56

(一) 例題精選 56

(二) 歷屆考題 65

第四章 梁中之應力 75

一、綱 要 75

4-1 梁中之正交應力 75

4-2 梁中之剪應力 78

4-3 圓形橫剖面梁上剪應力 80

4-4 組合梁 81

4-5 複合梁 82

二、題型解析 85

(一) 例題精選 85

(二) 歷屆考題 96

第五章 梁之撓度 113

一、綱 要 113

5-1 撓度曲線之微分方程式 113

5-2 力矩面積法 115

二、題型解析 117

(一) 例題精選 117

(一) 歷屆考題	126
第六章 扭 力	139
一、綱 要	139
6-1 圓桿之扭轉	139
6-2 空心圓管之扭轉	142
6-3 薄壁管	142
6-4 圓桿之非彈性扭轉	146
二、題型解析	148
(一) 例題精選	148
(二) 歷屆考題	161
第七章 合成應力	171
一、綱 要	171
7-1 合成應力	171
7-2 彎矩及軸向載重之結合	171
7-3 軸向應力與扭曲應力之合成	173
7-4 彎曲應力與扭轉應力之結合	174
7-5 剖面核心	176
二、題型解析	177
(一) 例題精選	177
(二) 歷屆考題	201
第八章 靜不定樑	217
一、綱 要	217
8-1 靜不定樑	217
8-2 彎矩面積法	218
8-3 重疊法	218

8 材料力學突破

8-4 三力矩原理	220
8-5 撓度曲線方程式	223
二、題型解析	224
(一)例題精選	224
(二)歷屆考題	248

第九章 不對稱撓曲及非彈性彎曲

267

一、綱 要	267
9-1 受斜負載的對稱樑	267
9-2 薄壁開口斷面樑的剪應力	269
9-3 薄壁開口斷面的剪力中心	270
9-4 塑性撓曲	271
9-5 彎矩一曲率之關係	273
9-6 塑性鉸	276
9-7 樑之塑性分析	277
二、題型解析	278
(一)例題精選	278
(二)歷屆考題	306

第十章 柱

317

一、綱 要	317
10-1 柱	317
10-2 柱中應力	317
10-3 柱的臨界載重	318
10-4 尤勒柱	318
10-5 尤勒公式之推廣	320
10-6 偏心載重的柱	320
二、題型解析	324

(一)例題精選	324
(二)歷屆考題	352
考題集錦	357
模擬測驗	377
附錄 A 梁之撓度及斜度	425
附錄 B 平面面積之性質	427

1

剪力與彎矩

一、綱 要

§ 1-0 重要名詞觀念與定義

以下幾個名詞是學習材料力學須具備的基本概念，讀者應該熟悉它們。

- (1)均質 (homogeneous) 材料：以巨觀言，材料各部的性質都相同；也就是說，各部性質與位置無關。
- (2)等向性 (isotropic) 材料：對材料任一點而言，其在各方向具有相同的彈性性質。
- (3)比例極限 (proportional limit)：係依照虎克定律變化的一個臨界點；也就是當應力—應變關係曲線即將脫離直線關係時，這點的應力即為比例極限，(圖 1-0 (A))。
- (4)彈性極限 (elastic limit)：若材料在負荷完全移去後，材料不留下永久變形，謂之材料在彈性極限內；彈性極限是應力除去後，應變是否完全消失的一個臨界點。
- (5)降伏應力 (yield stress)：在拉伸試驗中，當拉力沒有明顯的

2 材料力學突破

增加，而有一相當大之伸長量開始發生，這種現象稱為材料之降伏，圖 1-0 點 B 即為降伏應力。

- (6) 極限應力 (ultimate stress)：材料所能承受的最大應力，超過該值，材料將會造成頸縮而破裂。

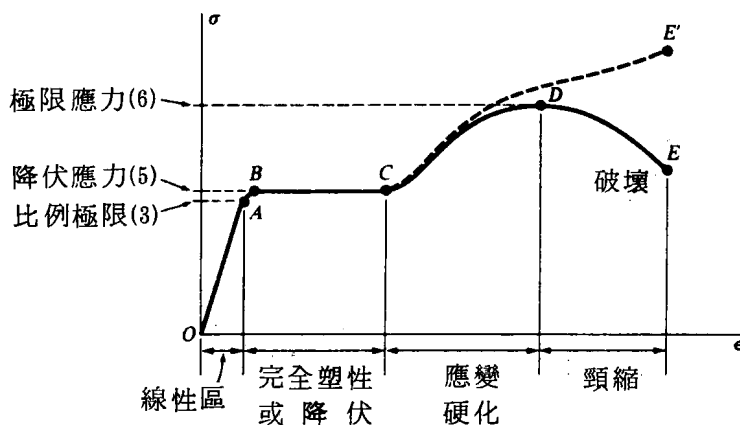


圖 1-0

§ 1-1 梁的型式 (在此僅考慮對稱平面)

靜定梁，依其結構及特性可作如下分類：

- (1) 簡支梁 (simple supported beam)：如圖 1-1a 一端為樞支承，另一端滾軸支承。主要特徵為在彎曲時兩端可以自由地旋轉，但橫方向不能移動。
- (2) 懸臂梁 (cantilever beam)：如圖 1-1 (b)，一端為固入，另一端為自由端稱之。懸臂梁在固定支承處，梁不能旋轉，也不能移動，而於自由端兩者均可發生。
- (3) 外伸梁 (overhanging beam)：如圖 1-1 (c)所示，此梁在 A 和 B 處為簡支，在 C 處為一自由端。

在圖 1-1 中所示之梁皆為靜定 (statically determinate)，因為它們的反力能由靜力平衡之方程式來決定 (i.e. number of unknown = equations)。

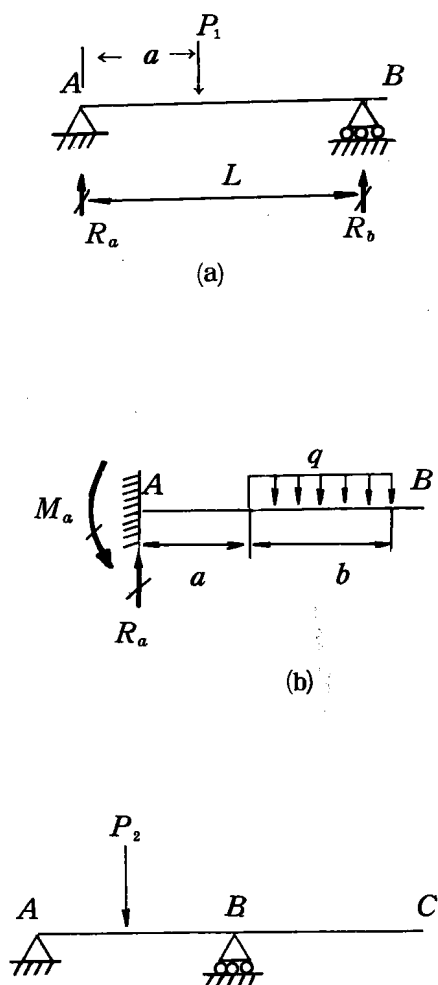


圖 1-1 梁之型式

§ 1-2 梁中應力、剪力與彎矩

在這一章中我們將利用自由體圖和靜力平衡方程式來分析梁中剖面的內力（軸向力·剪力及彎矩），如果結構整體若是平衡，那麼左

4 材料力學突破

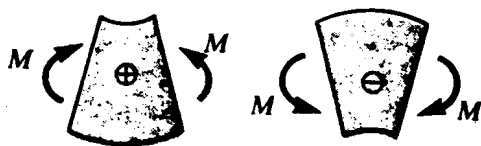
邊對於右邊之作用，必然等於右邊對於左邊的反作用，所以不論考慮斷面左邊或右邊自由體時，所得之內力必然方向相反，但它們是同值同號的。



圖 1-2 剪力 V 和彎矩 M 的符號規定



(a)



(b)

圖 1-3 由(a)剪力 (b)彎矩作用的
元素變形

(-) 符號規定

(1) 軸向力：拉力為正，壓力為負。

(2) 剪力 (V)：如圖 1-3 (a) 所示沿作用之表面，順時針為正，逆時針為負。

(3) 彎矩 (M)：如圖 1-3 (b) 所示，使梁向上凹之彎矩為正，反之

爲負。

※(二) 荷重・剪力和彎矩間之關係

考慮梁上相距 dx 之兩斷面間切割出之元素 (圖 2-4)，上面負

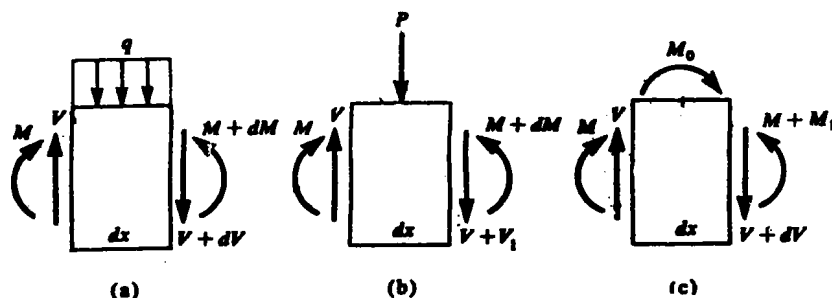


圖 1-4 用於導出載重，剪力及彎曲力矩間之關係時所使用之梁的元素。

荷可以爲分佈力，一集中力或一力偶。

現假設負荷係分佈力，且強度爲 q ，我們將導出強度 q ，剪力 V ，彎矩 M 三者之間的關係：

如圖 1-4 (a)，依據垂直方向力之平衡，可得

$$V - (V + dV) - q dx = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dx} = -q \quad (1-1)$$

再取剖面左邊 $\Sigma M = 0$ ，可得

$$M + q dx \left(\frac{dx}{2} \right) + (V + dV) dx - (M + dM) = 0$$

省略微分乘積項

$$\Rightarrow \frac{dM}{dx} = V \quad (1-2)$$

討論：(1)分佈力 q 負荷時，剪力沿著梁而改變，其相對於 x 之變率等於 $-q$ 。

(2)彎矩之變率等於剪力之代數值。

§ 1-3 剪力圖和彎矩圖

($\rightarrow$)欲求梁內某一剖面之剪力或彎矩值時，其分析方法

第一步驟：可用平衡方程式先定出端點的反力，即 $\Sigma M_a \text{ 或 } b = 0$ 或 Σ

$$F_x \text{ 或 } y = 0。$$

第二步驟：在欲分析之剖面切開，取左邊（或右邊）為自由體圖；利用靜力平衡方程式，即可求出待求之剪力及彎矩值。

將上面二步驟所求之剖面表任一位置 x ，則可點繪出剪力及彎矩圖形。（讀者請參閱($\rightarrow$)例題精選 1-1）

討論：(1)對應於剪力圖中之每一不連續處，在彎矩圖中之斜度 $\frac{dM}{dx}$ 亦有一對應之變化。

(2)對於一受集中負荷之梁，其最大彎矩將發生在集中負荷之一的作用點。

(3)剪力由正值變為負值，在對應之彎矩圖中之斜度亦由正值變為負值；所以在這剖面處必有一最大彎矩。相反地，在剪力中由負值變為正值表示有一最小彎矩。

($\rightarrow$)最後介紹一種方法稱為面積法，即是利用（1-1），（1-2）兩式積分之物理意義來繪製剪力及彎矩圖。

(1)任意兩點間 A 、 B 間之關係

$$V_b = V_a + \int_a^b q \, dx = \text{在 } A \text{ 點之剪力值} + A、B \text{ 兩點間荷重之面積值} \quad (1-3)$$

(2)任意兩點間 A 、 B 間之關係

$$M_b = M_a + \int_a^b V \, dx = \text{在 } A \text{ 點之彎矩值} + A、B \text{ 兩點間剪力圖之面積值。} \quad (1-4)$$