名誉主编 雷洁琼

三点一测丛书

（修订版）

重点难点提示 知识点精析 综合能力测试

与现行教材同步

高一数学

主编 岑志林

应试能力的导向
学生自学的点拨
名师心血的结晶
名校经验的浓缩

科学出版社 龍門書局

三点一测丛书（修订版）

高一数学

岑志林　主编

三点一测丛书(修订版)

高一数学

岑志林　主　编

责任编辑　李敬东　邱振国

科学出版社
龍門書局　出版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经销

*

1996年7月第一版　开本:787×1092　1/32
1997年7月修订版　印张:11 5/8
1997年9月第十次印刷　字数:254 000

印数: 280 001—310 000

ISBN 7-80111-199-0/G · 128

定价: 11.80元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《三点一测丛书》(修订版)

编 委 会

立足知识点　突出含金量

——《三点一测丛书》(修订版)序

《三点一测丛书》是一套涵盖中学主要课程的自读导向教程，去年一出版就畅销神州大地，好评如潮。全国各地读者纷纷来信赞扬这套丛书纵有深度，横有跨度，内容丰富，贴紧教材，讲法新颖，精要实用。中学生说："《三点一测丛书》就像我们前进道路上的一盏明灯，指引着我们前进。""捧着《三点一测丛书》，我感到它的'重量'了。对于我们中学生来讲，它真可谓'雪中送炭'，是我们迈向知识天堂的一架云梯。"一些教育行家对这套丛书给予高度评价："这套书的含金量很高。""在当前许许多多的辅导读物中此更具有实用性、工具性、权威性。"特别是，我们尊敬的雷老在接见这套丛书的编辑人员时高兴地勉励我们："你们为孩子们做了一件好事。"广大读者和雷老的赞扬给了我们极大的鼓舞。

有些朋友来信问：你们写《三点一测丛书》是怎么考虑的，为什么一出版就受到如此青睐？实际上，这套丛书的选题和编写经历了一个较长的调研和酝酿过程。我们与一些思维敏锐的教学研究者和出版家在实践中共同发现：近年来，在中学的辅导读物中都一窝蜂地抓"点"，例如"考点"、"热点"、"要点"、"基点"等等。其实，归根到底，最关键的就是"重点"、"难点"，最基本的就是"知识点"。我们抓住了"知识点"，进行精辟的分析，解决了其中的"重点"和"难点"，这样读者就可以学习到掌握知识

的手段。由此，举一反三，触类旁通，把握书海扬帆的正确航向。“三点一测”即重点、难点提示，知识点精析，综合能力测试。我们期望这套丛书能成为既实用、准确、翔实，又能指点迷津的辅导读物，让学习者、应试者一看，就心明眼亮，避开误区，不走弯路。为此，我们邀请了在教学第一线的知名特、高级教师编写了这套丛书，我们为学习者从大纲、考纲中找到了各科求知的达标点，从设计的测试题中找到了应试的参照系，**使学习者切实体味到怎样从“知识型”向“能力型”转变，从“苦读型”向“巧读型”转变，从而在学习和应试中切实有效地进行素质教育。**

根据广大读者的要求和建议，科学出版社、龙门书局已着手将这套丛书制作成光盘，不久将在全国发行。同时，我们在保留第一版的所有特色的基础上，对各册作了认真的修订，统一了体例，更新了习题，改正了差错。特别是，增加和更新了许多由第一线教师精心设计、反复验证过的珍贵资料，并引进了新近披露的重要导向性的信息。经过修订后的这套丛书，知识和技能的含量进一步增加，更适合读者学习需要。**此外，丛书修订版以新的封面问世，并加了激光防伪标志，希望能起到遏制盗版的作用。**

实践是检验真理的标准，读者是最好的评审员。我们深深地感谢全国上百万的莘莘学子与辛勤耕耘的导师们对《三点一测丛书》的厚爱。他们的意见和建议十分珍贵，他们的赞扬和鼓励使我们更加充满信心。我们更殷切地期盼着这套丛书的修订版问世后，能更多地听到反馈意见，以便不断修订，使之完善。最终，能在蓊郁的书林中呈现出一道绿影婆娑的怡人风景。

希　扬

1997 年春

前　　言

本书是根据现行的高中数学教学大纲对于基础知识、基本技能、基本方法，运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力，以及运用所学数学知识和方法分析问题和解决问题的能力的要求而编写的。编写的指导思想是在狠抓“三基”，发展智力，培养能力的前提下，紧紧抓住教材中的“知识点”，对其进行精辟的阐述，再通过精选的习题，认真剖析，重在应用，着力于突出重点，突破难点。

每章每节都是由“重点难点提示”、“知识点精析”、“知识点应用”和“综合能力测试题”四部分组成，所选的训练题，紧紧抓住知识点，特别是重点、难点，结合高考题型分选择题、填空题、解答题三种，每单元都选有一套典型的测试题，供检查测验用，以利于巩固、加深和活用，并实现逐步提高学生分析问题与解决问题能力的目标。参考答案放在各章之后，供读者参考。

参加高中数学编写工作的有詹运达（沈阳二中数学组长、高级教师、学科带头人）、曾放（沈阳二中高级教师）、蔡京南（沈阳二中高级教师）、陶华惠（沈阳二中高级教师）、岑志林（沈阳二中教学副校长、特级教师、中国数学奥林匹克高级教练员），全书由岑志林主编。本书是我们教学工作与指导高三复习工作的经验结晶，希望能为读者带来较大的收益。尽管我们进行了认真的编、校，但由于时间仓促，难免有不足和错误

之处，望广大读者批评、指正。

编　者

1997 年 4 月

目　　录

代数部分

第一章　幂函数,指数函数和对数函数 …………… (1)
1.1　集合 …………………………………………… (1)
1.2　映射与函数 …………………………………… (7)
1.3　幂函数 ……………………………………… (18)
1.4　指数函数和对数函数 ………………………… (29)
本章测试题 ……………………………………… (49)
第二章　三角函数 ……………………………… (58)
2.1　任意角的三角函数 …………………………… (58)
2.2　三角函数的图象和性质 ……………………… (73)
本章测试题 ……………………………………… (90)
第三章　两角和与两角差的三角函数 ………… (98)
3.1　三角函数式的化简 ………………………… (101)
3.2　三角函数求值问题 ………………………… (105)
3.3　三角恒等式的证明 ………………………… (117)
3.4　三角变换应用 ……………………………… (123)
本章测试题 ……………………………………… (132)
第四章　反三角函数和简单三角方程………… (144)
4.1　反三角函数 ………………………………… (144)
4.2　简单三角方程 ……………………………… (157)
本章测试题 ……………………………………… (170)

立体几何部分

第一章　直线和平面…………………………… (178)

1.1,1.2　平面,平面的基本性质 …………………… (178)
1.3　水平放置的平面图形的直观图的画法…………… (188)
1.4　两条直线的位置关系…………………………… (190)
1.5　平行直线 ……………………………………… (197)
1.6　两条异面直线所成的角 ……………………… (202)
1.7　直线和平面的位置关系 ……………………… (209)
1.8　直线和平面平行的判定与性质 ……………… (210)
1.9　直线和平面垂直的判定与性质 ……………… (217)
1.10　斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角 …… (226)
1.11 三垂线定理 ……………………………………… (237)
1.12 两个平面的位置关系 ………………………… (244)
1.13 两个平面平行的判定和性质 ………………… (245)
1.14 二面角 ………………………………………… (255)
1.15 两个平面垂直的判定和性质 ………………… (266)
本章测试题………………………………………… (274)
第二章　多面体和旋转体…………………………… (278)
2.1　棱柱……………………………………………… (278)
2.2　棱锥……………………………………………… (287)
2.3　棱台……………………………………………… (292)
2.4　圆柱、圆锥、圆台 ……………………………… (299)
2.5　球………………………………………………… (305)
2.6　球冠……………………………………………… (311)
2.7,2.8　体积的概念与公理,棱柱、圆柱的体积 ……… (314)
2.9　棱锥、圆锥的体积 …………………………… (319)
2.10　棱台、圆台的体积 …………………………… (324)
2.11,2.12　球的体积,球缺的体积…………………… (329)
本章测试题 ……………………………………… (334)
参考答案…………………………………………… (336)

代数部分

第一章　幂函数，指数函数和对数函数

本章主要内容有集合、子集、交集、并集、补集，映射与函数、函数的单调性、函数的奇偶性，反函数的概念和图象，幂函数、指数函数、对数函数，简单的指数方程和对数方程等，共13个知识点.

1.1　集合

一、重点难点提示

本单元着重介绍集合、子集、交集、并集、补集的概念. 要了解空集和全集的意义，了解属于、包含、相等关系的意义，能掌握有关的术语和符号，能正确地表示一些较简单的集合.

本单元的难点是集合的各个基本概念的涵义，以及相互间的区别和联系.

二、知识点精析

1. 构成集合的元素必须满足确定性、互异性.

2. 元素与集合之间的关系是“属于”或“不属于”的关系. 即元素 a 与集合 A 的关系是 $a\in A$ 或者 $a\notin A$，二者必居其一. 集合与集合之间的关系有包含、相等、不包含等关系. 空集是任何集合的子集，即 $\varnothing\subseteq A$.

3. 掌握集合的基本运算，会求两个集合的交集、并集及补集.

(1)$A\cap B=\{x|x\in A$，且 $x\in B\}$；

(2)$A\cup B=\{x|x\in A$，或 $x\in B\}$；

(3)$\overline{A}=\{x|x\in I$，且 $x\notin A\}$.

4. 会运用文氏图解决集合的有关问题.

三、知识点应用

例 1　设集合 $A=\{x|x\leqslant 2\sqrt{3}\}$，$a=\sqrt{11}$，则(　　).

(A)$a\subset A$　(B)$a\notin A$　(C)$\{a\}\in A$　(D)$\{a\}\subset A$

分析：由元素与集合的关系可排除(A)，由集合与集合的关系可排除(C). 又 $\sqrt{11}<\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，故 $a\in A$，于是本题应选择(D).

例 2　设 $I=\{1,2,3,4,5\}$，且 $A\subset I$，$B\subset I$，$A\cap B=\{2\}$，$\overline{A}\cap B=\{4\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,5\}$，则下列结论正确的是(　　).

(A)$3\in A$，$3\in B$　　(B)$3\in\overline{A}$，$3\in B$

(C)$3\in A$，$3\in\overline{B}$　　(D)$3\in\overline{A}$，$3\in\overline{B}$

分析：由(A)可知 $3\in A\cap B$ 与题设 $A\cap B=\{2\}$ 矛盾；由(B)可知 $3\in\overline{A}\cap B$ 与题设 $\overline{A}\cap B=\{4\}$ 矛盾；由(D)可知 $3\in\overline{A}\cap\overline{B}$ 与题设 $\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,5\}$ 矛盾；故本题应选择(C).

本题也可运用文氏图解答，由图 1-1 易知 $3\in A$，$3\in\overline{B}$，故选择(C).

例 3　设 S，T 是两个非空集合，且 $S\not\subseteq T$，$T\not\subseteq S$，令 $X=S\cap T$，则 $S\cup X$ 等于(　　).

(A)X　(B)$\varnothing$　(C)T　(D)S

分析：本题所给定的两个集合是抽象的集合，运用文氏图解此类题较为直观，方便. 若集合 X 非空，如图 1-2；若 X 是空集，如图1-3，不难得出正确结论，即$S\cup X=S$，故应选(D).

本题也可利用集合与集合间的关系解答.

$\because X=S\cap T$，$\therefore X\subseteq S$，于是 $X\cup S=S$.

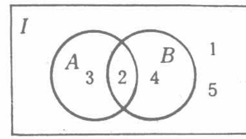

图 1-1

例 4 若集合 $A=\{1,3,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，且 $A\cup B=\{1,3,x\}$，则满足条件的实数 x 的个数有（ ）.

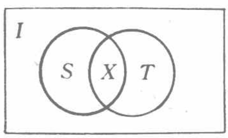

图 1-2

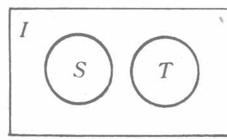

图 1-3

(A)1 个 (B)2 个 (C)3 个 (D)4 个

分析：由 $A\cup B=\{1,3,x\}=A$ 易知 $B\subseteq A$，于是有 $x^2=3$ 或者 $x^2=x$. 解得 $x=\pm\sqrt{3}$ 或 $x=0$ 或 $x=1$，若 $x=1$，则与集合的元素互异性矛盾，所以满足条件的实数 x 有 3 个. 故本题应选(C).

例 5 已知 $A=\{x\mid 2x^2+x+m=0\}$，$B=\{x\mid 2x^2+nx+2=0\}$，且 $A\cap B=\{\frac{1}{2}\}$，求：$A\cup B$.

分析：集合 A 是方程 $2x^2+x+m=0$ 的解集，集合 B 是方程 $2x^2+nx+2=0$ 的解集. 由 $A\cap B=\{\frac{1}{2}\}$ 可知：$\frac{1}{2}$ 既是方程 $2x^2+x+m=0$ 的解，又是方程 $2x^2+nx+2=0$ 的解. 故可解得 $m=-1$，$n=-5$. 由韦达定理可知方程 $2x^2+x+m=0$ 的另一解是 -1，方程 $2x^2+nx+2=0$ 的另一解是 2. 所以 $A\cup B=\{\frac{1}{2},-1,2\}$.

例 6　设集合 $A\subseteq B, A\subseteq C$，且 $B=\{0,1,2,3,4,5\}, C=\{0,2,4,6,8\}$，则集合 A 的个数是(　　).

(A)4　(B)8　(C)16　(D)32

分析：由 $A\subseteq B, A\subseteq C$ 知 $A\subseteq B\cap C$. 又 $B\cap C=\{0,2,4\}$，所以满足条件的集合 A 有：$\varnothing, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0,2\}, \{0,4\}, \{2,4\}, \{0,2,4\}$ 共 8 个. 本题应选择(B).

例 7　设集合 $A=\{x \mid x=a^2+1, a\in N\}, B=\{y \mid y=b^2-4b+5, b\in N\}$，则 A、B 关系是(　　).

(A)$A=B$　(B)$A\supset B$　(C)$A\subset B$　(D)$A\cap B=\varnothing$

分析：集合 A 中的元素是 x，集合 A 是二次函数 $x=a^2+1, a\in N$ 的值域，即大于 1 的自然数集. 集合 B 中的元素是 y，集合 B 是二次函数 $y=b^2-4b+5=(b-2)^2+1, b\in N$ 的值域，即自然数集，所以 $A\subset B$. 选(C).

例 8　集合 $A=\{x \mid x^2-ax+a^2-19=0\}, B=\{x \mid x^2-5x+6=0\}, C=\{x \mid x^2+2x-8=0\}$，求 a 取何实数时，$A\cap B\supset\varnothing$ 与 $A\cap C=\varnothing$ 同时成立？

分析：由题可知：$B=\{2, 3\}, C=\{2, -4\}$. 由 $A\cap B\supset\varnothing$ 可知 $A\cap B$ 非空，即 2 或 3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的解. 又由 $A\cap C=\varnothing$ 可知 2 和 -4 都不是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的解，所以 3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的解.

解：$B=\{x \mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，

$C=\{x \mid x^2+2x-8=0\}=\{2,-4\}$.

由 $A\cap B\supset\varnothing$ 与 $A\cap C=\varnothing$ 同时成立可知：3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的解，将 3 代入方程得 $a^2-3a-10=0$，解得 $a=5$ 或 $a=-2$.

当 $a=5$ 时，$A=\{x \mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，此时 $A\cap C=\{2\}$ 与题设 $A\cap C=\varnothing$ 矛盾.

当 $a=-2$ 时，$A=\{x|x^2+2x-15=0\}=\{3,-5\}$，此时满足 $A\cap B\supset\varnothing$ 与 $A\cap C=\varnothing$. 故 $a=-2$ 为所求.

四、综合能力测试题

选择题：

1. 如果 $I=\{a,b,c,d,e\}$，$M=\{a,c,d\}$，$N=\{b,d,e\}$，那么 $\overline{M}\cap\overline{N}=($　　$)$.

(A)$\varnothing$　(B)$\{d\}$　(C)$\{a,c\}$　(D)$\{b,e\}$

2. 已知集合 $P=\{x|x<2\}$，$Q=\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$，则 $P\cup Q=($　　$)$.

(A)$\{x|-1\leqslant x<2\}$　(B)$\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$

(C)$\{x|x\leqslant 3\}$　(D)$\{x|x\geqslant -1\}$

3. 设 $M=\{x|x\leqslant\sqrt{10}\}$，$a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$，则(　　).

(A)$a\subset M$　(B)$a\notin M$　(C)$\{a\}\in M$　(D)$\{a\}\subset M$

4. 设全集 I 为自然数集$\mathbb{N}$，$E=\{2n|n\in\mathbb{N}\}$，$F=\{4n|n\in N\}$，那么$\mathbb{N}$可表示成(　　).

(A)$E\cap F$　(B)$\overline{E}\cup F$　(C)$E\cup\overline{F}$　(D)$\overline{E}\cup\overline{F}$

5. 集合$\{0\}$与$\varnothing$的关系是(　　).

(A)$\{0\}=\varnothing$　(B)$\{0\}\in\varnothing$

(C)$\varnothing\in\{0\}$　(D)$\varnothing\subset\{0\}$

6. 设非空集合 $M\subset N\subset I$（I 为全集），则下列集合中表示空集的是(　　).

(A)$M\cap\overline{N}$　(B)$\overline{M}\cap N$

(C)$\overline{M}\cap\overline{N}$　(D)$M\cap N$

7. 设全集 $I=\{(x,y)|x,y\in R\}$，集合 $M=\{(x,y)|\frac{y-3}{x-2}=1\}$，$N=\{(x,y)|y\neq x+1\}$，那么$\overline{M\cup N}$等于(　　).

(A)$\varnothing$ (B)$\{(2,3)\}$

(C)$(2,3)$ (D)$\{(x,y)\mid y=x+1\}$

8. 若集合 $A=\{1,2,3\}$,则满足 $A\cup B=A$ 的集合 B 的个数是( ).

(A)1 (B)2 (C)7 (D)8

9. 设 $A=\{x\mid x^2-3x+2<0\}$,$B=\{x\mid x-a<0\}$,若 $A\subset B$,则 a 的取值范围是( ).

(A)$[2,+\infty)$ (B)$(-\infty,1]$

(C)$[1,+\infty)$ (D)$(-\infty,2]$

10. 对任意两个集合 M,N,则一定有( ).

(A)$(M\cup N)\subset M$ (B)$(M\cap N)\supset M$

(C)$\overline{M\cup N}=\overline{M}\cap\overline{N}$ (D)$M\cap N=M\cup N$

11. 数集 $M=\{2n+1,n\in\mathbb{Z}\}$与数集 $N=\{4k\pm1,k\in\mathbb{Z}\}$之间的关系是( ).

(A)$M\subset N$ (B)$M\supset N$

(C)$M=N$ (D)$M\neq N$

12. 设全集 $I=\{2,3,5\}$,$A=\{2,|a-5|\}$,$\overline{A}=\{5\}$,则 a 的值是( ).

(A)2 (B)8

(C)2 或 8 (D)-2 或 8

填空题:

1. 已知集合 $A\subseteq B$,$A\subseteq C$. 若 $B=\{a,d\}$,$C=\{a,b,c,d\}$,则集合 A 的真子集最多是________个.

2. 设全集 $I=\{$实数$\}$,$A=\{x\mid\sqrt{x-1}<3\}$,则 $\overline{A}=$________.

3. 适合条件$\{1\}\subseteq A\subset\{1,2,3,4\}$的集合 A 的个数是________个.

4. 设全集 $I=\{0,1,2,3,4\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{2,3,4\}$. 则 $\overline{A}\cup\overline{B}=$________.

5. 集合 $A=\{x|x^2-2x<0\}$，$B=\{x|x^2-4x+3\leqslant 0\}$，则 $\overline{A}\cup\overline{B}=$________.（全集 I 是实数集.）

解答题：

1. 若 $A=\{x|x^2-2x-3\leqslant 0, x\in\mathbb{Z}\}$，$B=\{0,4,5\}$，$I=\{x||x-1|\leqslant 4, x\in\mathbb{Z}\}$，求：

(1)$\overline{A}\cup B$，$A\cap\overline{B}$；

(2)集合 A 的真子集的个数.

2. 已知实数集 $A=\{2,3,a^2+4a+2\}$，$B=\{0,7,2-a,a^2+4a-2\}$，且 $A\cap B=\{3,7\}$，求集合 B.

3. 对于实数集 $A=\{x|x^2-2ax+(4a-3)=0\}$ 和 $B=\{x|x^2-2\sqrt{2}ax+(a^2+a+2)=0\}$，是否存在实数 a 使 $A\cup B=\varnothing$？若 a 不存在，说明理由；若 a 存在，求 a 的值.

4. 已知集合 $A=\{x||x-1|<a, a>0\}$，$B=\{x||x-3|>4\}$，且 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的范围.

1.2 映射与函数

一、重点难点提示

本单元着重介绍映射与函数的概念. 要求在了解映射概念的基础上，加深对函数有关概念的理解. 本单元重点是有关映射与函数的概念，要求会求函数的定义域和一些简单函数的值域. 难点是映射的概念及反函数的概念.

二、知识点精析

1. 映射　映射是一种特殊的对应. 映射允许集合 A 中的