

学术年会文集



1981

贵州省航空学会

GUIZHOU SOCIETY OF
AERONAUTICS & ASTRONAUTICS

贵州省航空学会

前 言

在党的三中全会方针指引下，我省从事航空、宇航事业的科技人员，与全国广大科技人员一样，在为祖国奔向四化的征途上，勇于探索，奋于发掘，勤于总结，励志向前。这本集子就是他们在贵州省航空学会成立两年以来所取得某些学术成果的集锦。当然并不是全面的检阅，而只是献给祖国繁花似锦的科学百花园的一簇小小而又稚嫩的花束。

从本学会年初征文以来，广大学会会员积极撰稿，各学术专业委员会、学组踊跃荐文，截至八月底，先后收到应征论文共105篇。经过各专业委员会、学组及有关人员多次评审，根据文章质量，实用价值，同时也考虑到各专业的代表性，选出38篇，订成此综合性文集。这些文章，既有专题论述，也有综合报告，还有技术总结，体裁不求一律。当然，这些文章与全国各兄弟学会高水平的论文相比，必有逊色，故望赏阅此文集的专家学者不吝指教。然而，这些文章有一共同可取之处，即都是来之于科研、生产第一线的实践成果，并无“空-空”之虞。这对同行业的科技人员交流切磋，共同提高，或将有所裨益，这也就是本学会出版此文集的一大愿望。

诚如前述，鉴于文章的专业和撰稿单位的代表性，加之篇幅所限，不能来稿皆登。趁此机会，特向所有积极撰稿和热情支持出版的同志及单位深表谢意！今后，我们还将对学术水平较高，具有一定实用价值的文章陆续收订成集，以饷我学会全体会员和广大科技工作者。

登山复有高山，临大海复有大海。

我们祝愿全省从事航空、宇航科技事业的工程师、专家、学者、工人以及领导干部，在党的领导下，再接再厉，锲而不舍，为繁荣学术活动，促进四化，作出新的贡献！

贵州省航空学会

一九八一年十月

目 录

1. 多级锥进气道超音性能的近似计算方法及其程序……邱崇庆 (1)
2. 关于战斗机飞续飞载荷谱编制方法的探讨……张爱民 (16)
3. 关于对强度规范中陆基飞机前起落架(前三
点)缓冲系统功量要求的探讨 ……王邦经 (26)
4. 用功率方程法测量全雷达的灵敏度……刘洪明 (34)
5. 确定飞行员使用偏心距的简单方法……兰 剑 (40)
6. 226 雷达校正场的选择 ……杨建新 (43)
7. 康斯双三次曲面研究……黄承佑 (47)
8. 在保证边界条件下反求 B 样条曲面网格顶点的
方法及应用 ……何迅、黄承佑、仰文发 (56)
9. 对紧固用外螺纹牙底的分析 ……龚丰、唐道扬 (70)
10. 从整体叶轮加工看数控机床与普通机床在航空发
动机复杂型面零件加工中的应用……杨式宗 (81)
11. 从钛合金的切削加工实例来分析它的切削性能……王守茂 (91)
12. 数控车削时刀具半径误差对型面精度的
影响及控制……李道英 (96)
13. 涡轮叶片解析造型(双曲螺线)方法……李聚丰、吴亚东 (107)
14. 多个直流喷咀后方浓度场计算……姜志中执笔 (113)
15. 变厚盘偏心孔处应力分析……汪有前、张亚光 (125)
16. 钛合金叶片电解加工……张翼鸣、罗金梁 (132)
17. 涡喷 13 加力燃烧室焊接工艺分析 ……张冠英 (137)

18. 对钢零件在热处理中变形的一些探讨.....李先占 (144)
19. 从飞机电源系统和操纵系统的发展探讨航空继电器、
接触器的预研方向.....吕新华 (163)
20. 粉末静电涂敷机理的研究.....周师岳 (172)
21. 简谈飞机信号灯盒的现状和发展.....朱炳铨 (187)
22. 电器金属弹性元件概述.....姚志超执笔 (196)
23. 铸铝合金的机械性能及尺寸稳定性问题.....林建华 (205)
24. 用氧化还原法测定铬酐槽液中硝酸钠的含量.....朱玉 (214)
25. DSX-20A 控制机运算器.....邓茂生 (217)
26. 带肋镁合金锻件主要缺陷分析.....冯俊旋 (223)
27. 金属结合剂金刚石或立方氮化硼砂轮
型面修整的一种新方法.....彭仁芸 (231)
28. 插齿刀几何偏心 e_0 对被切齿轮齿形误差 Δf_f
的影响规律.....丁渝生 (238)
29. 正态概率纸的应用.....陶勃 (247)
30. 用单角铣刀加工立铣刀齿槽的探讨.....龚岳衡 (261)
31. GH15 和 GH44 两种材料的焊接.....万大全 (266)
32. 对精铸空心涡轮叶片若干工艺问题的探讨.....张黎明 (277)
33. M17 合金真空铸造空心涡轮叶片热疲劳裂纹
形成及断口分析.....刘庆泉 (289)
34. 动压气浮陀螺马达调速装置主回路方案介绍.....赵庆云 (304)
35. 机械夹固式小型园柱铣刀.....芦爱华 (311)
36. 数字显示装置在 T68 镗床上的应用.....邹忠仁 (316)
37. 38CrMoAlA 钢氮化层深度的测定.....施昌明 (320)
38. 硬质合金深孔推拉铰刀.....邓启俊 (328)

多级锥进气道超音性能的 近似计算方法及其程序

邱崇庆

摘 要

本文旨在给出一种求解正圆锥, 攻角为零, 多级锥头部进气道的超音速性能计算方法及其程序。该法与繁杂的特征线法相比具有简便、经济、快速的优点。而精确度与精确法相比相差不大, 故在进气道设计中是很有用的一种方法。用它可以帮助进气道气动外形设计, 减少吹风模型, 选型方案提高试验效率。附录中还讨论了已知速度系数反求 M 数的问题, 采用变量代换后, 大大加快了求解速度。

符号表

- φ ——流量系数, 以进气道迎风面积为参考量的无因次量
- σ ——总压恢复系数, 文中指进气道超音波系总压恢复
- CDA ——附加阻力系数, 无因次系数
- M_{∞} ——自由流 M 数
- q_{∞} —— $\frac{1}{2}KP_{\infty}M_{\infty}^2$ 自由流动压头
- P_{∞} ——自由流静压
- K ——气体常数 $K = 1.4$
- σ_1 ——锥型冲波后总压恢复
- σ_2 ——第二道曲线冲波后平均总压恢复
- σ_3 ——第三道曲线冲波后总压恢复 (平均)
- $\sigma_{正}$ ——正冲波后总压恢复
- λ ——进口气流平均偏角
- F_{DE} 或 $F_{环}$ ——进口气流流通面积
- $M_{进}$ ——进口正冲波前平均 M 数
- $\pi(\lambda_1)$ ——第一级锥面速度系数
- $\pi(\lambda_2)$ ——第二级锥面速度系数
- $\pi(\lambda_3)$ ——第三级锥面到正冲波前速度系数

- $\gamma_{\text{进}}$ 或 R_{0P} ——进气道唇口半径
- P_1 ——第一级锥面静压
- P_2 ——第二级锥面静压
- P_3 ——第三级锥面到进口前平均静压
- R_s ——进口正冲波与中心锥相交处锥体半径

一、引言

现代采用头部进气，轴对称中心体，超音速进气道布局的飞机，为了在高速时能获得较高的性能，往往采用多波系的进气道。如 MIG-21M ϕ 则为 4 波系进气道。为了设计和校核这种进气道的性能则须求解超音进口流场。目前解这种流场最准确的方法是特征线法。但特征线法非常繁杂，需要内存大的计算机。如参考文献(5)所述的程序需 128K 以上的内存，只能在 FILIX-256 这一量级的计算机上计算，给使用者带来很大困难。且不经济，因此有必要寻求一种近似法既能满足足够的精度，又便于在小容量的计算机上运算。

本文采用了一种对锥型流微分方程和超音速区流动参数近似求解的方法。在 DJS-6 型计算机上对各种类型的二级锥、三级锥进气道作了计算。将其结果与文献(1)及参考文献(5)用特征线法计算的结果作了比较，发现十分吻合。精度满足要求，且计算时间大为缩短，例如在 DJS-6 机上计算某型机的进气道性能仅需一分钟左右。

如图 1 所示，三、四波系流场大致可分成下列几个区域，其中 I 区为锥型流场，其特点是在该区域内沿同一条射线流动参数不变。冲波 I-I 为锥型冲波，而区域 II, III 则为超跨音混合流区域，在该流场中各点流动参数均不相同，冲波 II-II, III-III 均为曲线冲波，精确求解该流场需采用有旋特征线法十分复杂。

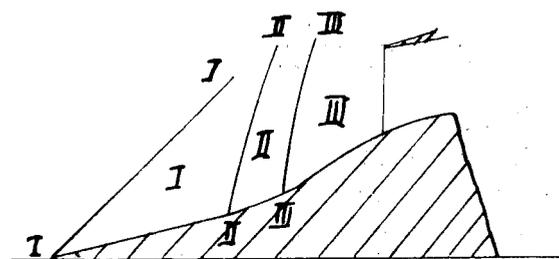


图 1

本文采用的方法是对 I 区（锥型流区）不加简化直接对锥型流微分方程求解，对 II 和 III 区的流场采用了近似假定即沿每一流线流动参数近似相同。

二、锥型流场的求解

理想无旋锥型流方程在极坐标系中可写成为：

$$\begin{cases} \xi_u^{11} = \left((K-1)(1-\xi_u^2) \cdot \xi_u + \frac{K-1}{2}(1-\xi_u)^2 \xi_u^2 / \operatorname{tg} \theta - K \xi_u (\xi_u^2)^2 \right) \\ - \frac{K-1}{2} (\xi_u^2)^3 / \operatorname{tg} \theta \Big/ \left(\frac{K+1}{2} (\xi_u^2)^2 - \frac{K-1}{2} (1-\xi_u^2) \right) \\ \xi_v = \xi_u^2 \end{cases} \quad (1)$$

式中设:

u 为流场中任意点沿射线方向速率 (见图 2)

V 为流场中任意点垂直于射线方向

W 为流场中任意点的速度向量 $W^2 = u^2 + V^2$

若分别除以极限最大流速:

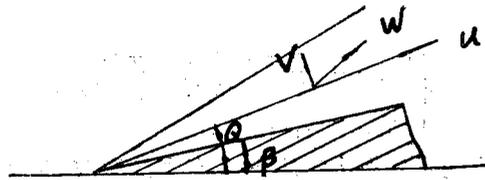


图 2

$$C = \sqrt{\frac{2K}{K-1} gRT_{\infty}} \quad \text{无因次化}$$

则: $\xi = \frac{W}{C}$ 流场中任意点无因次速度

$\xi_u = \frac{u}{C}$ 流场中任意点沿射线方向无因次分速

$\xi_v = \frac{V}{C}$ 流场中任意点垂直于射线法向无因次分速

边界条件:

(1) 在锥面上 $\theta = \beta$ 时有 $\xi_v = 0$ 即 $\xi_u^2 = 0 \dots \dots (2')$

(2) 在锥波上 $\theta = \theta_w$ 时满足二元斜波后的条件

即:

$$M_w^2 = \frac{\frac{K-1}{2} M_{\infty}^2 + 1}{KM_{\infty}^2 \sin^2 \beta - \frac{K-1}{2}} + \frac{M_{\infty}^2 \cos^2 \theta_w}{2} \quad (2)$$

$$\operatorname{Ctg} \delta_w = \frac{M_{\infty}^2 \sin^2 \beta - 1}{\left[M_{\infty}^2 \left(\frac{K+1}{2} - \sin^2 \beta \right) + 1 \right] \operatorname{tg} \beta} \quad (3)$$

以上各式中 $K = 1.4$

式(1)为二阶非线性常微分方程,它与(2'),(2),(3)组成边值可用 $R_{\text{un}} E - K_{\text{un}}$ 法求解。

本程序的预备程序中有专门的子程序,可以根据任意给定的锥型冲波初值求出所需

精度的准确锥型冲波值。为节省时间，在本程序中将直接运用已算出的准确锥型冲波值来计算锥型流参数。

三、第二道曲线冲波的建立

NACATN 3589 中曾提出气流经第二道冲波时由波前的当地 M 数作二维折转的近似方法，这里即根据这一思路取折转角等于第二级半锥角与第一级半锥角之差。因为当锥型流场解出后，波前当地 M 数已知，则能利用二元斜激波关系求出激波角。由锥面往上一步步地即可算出第二道曲线冲波形状。

一般说来，当第 j 点激波坐标 (x_j, y_j) 及流动参数算出后，据此即可求出下一激波点坐标 (x_{j+1}, y_{j+1}) ：

$$\begin{cases} x_{j+1} = \frac{y_j - x_j \operatorname{tg}(\theta_{j+1} + \tau_{j+1})}{\operatorname{tg} \delta_{j+1} - \operatorname{tg}(\theta_{j+1} + \tau_{j+1})} \\ y_{j+1} = x_{j+1} \cdot \operatorname{tg} \delta_{j+1} \end{cases}$$

这里要说明的是用上两式求第 j 与第 $j+1$ 点间的激波形状时 θ 及 τ 是用 $j+1$ 点的数值，这可以使激波算得更向后倾斜一些接近真实形状。

上式中：

θ_{j+1} 为第 $j+1$ 点激波与来流的夹角

τ_{j+1} 为第 $j+1$ 点来流气流方向与 x 轴夹角

δ_{j+1} 为第 $j+1$ 点的射线角

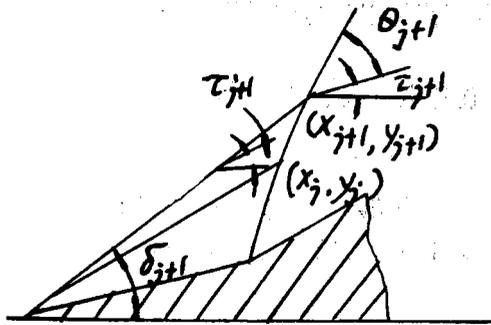


图 3

四、第三道曲线冲波的建立

可以仿照第二道曲线冲波的方法。所不同的是来流不是锥型流场而是第二道曲线冲波后解出的近似流场。二维折角取为第三级半锥角与第二级半锥角之差，假定第二冲波后，沿流场流动参数近似不变。

一般当第 j 点激波坐标 (x_j^1, y_j^1) 及流动参数求得后，可用下式求出第 $j+1$ 点激波坐标 (x_{j+1}^1, y_{j+1}^1) ：

$$\begin{cases} x_{j+1}^1 = \frac{y_j^1 - y_{j+1}^1 - x_j^1 \operatorname{tg}(\theta_{j+1}^1 + \alpha_{j+1}) + x_{j+1}^1 \operatorname{tg} \alpha_{j+1}}{\operatorname{tg} \alpha_{j+1} - \operatorname{tg}(\theta_{j+1}^1 + \alpha_{j+1})} \\ y_{j+1}^1 = y_{j+1}^1 + (x_{j+1}^1 - x_j^1) \operatorname{tg} \alpha_{j+1} \end{cases}$$

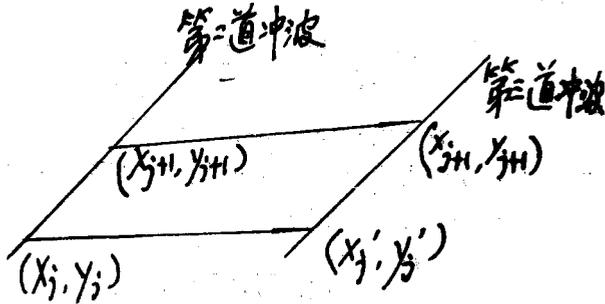


图 4

式中: α_{j+1} 为 (x_{j+1}, y_{j+1}) 处波后气流与 x 轴夹角

θ_{j+1} 为 $j+1$ 点 (x_{j+1}^1, y_{j+1}^1) 处激波与波前气流夹角

在求解第 j 和 $j+1$ 点间激波形状时, θ_{j+1} 和 α_{j+1} 是用 $j+1$ 点的数值, 这可使激波算的更向后倾斜一些以便接近真实形状。

五、 φ 及 σ 的计算(节流特性计算)

1. 四波系 φ, σ 的计算:

当唇罩落在第三冲波后时, 流量系数 φ 可按下列法求出:

从锥面起求自唇罩按流线方向与冲波折线段的交点。例如冲波折线段 $(x_j^1, y_j^1) - (x_{j+1}^1, y_{j+1}^1)$ 的交点 (x_k^1, y_k^1) 的座标可按下列式定出 (见图五):

$$\begin{cases} x_k^1 = \frac{y_{唇} - y_j^1 - x_{唇} \operatorname{tg} \alpha_{j+1}^1 + x_j^1 \operatorname{tg}(\theta_{j+1}^1 + \alpha_{j+1})}{\operatorname{tg}(\theta_{j+1}^1 + \alpha_{j+1}) - \operatorname{tg} \alpha_{j+1}^1} \\ y_k^1 = y_{唇} - (x_{唇} - x_k^1) \operatorname{tg}(\alpha_{j+1}^1) \end{cases}$$

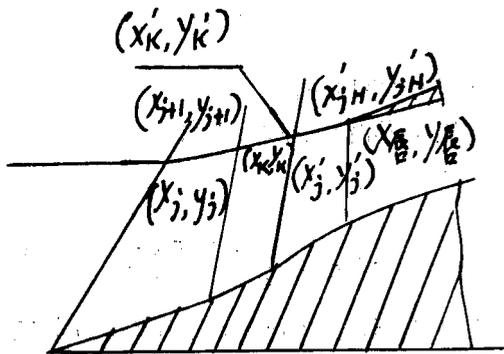


图 5

若求出的交点的 y 坐标 $y_k^1 > y_{j+1}^1$, 即说明原取的 $j+1$ 点不合适。应将下标 $j+1$ 送 j ,

再重复以上计算直到交点 $y_k^1 \leq y_{j+1}^1$ 时为止, 这时正确的流线便已找到。

再取第二冲波上 (x_{j+1}, y_{j+1}) 点处波后气流偏角 α_{j+1} 作为 (x_k^1, y_k^1) 处气流偏角, 作为流线方向求出与第二冲波的交点 (x_K, y_K) 。

该交点的坐标可按式定出:

$$x_K = \frac{y_k^1 - y_j^1 - x_k^1 \operatorname{tg} \alpha_{j+1} + x_j \operatorname{tg} (\theta_{j+1} + \tau_{j+1})}{\operatorname{tg} (\theta_{j+1} + \tau_{j+1}) - \operatorname{tg} (\alpha_{j+1})}$$

$$y_K = y_k^1 - (x_k^1 - x_K) \operatorname{tg} (\alpha_{j+1})$$

若求出的 $y_K > y_j$, 则可将 j 减去 1 再重复以上计算直到满足 $y_K \leq y_j$ 为止。

在点 (x_K, y_K) 求出后, 即可用下式求出 φ :

$$\varphi = \frac{y_K^2 \cdot \sigma_{\text{锥}} \cdot q(M_K) \cdot S_{IN}(\delta_K - \tau_K)}{R_{c,p}^2 \cdot q(M_\infty) \cdot S_{IN}(\delta_K)}$$

式中 $\delta_K = \arctg(y_K/x_K)$ 为射线角

$q(M_K)$ 沿射线 δ_K 点 (x_K, y_K) 处波前的速度系数。 τ_K 系射线 δ_K 上点 (x_K, y_K) 处波前气流与 x 轴夹角, $\sigma_{\text{锥}}$ 为锥型冲波后总压恢复:

$q(M_\infty)$ 为自由流 M 数

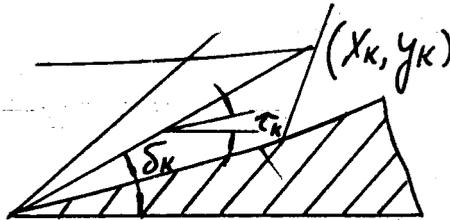


图 6

σ 的求法:

$$\sigma_{\Sigma} = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_{\text{正}}$$

要说明一下 σ_2, σ_3 的求法, 因为它们是平均总压恢复。

$$\sigma_2 = \sum_{j=1}^K \sigma_j / K$$

即采用算术平均法, σ_3 的求法相同。

$\sigma_{\text{正}}$ 的求法: 关键在于求出正冲波前平均 M 数

这里用连续方程:

因为

$$q(\lambda_{\text{进}}) = \frac{q(\lambda_\infty) \cdot F_{\text{进}\varphi}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 F_{\text{环}}}$$

式中, $F_{\text{环}}$ 为进口流通面积。设进口平均流动偏转角为 λ (它可在第三冲波参数求出后用平均法求得)。

$$F_{\text{环}} \cos \lambda = (F_{\text{进}} - \pi R_{c,p}^2)$$

式中: $F_{\text{进}} = \pi R_{c,p}^2$ 为进口迎风面积

当 $q(\lambda_{\text{进}})$ 求出后, 据 Q 反求 M 数即求出进口正冲波前 M 数然后即可求出 $\sigma_{\text{正}}$ 。

注意: 据 Q 反求 M 时只取 $\geq M_1$ 的根。

2. 三波系 φ, σ 计算

三波系进气道计算 φ, σ 的方法与四波系相同。所不同的只是没有第三道冲波, 因而没有 σ_3 , 同时也不必求唇口发出的流线与第三冲波的交点。其它全可按照四波系相同的方法推出, 这里不再赘述。

本文用来计算斜激波后总压恢复的公式为:

$$\sigma_{\text{斜}} = \frac{6^{\theta}}{\{[1 + 5(M_{\infty}^2 \cdot \text{SIN}^2 \theta_w) - 1] \cdot [7M_{\infty}^2 \text{SIN}^2 \theta_w - 1]^5\}^{\frac{1}{2}}}$$

正冲波后总压恢复为:

$$\sigma_{\text{正}} = \left(\frac{6M_{\infty}^2}{M_{\infty}^2 + 5}\right)^{3.5} \left(\frac{6}{7M_{\infty}^2 - 1}\right)^{2.5}$$

式中: M_{∞} 为来流 M 数

Q_w 为斜冲波波角

六、附加阻力计算

如图七所示仍以四波系为例取 A, B, C, D, E, F, G, H 控制体施用动量定理则:

$$D_A = m_1 V_1 \cos \lambda + F_{DE} \cos \lambda (P_{DE} - P_{\infty}) - m_{\infty} V_{\infty} + (P_1 - P_{\infty}) \pi R_1^2 + (P_2 - P_{\infty}) \pi (R_2^2 - R_1^2) + (P_3 - P_{\infty}) \pi (R_3^2 - R_2^2)$$

以 $F_{DE} \cos \lambda = F_{\text{进}} + \pi R_3^2$ 代入则:

$$D_A = m_1 V_1 \cos \lambda + F_{DE} \cos \lambda \cdot P_{DE} - F_{\text{进}} \cdot P_{\infty} + P_{\infty} \pi R_3^2 - m_{\infty} V_{\infty} + (P_1 - P_{\infty}) \pi R_1^2 + (P_2 - P_{\infty}) (\pi R_2^2 - \pi R_1^2) + (P_3 - P_{\infty}) \pi (R_3^2 - R_2^2)$$

而

$$m = \frac{PFU}{gRt} = \frac{PFUK}{a^2}$$

则

$$\begin{aligned} \frac{D_A}{F_{\text{进}} \cdot P_{\infty}} &= \frac{KF_{DE} \cdot P_{DE} \cdot M_{DE} \cdot \cos \lambda}{F_{\text{进}} \cdot P_{\infty}} + \frac{F_{DE} \cdot P_{DE} \cdot \cos \lambda}{F_{\text{进}} \cdot P_{\infty}} \\ &- 1 + \frac{P_{\infty} \cdot R_3^2}{P_{\infty} \cdot \gamma_{\text{进}}^2} - \frac{F_{\infty} \cdot KM_{\infty}^2}{F_{\text{进}}} + \left(\frac{P_1}{P_{\infty}} - 1\right) \frac{R_1^2}{\gamma_{\text{进}}^2} \\ &+ \left(\frac{P_2}{P_{\infty}} - 1\right) \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{\gamma_{\text{进}}^2} + \left(\frac{P_3}{P_{\infty}} - 1\right) \frac{(R_3^2 - R_2^2)}{\gamma_{\text{进}}^2} \end{aligned}$$

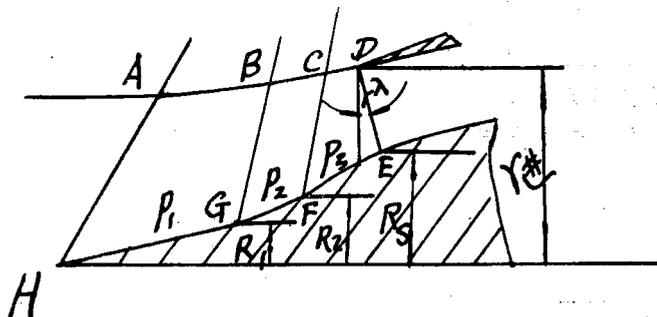


图 7

因而附加阻力系数为:

$$C_{DA} = \frac{2}{KM_{\infty}^2} \left[\frac{F_{DE} \cdot \cos \lambda \cdot P_{DE} (KM_{DE}^2 + 1)}{F_{\text{进}} \cdot P_{\infty}} - 1 - KM_{\infty}^2 \cdot \varphi \right. \\ \left. + \frac{P_1 R_1^2}{P_{\infty} \gamma_{\text{进}}^2} + \frac{P_2}{P_{\infty} \cdot \gamma_{\text{进}}^2} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{P_3}{P_{\infty} \cdot \gamma_{\text{进}}^2} (R_2^2 - R_1^2) \right]$$

因

$$\frac{P_{DE}}{P_{\infty}} = \frac{\pi(\lambda_{\text{进}}) \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3}{\pi(\lambda_{\infty})}; \quad M_{DE} = M_{\text{进}}$$

故

$$C_{DA} = \frac{2}{KM_{\infty}^2} \left[\frac{F_{DE} \cdot \cos \lambda \cdot \pi(\lambda_{\text{进}}) \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3}{F_{\text{进}} \cdot \pi(\lambda_{\infty})} (KM_{\text{进}}^2 + 1) \right. \\ \left. - 1 - KM_{\infty}^2 \cdot \varphi + \frac{\pi(\lambda_1)}{\pi(\lambda_{\infty})} \cdot \sigma_1 \cdot \frac{R_1^2}{\gamma_{\text{进}}^2} + \frac{\pi(\lambda_2)}{\pi(\lambda_{\infty})} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{\gamma_{\text{进}}^2} \right. \\ \left. + \frac{\pi(\lambda_3)}{\pi(\lambda_{\infty})} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \cdot \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{\gamma_{\text{进}}^2} \right]$$

对三波系:

$$C_{DA} = \frac{2}{KM_{\infty}^2} \left[\frac{F_{DE} \cdot \cos \lambda \cdot \pi(\lambda_{\text{进}}) \sigma_1 \cdot \sigma_2}{F_{\text{进}} \cdot \pi(\lambda_{\infty})} (K \cdot M_{\text{进}}^2 + 1) - 1 - K \cdot M_{\infty}^2 \cdot \varphi \right. \\ \left. + \frac{\pi(\lambda_1)}{\pi(\lambda_{\infty})} \cdot \sigma_1 \cdot \frac{R_1^2}{\gamma_{\text{进}}^2} + \frac{\pi(\lambda_2)}{\pi(\lambda_{\infty})} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{\gamma_{\text{进}}^2} \right]$$

这里要指出的是: 最后一段锥面上压力系数的计算很大程度取决于平均 M 数的选取。如直接取第三冲波 (对三波系为第二冲波) 后的 M 数作为锥面 M 数, 则计算出的附加阻力显的过大。反之如简单取第三冲波后锥面 M 数与进口平均 M 数 (M_1) 的算术平均作为整个锥面 M 数又使附加阻力过小, 与实际情况不符。经与精确求解出的进口流场对比本文在三波系中取:

$$M_4 = M_1/6 + 5 \cdot M_2/6$$

在四波系中取:

$$M_4 = M_1/5 + 4 \cdot M_3/5$$

认为是合适的, 计算结果与精确解比较接近。上式中:

M_4 最后一级锥面 (至进口正冲波) 平均 M 数

M_2 第二冲波后锥面 M 数

M_3 : 第三冲波后锥面 M 数

M_1 : 进口正冲波前平均 M 数

R_1 : 第二级锥起点 Y 坐标

R_2 : 第三级锥起点 Y 坐标

七、结果与讨论

I 为了考验计算结果的准确性, 有意将唇口放在锥型冲波与第二级冲波的交点处 (例: $M = 2.0$ 时对 $17^\circ 30' \sim 25^\circ$ 二级锥取 $L = 497.2439842, R_{op} = 357.7733788$) 如图 8 所

示,在该点 φ 和 C_{DA} 的数值是易知的 (即 $\varphi = 1, C_{DA} = 0$) 故可用来比较本文计算结果的准确性,最大绝对误差为 0.0005 (见表 1)

表 1

	理 论	本 文 结 果
φ	1	0.9995
C_{DA}	0	+0.000279

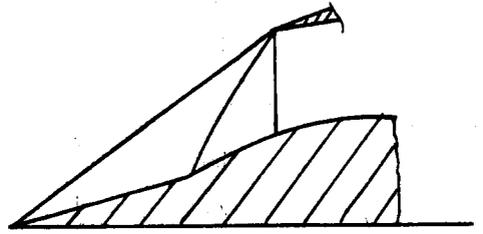


图 8

II. 现有的文献,如 NASATND3434 提供了单锥进气道附加阻力的准确结果。为了用它来校核本文方法的计算精度,有意将进气道唇口置于二、三级冲波交点处(例 $M = 2.0$ 时对 $15^\circ \sim 20^\circ \sim 23.5^\circ$ 三级锥取 $L = 1239.64$ 和 $R_{op} = 581.21$ 见图九),这里分别用三波系和四波系程序进行比较计算,结果证明两者与文献结果均十分吻合。(这里将二级锥称为三波系情况,三级锥称为四波系情况)。

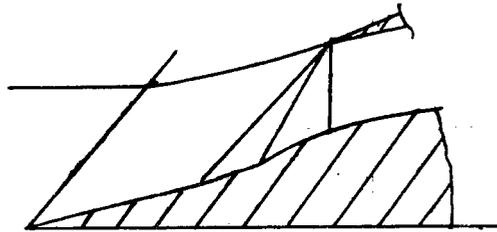


图 9

从表 2 得知,无论是该文中三波系程序或四波系程序与精确解相比:绝对误差最大为 0.00085(C_{DA}),而 φ 为 0.0006。从相对误差而言, φ 不足 0.1%, C_{DA} 约 3%。

从本文中三、四波系两种程序比较,吻合程度也是好的。流量系数 φ 几乎没有差别,附加阻力系数 C_{DA} 略有差别。

在 NASATND5537 中曾提出一种近似计算锥型流场和一级锥附加阻力的方法。在该文中认为其近似法与精确法相比附加阻力 C_{DA} 最大绝对误差为 0.039,便很满意了。那么,本文中的方法计算二、三级锥附加阻力绝对误差最大为 0.00085 不能认为是十分良好的了。

III. 附图一、二、三给出了 MIG21 原型和 MIG21-M ϕ 进气道在 $M = 2.0$ 时用本文方法与特征线法算出的第二、第三道曲线冲波形状的比较。从图上可知近似法与精确法相当吻合。特别是第二道冲波几乎重合,第三道冲波在较远处才有明显的差别。总的趋势看来近似解的冲波不如精确解更向后倾斜。

IV. 对中心锥几何形状,本程序中作了简化。即 MIG21 第二级锥面以后及 MIG21-M ϕ 第三级锥以后的曲线部分暂以直线代替,当锥体伸出过长时,这会导致与实际情况的出入,按理这一忽略会导致附加阻力的升高。但由于本近似法总的结果附加阻力比理论

表 2

M	φ			$C_{D\Delta}$			备 注	
	精 确 解	本文三波系	本文四波系	精 确 解	本文三波系	本文四波系	三 波 系	四 波 系
2.0	0.82	0.8206	0.8206	0.0255	0.02479	0.02465	15°~20°二级锥	15°-20°-23.5° 三 级 锥
1.8	0.8125	0.8125	0.8125	0.0295	0.0269	0.0306	15°~20°二级锥	15°-20°-23.5° 三 级 锥
2.0	0.9135	0.9137	0.9136	0.021	0.0186	0.0194	20°~23.5°二级锥	20°-23.5°- 25.5° 三 级 锥
2.0	0.98	0.978		0.0035	0.00358		17.5°~25°二级锥	
2.0	0.745	0.7456		0.0515	0.0511		17.5°~25°二级锥	相当于算 17°30'单级锥

值偏小，故这一简化并不影响附加阻力总精度，对第三冲波进入唇口的情形，由于这不是进气道所期望的，本文暂不考虑。

V. 作为进气道设计，计算性能，用本文中近似法的精度能满足需要。而且由于可采用小内存的计算机运算，时间短，显得经济方便。当然若作为设计定型后校核计算，要追求高的精确度则只能动用大计算机求助于特征线法了。本程序暂不考虑亚音溢流情况，关系有亚音溢流的非设计状态一般应避免。若需要考虑，可参考 NACATR 1187 对正冲波位置作适当考虑后也能很快算出。

VI. 用本文近似法计算了 MIG21-M ϕ 飞机进气道 (15°-20°-23.5° 三级锥) φ 、 C_{DA} 、 $\sigma_{超}$ 随锥位变化的曲线并与参考 5 中用特征线法得到的结果作了比较，如下表所示：

$M = 2.0$ 15°-20°-23.5° 三级锥

锥伸长度	φ	C_{DA}	$\sigma_{超}$	
1157.25	0.58856	0.08656	0.9112	特征线法
1157	0.5864	0.0792	0.9106	本文方法

$M = 2.1$ 15°-20°-23.5° 三级锥

锥伸出长度	φ	C_{DA}	$\sigma_{超}$	
1166.14	0.5468	0.1026	0.98485	特征线法
1166.9	0.5422	0.1011	0.98567	本文方法

并将计算结果绘成曲线见附图四、五、六发现两者吻合十分良好，这是由于两种方法计算结果相近。因而性能计算也较接近。

另外由于本算法所限，一般在相同的锥位下算出的流量系数比特征线算法略小。

VII 将唇口置在第二冲波上时，本程序亦可以算单锥例： $M = 2.0$ 对 17°30' 锥取 $R_{op} = 173.268$, $L = 350.58$ 计算出的 φ 与 C_{DA} 和文献 1 的结果十分一致(见表 2)。因此本程序可计算一级锥，二级锥和三级锥的 φ , C_{DA} 和 σ 。

附录一、给定速度系数求对应 M 数

在本程序中需求进口正冲波前平均 M 数，即根据 Q 求 M ，我们知道速度系数 Q 与 M 的关系为：

$$Q = M \left(\frac{1.2}{1 + 0.2M^2} \right)^3$$

已知 Q 反求 M ，则需求解一个六次代数方程。 Q 与 M 的关系如图 10 所示； Q 是一个小于 (或等于) 1 的正数。

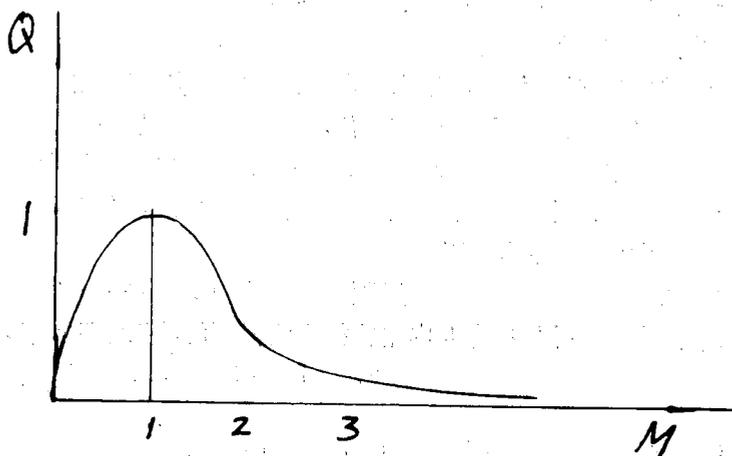


图 10

即 $0 \leq Q \leq 1$

对应同一个 Q 值有二个 M 数, 一个大于 1, 一个小于 1。同时该函数有一种特点, 当 M 接近 1 或 $M > 3$ 时非常平坦, 斜率接近于零。故用牛顿法收敛极慢。如作变量代换, 则改变了函数的图形, 使迭代速度大大加快。

先讨论 $M \leq 1$ 的情形:

显然

$$Q = \begin{cases} 0 & M = 0 \\ 1 & M = 1 \end{cases}$$

用微积分方法可以证明这个函数在 $0 \leq M \leq 1$ 时单调上升, 当 $M = 1$ 时达最大值, 故该方程对应每一个 Q 值 $(0, 1)$ 区间中有一单根。

换变数

$$Z = \frac{1}{1.2} (1 + 0.2M^2)$$

当 $0 \leq M \leq 1$ 时, 对应的新变量 Z 的区间为:

$$6/5 \leq Z \leq 1$$

则上方程变为 $Q^2 Z^6 - 6Z + 5 = 0$

取 $f(Z) = Q^2 Z^6 - 6Z + 5$ 为迭代函数

(1)

易见

$$f\left(\frac{5}{6}\right) = Q^2 \left(\frac{5}{6}\right)^6 > 0$$

$$f(1) = Q^2 - 1 < 0 \quad (\text{因 } Q < 1)$$

而 $f'(Z) = 6Q^2 Z^5 - 6 = 6(Q^2 Z^5 - 1) < 6(Q^2 - 1) < 0$

故函数 $f(Z)$ 在 $[5/6, 1]$ 上单调下降

$f''(Z) = 30Q^2 Z^4 \geq 0$ 所以曲线凸向下。函数

$y = f(Z)$ 的图形大致如右, 这表明上方程(1)有唯一的根 (在 $[6/5, 1]$ 内) 可用对分法, 牛顿法, 一般迭代法求解。

再看 $M \geq 1$ 的情形:

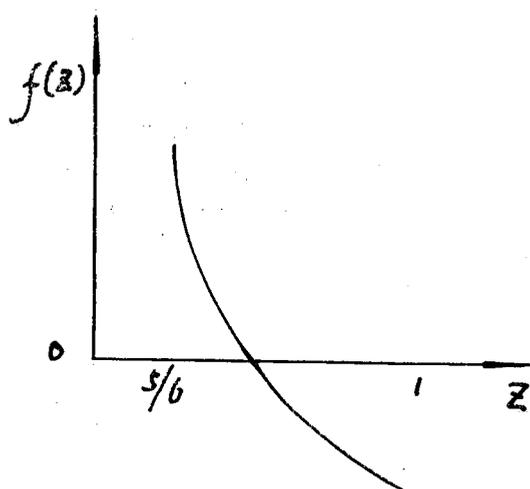


图 11

显然

$$Q \begin{cases} 0 & M = \infty \\ 1 & M = 1 \end{cases}$$

用微积分法可以证明这个函数在 $1 \leq M \leq \infty$ 时单调下降, 当 $M=1$ 时达最大值。故该方程在该区间有一单根。

换变量: $Z = 1.2 / (1 + 0.2M^2)$

则对应区间 $1 \leq M \leq \infty$ 对新变量 Z 变成:

$$1 \geq Z \geq 0$$

上方程变为: $6Z^5 - 5Z^6 - Q^2 = 0$

取

$$f(Z) = 6Z^5 - 5Z^6 - Q^2 \quad (2)$$

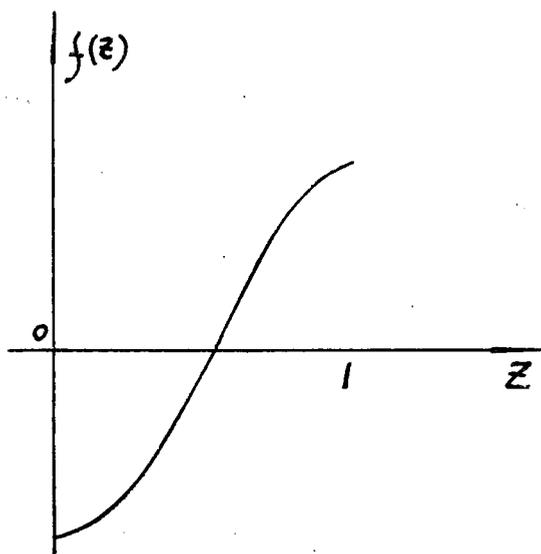


图 12