

现代科技与数学教育创新丛书

初中数学 继承改革与创新

CHUZHONG SHUXUE JICHENG
GAIGE YU CHUANGXIN

上册

于琛著

教育要面向现代化,面向
世界,面向未来。

人民教育出版社

现代科技与数学教育创新丛书

初中数学继承改革与创新

上册

密藏(CIP)目錄第五冊

于琛 著

初中数学继承改革与创新 上册 于琛著 人民教育出版社 2004

ISBN 7-107-18088-1

ISBN 7-107-18088-1

ISBN 7-107-18088-1

ISBN 7-107-18088-1

ISBN 7-107-18088-1

ISBN 7-107-18088-1

ISBN 7-107-18088-1

人民教育出版社

·北京·

初中数学继承改革与创新/于琛著

初中数学继承改革与创新/于琛著

上册

图书在版编目(CIP)数据

初中数学继承改革与创新/于琛著. —北京:人民教育出版社, 2004

ISBN 7-107-18068-1

I. 初...

II. 与...

III. 数学课—教学改革—研究—初中

IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 098494 号

人民教育出版社 出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京四季青印刷厂印装 全国新华书店经销

2004 年 12 月第 1 版 2005 年 3 月第 1 次印刷

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张: 24.5 插页: 2

字数: 603 千字 印数: 0 001~2 000 册

定价: 45.00 元 (上、中、下册)

数学教育创新工程，全面推进素质教育，深化课程改革，大力提高教育质量，全面提高国民素质，为全面建设小康社会提供人才保障。

从 书 总 序

会 考 卷

民 华 年 1002

面对 21 世纪科学技术迅猛发展，社会生活、生存条件急剧变化，数学、系统学与计算机广泛地应用于自然科学与社会科学各个领域以及人类社会各个方面的知识经济新时代，在基础数学教育中，如何坚持教育创新，深化教育改革，如何提高教育质量，促进人的全面发展，这是时代的要求，历史性的任务。也是形成全民学习、终身学习的学习型社会，实现全面建设小康社会的教育目标。

根据十六大精神，当代中国的基础数学教育，一要牢牢坚持“三个面向”发展社会主义先进文化的前进方向；二要全面贯彻党的教育方针与“三个代表”的重要思想；三要研究现行课程、教材的继承、改革与发展的重要课题；四要充实适应先进生产力发展要求的先进的科学文化知识。特别要充实数学在现代科学技术、国民经济、社会生活等各个领域中的新的应用。所以数学机械化、数学与系统学、数学与计算机、数学与经济、数学与生物等新领域，已经成为广大教师、教材编写者、教研员的终身学习的重要内容；五要遵照“解放思想，实事求是，继往开来，与时俱进”的精神，建立一条具有中国特色的数学教育现代化的新体系。

以上五点，就是我们编写本丛书的根本指导思想和主要内容。也是本丛书每位作者的努力方向。我们深知基于中学教材又高于中学教材，编好这套丛书比编好大学教材更困难。但是，我们决心要使丛书的内容，不仅能让广大数学教师、教研员与教材编写者都能

学得懂、用得上，也能成为深受大、中学校的学生、家长和数学爱好者喜爱的数学教育创新读物。

有 总 讲 从

编委会
2004年元月

国家数学教材、教学用书，是供中小学数学教师使用的主要教材。本书分上下两册，上册为初中数学教材，下册为高中数学教材。本书在编写过程中，广泛征求了广大一线教师的意见和建议，力求做到概念清晰、重点突出、例题典型、习题丰富、层次分明、循序渐进。本书可作为广大一线教师的教学参考书，也可作为广大学生的自学用书。

本书共分两册，上册为初中数学教材，下册为高中数学教材。本书在编写过程中，广泛征求了广大一线教师的意见和建议，力求做到概念清晰、重点突出、例题典型、习题丰富、层次分明、循序渐进。本书可作为广大一线教师的教学参考书，也可作为广大学生的自学用书。

本书共分两册，上册为初中数学教材，下册为高中数学教材。本书在编写过程中，广泛征求了广大一线教师的意见和建议，力求做到概念清晰、重点突出、例题典型、习题丰富、层次分明、循序渐进。本书可作为广大一线教师的教学参考书，也可作为广大学生的自学用书。

序

我与于琛同志是1949年在大学读书期间相识的。大学毕业后，他留校做数学教学与科研工作。

1977年七、八月间，邓小平同志提出要编写全国统一的中小学教材，1978年入学的新生要用上新教材。因编写任务十分紧迫，从全国借调百余名编辑人员同原人民教育出版社编辑干部，参加教育部召开的全国中小学教材工作会议，开始新教材的编写工作。于琛同志被调来任数学组组长，主持《全日制十年制中小学数学教学大纲》的草拟与全国中小学通用教材的编写工作。教材会议后，他调人民教育出版社数学室任副主任、副编审、特约编审等。于琛同志长期在大学从事数学与泛函分析的近似方法与不动点理论的科研工作，对现代数学发展趋势有所研究和了解。来京工作后，对我国数学教学内容改革与数学问题解决的理论与实践进行了大量研究，曾在国内外学术会议与刊物上发表论文数十篇。

我与于琛同志在一起工作有十几年时间，古稀之年先后离开工作岗位。他离休后，继续进行系统科学与数学教学的研究工作。先写成《数学问题的解决》专著，由东北师范大学出版社出版。2001年，他赴美国探亲，收集了不少国外的、也包括美国的中学数学教改与数学教学资料，参照我国新课标的内容，进行深入研究。写成《初中数学继承改革与创新》中册，2002年回国后，又用一年多时间完成了（上册与下册）的书稿。三册书稿完成后，把一大堆书稿让我看，还给我一个硬任务，就是要写一篇序。我已离开工作岗位多年，身体健康情况不太好，加以对国内外中小学数学改革动态知之甚少，让我给带有创意的这套中学数学教学参考书

写序，确有些为难。可是翻开书稿慢慢看下去，感到这套书确有些新思路，提出一些新问题，有独特风格、特点，有些新意。于琛同志在古稀之年还继续为我国中学数学教育改革进行大胆探索研究，精神可贵，而且所提出的一些问题，似可供从事数学教学和研究的同志共同研究和探索。

现在我把读过全部书稿后提出的如下三点，作为“读后感”罢。

一、突出算法，发扬中国数学中的独特风格。

该书从正方形出发，以数学机械化代替公理化，发扬我国古代数学的独特风格体系。现行教材中，平行公理是欧氏几何的主要特征。在教空间与图形中，先讲平行四边形，再讲矩形和菱形，最后讲正方形，即正方形是特殊的平行四边形。这种定义，不仅没有突出正方形的本质属性，也不利于用正方形研究其他图形。该书在空间与图形中，用正方形定义平行线，比长期以来举世公认的平行线定义更易判定，而且平行线无交点、平行线唯一的两个公理也能证明。从正方形出发研究正方形与三角形问题，三角形所有全等公理都得到证明。用正方形证明勾股定理，是我国古代几何的重大成就。该书根据我国古代的“出入相补原理”，用正方形的分割证明勾股定理，不仅证法有无限多种，而且证明同理同法。在正方形与圆的问题中，从圆的内接正方形，既能给出圆的有关概念和性质，还能发现过三点作圆、直径与弦、圆与角的相关定理。另外，从圆的内接与外切正方形中，还可以发现相交弦与弦切角定理等。从正方形的内切圆图形中，也能发现切线的性质、判定与切线长定理。

从上述各点，我们看到数学家（C·J·凯塞）的名言是十分正确的，他说：“数学的黄金时代不是欧几里得时代，而是我们的时代。”吴文俊院士的看法也是有启发意义的。他说：“一个定理的证明，也无非是说明知道定理正确无误而已，还不足以说明真正‘懂得’了这个定理。……但更重要的应是定理之为何发明，如何

发明，起何作用等这一类问题。”

上述特点为我们提出如下问题：是否从正方形出发，古为今用，洋为中用，建立一条具有中国特色的基础数学教育新体系，应当成为面向 21 世纪初期数学教育改革与发展的新问题。

二、突出问题，发扬数学教育中问题解决系统的教育功能。

问题解决是 20 世纪 80 年代以来国际数学教育的热门话题，它和我国数学中突出问题、突出算法的悠久历史密切相关。该书在初中数学部分提出 47 个问题，大部分与正方形直接或间接相关。这样，既体现了该书的独特风格，又从整体上加强了章与章、问题与问题之间的联系。该书对每个问题又采用问题解决系统的思想方法，即遵循整体性、相关性、功能性和适应性的原则加以解决。

问题解决是一个心理过程。该书采用的问题解决系统，是由问题、分析、解法、求解、研讨、结论六个元素所组成，其基本特点是：问题为中心；分析找关键；解法应求全；求解限条件；研讨看无解；结论重发现。因此，问题解决系统既是化繁为简、化难为易、深入浅出的有步骤的思考系统，同时它还是既能发挥教师的主导作用，又能以学生为主体，从学生实际出发，可由学生主动参与和自行选择的多层次、多功能的学习系统。按照问题解决系统进行学习与探索，各种不同程度学生的学习能力、思考能力与创新能力都能不同程度得到培养与提高。例如该书在数与函数中用问题解决系统解决“八数两圆”问题，不仅能让学生对初中数学的主要内容，即关于数、式、函数、方程、不等式有所了解，而且能看到问题解决系统这种创造性教育的巨大功能。因为八数两圆是涉及一系列有多项答案的综合性问题，教师既可以提出主要问题，学生也可以从中发现各种不合常规的新问题。而人们在问题解决过程中的心理活动与认识规律，同创造思维的培养与开发又是相互促进的。创造思维方式中有集中思维和发散性思维。前者是在多种途径中寻找最佳答案，后者则要求寻找尽可能多的答案。用问题解决系统解决

每一个问题，既要找出最佳答案，即基本解，又要寻找最多答案，即所有解，非常有利于学生创造精神与实践能力的培养。

对八数两圆问题，该书也给出一种常规解法。它和现行教科书中的例题解法一样，简单易行，便于记忆。但这种解法只知其一，不知其二，而且不利于学生创造思维的培养和训练。该书从问题解决过程中所体现的问题解决系统的巨大教育功能，不仅有利于学生创造思维能力的培养，而且它还解决了传统的尝试法很难解决的问题。用尝试法解决八数两圆问题，每种填法的成功率只有 $\frac{40}{320}$ 分之一，而利用问题解决系统，人人都能解决八数两圆问题，而且还能看到从一个基本解到所有解、解与解之间、解与条件之间、有解与无解之间的变化规律。从初中开始就能让学生直观地感受到只有高中才能学到的变换、对称、排列等实际训练。可见，从问题解决出发，在数学课程、教材、教学改革中，如何使教与学相结合、学习与研究相结合、问题解决系统的研究与实验相结合，促进学生的学习能力、思考能力与创新能力的培养，这是该书向我国数学教育工作者提出的又一个新问题。

三、突出改革，坚持“三个面向”方向，贯彻“三个代表”重要思想。

江泽民同志在十六大政治报告中指出：“牢牢把握先进文化前进方向。在当代中国，发展先进文化，就是发展面向现代化、面向世界、面向未来的民族的科学的大众的社会主义文化。”面向 21 世纪科学技术迅猛发展和高素质人才的培养，人们都充分认识到，数学是科学技术的基础，是理解信息社会的一种强有力的工具。在科学技术高度发展的社会，社会生活急剧变化，电子计算机的应用像语言一样人人都不可缺少的媒体时代，在学校里学什么和怎样学，人们应当具有什么样的知识与能力，才能主动适应这些变化，这是教育工作者都要回答的问题。20 世纪 80 年代以后，世界各国都把学校的数学教育放在突出地位，对中学数学教育进行大力改革，努

力培养学生具有分析问题、解决问题的能力 and 创新精神。为实现这样的数学教学要求，该书做了较大改革，主要还有以下几个方面：

1. 在现行教材中精选体现先进文化前进方向的内容，以先进的文化促进基础知识和基本技能的发展。

该书在图形与图形中指出，线段与点在孤立静止的条件下是不同的。但是在无限趋近条件下，又可以看作是相同的。线段的这种基本性质，已经在计算机图形中得到了广泛应用。该书根据这些性质，在多处充实了在现代数学中广泛应用的极限的思想方法。同时，还为初等几何改革开辟一条把孤立静止图形与运动变化的图形相结合的新途径。因此，线段的基本性质既能适应先进生产力发展的要求，又能体现先进文化的发展方向。

2. 在现行数学教材中如何渗透先进的数学思想方法，建立有中国特色的数学课程新体系和知识的新结构，也是数学教学内容更新的一个重要方面。

该书在讲授数与函数时，尽量渗透数与形相联系的思想方法。在书的引言中，就用“八数两圆”问题，提出数与式、方程与不等式问题，而且渗透了变量与函数概念，在函数及其图象中，先在低年级讲授一次函数及其图象，在高年级讲二次函数及其图象，同时渗透了二次函数的变化率。该书从正方形引出分解因式、数的开方与二次根式，并且从整式与分式的联系中渗透了函数的变化率。

再如，该书从正方形出发，研究空间与图形，不仅体现了中国数学的独特风格，也充分突出了相等关系在研究空间与图形中的地位和作用。前面已经说过该书用四条边相等，四个角都是直角定义正方形。这样定义既突出了正方形的本质特征，又便于正方形的判定与应用。同时，根据两个相等关系的适当变化，还可以给出矩形、菱形、平行四边形及梯形等各种四边形的定义及其基本性质，从整体上实现了四边形的知识结构的优化组合。该书进一步对“九数八线”（简称“宝方”）问题进行了研究，

它不仅再次充分体现了问题解决系统的巨大教育功能,而且发现了算术宝库中许多新的接触点。该书指出“宝方”至少有如下四件真宝:

- (1) “宝方”是一个完整的无限的有趣的题库;
- (2) “宝方”中既有最早的“方阵”数学原型,又有便于早期教育的三维向量模型,研究“宝方”有利于渗透现代数学的思想方法,促进数学教学内容的更新;
- (3) 数轴中每一个数与“宝方”中一个相应问题是一一对应的,即“宝方”与数轴之间存在一个完全意外的接触点;
- (4) “宝方”实现了数学问题解决与系统的思想方法的密切联系,既符合先进文化的前进方向,又能充分体现系统功能在数学教育中的巨大作用。

由此可见世界著名的数学家 C·F·高斯的名言是正确的。他说:“算术给予我们一个用之不尽的、充满有趣真理的宝库,这些真理不是孤立的,而是以相互最密切的关系并立着,而且随着科学每一成功的进展,我们不断地发现这些真理之间的新的完全意外的接触点。”

3. 在现行数学教材中,如何充实适应先进生产力发展要求的先进的科学文化知识,这是时代的要求,历史性的任务。

如何充实数学在现代科技、国民经济、社会生活等各个领域中的新应用,是教学内容更新的一个重要方面。人民教育出版社即将出版《现代科技与数学教育创新丛书》,其中《数学机械化》、《数学与系统科学》、《数学与计算机》、《数学与生命科学》就是数学在上述各领域中的新的应用。这些内容已经成为数学教育工作者终身学习的重要内容,如何在中学数学教材和教学中,适当地充实这些方面的新内容,也是每个数学教育工作者所面临的又一个新问题。《初中数学继承改革与创新》是丛书中的三册,对现行教材中,如何运用系统学中的思想和吴文俊的机械化的方法,都做了一些研究

与探索. 是教学内容更新的又一个新思路.

4. 如何编写出既能促进学生全面、持续、和谐的发展, 又能适应未来经济、社会发展需要的新教材, 这是新时期又一个新问题.

这种新教材除上述三个特点外, 还应当具有如下特点: 即基础性与先进性相结合、统一性与灵活性相结合、课内与课外相结合、古与今相结合、数与形相结合、数与序相结合、内容与方法相结合、数学与电脑相结合、数学与系统相结合的新特点.

该书从现行教材出发, 在总结改革开放 26 年来基础数学教育的经验教训的基础上, 对初中数学的继承、改革与创新问题, 提出了一些想法和做法. 我相信这些问题是值得研究的, 这些想法和做法会对读者有所启迪, 也希望广大教师、教研员与教材编写者共同进行研究与实验, 对数学教学内容的更新作出新的贡献.

张奎恩

2003 年国庆于北京

前 言

本书遵照邓小平同志的“教育要面向现代化，面向世界，面向未来。”的教改方向，从加强素质教育出发，从教学内容更新、教学过程优化、教学方式方法改革入手，对初中数学的继承、改革与创新问题进行了研究。为此，对数学与数学教育、数学教学改革与创新、数学问题解决及其系统，提出了解决这些问题的初步想法与做法。本书主要特点如下：

1. 突出发展。吴文俊的“数学概况及其发展”，让我们不仅能了解数与形两大基本概念的提炼、演变与发展以及数学科学的发展，而且还能了解我国基础数学教育的发展。他指出：“我国古代在数学方面，创造了丰富多彩的理论和方法，为人类作出了很大的贡献。”“为了提高整个中华民族的科学文化水平，加速实现四个现代化的步伐，必须大幅度提高基础教育的质量。因此，把较高的基础知识有条件地适当地纳入较低的基础教材之内，已是一项提到教材改革日程上来的问题。”“从有史以来直到17世纪包括解析几何与微积分为止的全部数学，……基本上都已（或应已）压缩在十来年的中小学教科书中。”

2. 突出方向。通过“数学教育”有关论述可知，邓小平同志1983年教育要“三个面向”的题词所指引的方向，不仅与1977年对教材改革的批示是相同的，与江泽民同志“三个代表”重要思想对教学内容改革的要求也是相同的。本人在高等学校工作近30年，深感不论党政工作、教学工作与科研工作，只有从实际出发，坚决贯彻教育方针，坚持正确的教育改革方向，认真总结，努力实践，各项工作才能取得优异成绩，

才能找到今后工作的新起点。

从1977年9月起，本人参加教育部召开的中小学教材工作会议（会期三年），主持全日制十年制学校中小学数学教学大纲的草拟与小学、初中、高中通用数学课本的编写工作，感受最深的也是教育改革方向问题。

1977年9月初，我们数学组几位老同志，研究了日本、美国、英国、法国、西德五个国家36种大纲、教材之后，给中央写了《教育革命的简报》（增刊第24期，1977年9月15日），提出五国教材都对传统的数学内容进行了很大改进，充分吸收了现代科学基础知识的情况，并汇报了我們如何吸收外国教材中先进的东西，结合我国情况编写中小学教材的初步想法。邓小平同志在四天后（1977年9月19日）批示指出：“我看了你们的外国教材情况简报，看来，教材非从中小学抓起不可，教书非教最先进的内容不可，当然，也不能脱离我国的实际情况。”（《邓小平文选》第66页）。

1983年国庆前夕，邓小平同志为北京景山学校题词指出：“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”。

1993年2月13日，《中国教育改革和发展纲要》指出：“在新的形势下，教育工作的任务是：遵循党的十四大精神，以建设有中国特色的社会主义理论为指导，坚持党的基本路线，全面贯彻教育方针，面向现代化，面向世界，面向未来，加快教育改革与发展，进一步提高劳动者素质，培养大批人才。”

江泽民同志在十六大政治报告中指出：“牢牢把握先进文化前进方向。在当代中国，发展先进文化，就是发展面向现代化，面向世界，面向未来的，民族的科学的大众的社会主义文化。”由此可见，教育要“三个面向”，既是邓小平同志提出的新时期我国教育面临的新形势和新任务，教育事业改革与发展的战略方向，又是江泽民同志指出的发展先进文化的前进方向。因此，坚持

“三个面向”方向，落实“三个代表”重要思想，是本书始终坚持的最根本的指导思想。这是时代的要求，历史性的任务，也是老一辈专家学者和全国各族人民对基础教育的迫切愿望。

3. 突出改革与创新。面对教育改革与创新的新形势，既要全面贯彻教育方针，又要坚持“三个面向”教改方向，更要坚决贯彻落实“三个代表”重要思想。

如何遵照上述教育改革指导思想，研究初中数学继承、改革与创新问题，是数学教育工作者新世纪所面临的新的任务。本书提出如下几个问题需要研究：

(1) 在现行教材中，如何把精简用处不大的内容，同精选体现先进文化前进方向的内容结合起来？以先进文化促进基础知识和基本技能的发展。

(2) 在现行教材中，如何充实适应先进生产力发展要求的先进的科学文化知识？如何充实数学在现代科技、国民经济、社会生活等各个领域中的新应用。本书在数学与系统科学，数学与计算机、数学机械化等方面做了一些研究与探索。

(3) 在现行教材中，如何弘扬中国古代数学的独特风格？如何建立一条具有中国特色的数学教育现代化新体系。本书从正方形出发，以数学机械化代替公理化，发扬了我国古代数学的独特风格。

(4) 在现行教材中，如何把问题解决与系统方法结合起来？本书对数与形两大部分，共提出 47 个问题，大部分问题都与方圆直接或间接相关。这样既体现了本书的独特风格，又从整体上加强了章与章之间、问题与问题之间、概念与概念之间的联系。本书对每个问题又采用问题解决系统（即整体性、相关性、功能性、适应性）去解决，加强学生学习能力、思考能力与创新能力的培养。

(5) 在现行教材基础上，如何编写出适应学生全面发展的、统一性与灵活性相结合的、基础性与先进性相结合的、课内与课外相结合的、古与今相结合的、数与形相结合的、数与序相结合的、内

容与方法相结合的、数学与电脑相结合的新教材？
 本书提出，为了解决这些问题，不仅要坚持“三个面向”教育改革方向，还要坚决依靠广大教师、教研员、教材编写者，在数学家和数学教育家正确意见指导下，认真总结 27 年来数学教育改革经验教训基础上，对基础数学教育继承、改革与创新问题，作出科学的民主的决策。并且要有充分的时间与空间，让第一线的人员研究与实验。本书对解决上述问题，采用问题解决系统，给出的具体想法与做法，仅供第一线数学教育工作者研究与实验的参考。

本书的主要阅读对象是初中数学教师和学生、教研员与教材编写者。也可供广大数学研究人员、数学教育工作者以及大专院校师生和数学爱好者参考。

由于这项研究是新的工作，加上作者水平的限制，考虑不周之处在所难免，敬请专家和读者批评指正。

于琛
 2004 年元月

内 容 提 要

本书遵照邓小平同志教育要“三个面向”的改革方向，对改革开放以来基础数学教育改革的指导思想和主要特点，进行了回顾与探索。从现行教材出发，对中学数学教学内容更新、教学过程优化、教学方式方法改革进行了研究。对问题解决系统，对初中数学的继承、改革与创新问题，提出了具体的想法与做法。这样做，不仅有利于激发学生学习数学的兴趣、树立学好数学的信心，也有利于发现问题、提出问题、分析问题、解决问题，学习能力、思考能力与创新能力的培养与提高。同时，还探索了如何发扬中国古代数学突出问题、突出算法的优良传统，如何建立具有中国特色的基础数学教育现代化新体系等问题。

本书的主要阅读对象是初中数学教师和学生、教研员与教材编写者。也可供广大数学教育工作者、高校师生和数学爱好者参考。