



21世纪全国本科院校电气信息类**创新型**应用人才培养规划教材

物理光学理论与应用

主 编 宋贵才
副主编 全 薇 王 新



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材

物理光学理论与应用

主 编 宋贵才

副主编 全 薇 王 新



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书从光的电磁理论出发,系统、深入地讨论了光在介质中传播时发生的基本现象和遵循的基本规律。全书内容共分6章:光在各向同性介质中的传播规律;光在各向异性介质中的传播规律;介质对光的吸收、色散和散射;光的干涉理论与应用;光的衍射理论与应用;光的偏振理论与应用。

本着厚基础、重应用,使读者学以致用理念,本书全面、系统地讲述了光学现象的物理实质和光学原理在工业、农业、国防和科学研究等方面的应用。

本书可作为光信息科学与技术专业、应用物理专业、电子科学与技术专业、光电子技术科学专业以及光学工程专业本科生的专业基础教材,也可供从事与光学学科相关专业学习和研究的师生以及科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

物理光学理论与应用/宋贵才主编. —北京:北京大学出版社,2010.3

(21世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材)

ISBN 978-7-301-16914-8

I. 物… II. 宋… III. 物理光学—高等学校—教材 IV. 0436

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第020514号

书 名: 物理光学理论与应用

著作责任者: 宋贵才 主编

策划编辑: 李 虎

责任编辑: 姜晓楠

标准书号: ISBN 978-7-301-16914-8/O·0811

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路205号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> <http://www.pupb.com>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

电子邮箱: pup_6@163.com

印 刷 者: 三河市北燕印装有限公司

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787毫米×1092毫米 16开本 20印张 465千字

2010年3月第1版 2010年3月第1次印刷

定 价: 32.00元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024

电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

前 言

《物理光学理论与应用》这本书着重讲解干涉、衍射、偏振等光学现象的物理实质；着重讲解光学理论和光学仪器在微距、小角度、物质成分和含量、表面检测等方面的应用。

本书的教学时数为 64 学时。全书共分 6 章：第 1 章，从光的电磁理论出发，着重讨论光在各向同性介质中的传输规律，以及光在介质表面的反射和折射规律；第 2 章，在介绍晶体基本特性的基础上，重点讨论光在单轴晶体和双轴晶体中传播时的基本规律以及光在晶体表面上的反射和折射规律；第 3 章，在光与物质相互作用的经典理论基础上，讨论介质对光的吸收、色散和散射现象的本质和所遵循的基本规律，并介绍它们在物质成分、含量和浓度分析与检测等方面的应用；第 4 章，主要讨论双光束干涉、多光束干涉、干涉仪器以及干涉的应用；第 5 章，在惠更斯-菲涅耳衍射理论的基础上，详细讨论基尔霍夫标量衍射理论，并用傅里叶变换的方法来处理夫琅禾费衍射，介绍衍射理论在光谱分析等方面的应用；第 6 章，着重研究偏振光的产生，偏振光和偏振器件的琼斯矩阵表示，偏振光的干涉以及偏振光的应用。

本书前后连贯，逻辑性强，便于学习和记忆。本书图表丰富，推演过程详细，便于理解和掌握。本书各节都有要点总结，便于对重点知识的把握。本书各章后面有小结和应用实例，并附有与讲述内容联系紧密并且实用性强的习题，便于学以致用。

本书可作为光信息科学与技术专业、应用物理专业、电子科学与技术专业、光电子技术科学专业以及光学工程专业的本科生专业基础教材，也可供从事与光学学科相关专业学习和研究的师生以及科技人员参考。

本书由宋贵才编写第 2、5、6 章，全薇编写第 3、4 章，王新编写第 1 章。宋贵才统编全稿，解辉、钟亮对全书进行了校订，并由梁柱主审。本书在编写过程中得到了张喜和、金光勇、马文联的大力支持，也得到了赵振明、李昌立、吕彦飞和雷建国的帮助，在此向他们表示诚挚的感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在不足之处，殷切期望广大读者批评指正。

编 者
2010 年 1 月

目 录

绪论	1	1.8.2 反射波与折射波的方向	32
第 1 章 光在各向同性介质中的传播规律	3	1.9 菲涅耳公式	32
1.1 麦克斯韦方程组	4	1.9.1 S 波的反射系数与透射系数	33
1.1.1 积分形式的麦克斯韦方程组	4	1.9.2 P 波的反射系数与透射系数	34
1.1.2 微分形式的麦克斯韦方程组	6	1.9.3 菲涅耳公式的讨论	35
1.1.3 电磁场常用公式	7	1.9.4 斯托克斯倒逆关系	37
1.2 电磁场的波动方程	8	1.9.5 反射率与透过率	38
1.2.1 波动方程	8	1.10 全反射	41
1.2.2 电磁波	9	1.10.1 反射系数变化	41
1.3 平面电磁波	11	1.10.2 位相变化	41
1.3.1 平面电磁波的解	11	1.10.3 倏逝波	43
1.3.2 平面电磁波的表示方法	12	1.11 光在金属表面的透射与反射	44
1.3.3 平面电磁波的性质	13	1.11.1 金属内的透射波	44
1.3.4 平面波电磁波的叠加	14	1.11.2 金属表面的反射	46
1.4 球面波与柱面波	17	小结 1	48
1.4.1 球面波	17	应用实例 1	49
1.4.2 柱面波	19	习题 1	51
1.5 光驻波	21	第 2 章 光在各向异性介质中的传播规律	54
1.5.1 波节与波腹	21	2.1 各向异性晶体概述	55
1.5.2 驻波实验	22	2.1.1 各向异性晶体的基本性质	55
1.6 复色光波	24	2.1.2 寻常光与非寻常光	56
1.6.1 光学拍	24	2.1.3 晶体的光轴	56
1.6.2 相速度与群速度	26	2.1.4 主平面、主截面与入射面	56
1.6.3 多个不同频率光波的叠加	27	2.1.5 介电张量与折射率张量	57
1.7 电磁场的边值关系	28	2.1.6 张量的变换	57
1.7.1 磁感应强度与电感应强度所满足的边值关系	28	2.2 光在晶体中传播的基本规律	59
1.7.2 电场强度与磁场强度所满足的边值关系	29	2.2.1 晶体中单色平面波的各矢量关系	59
1.8 光在介质表面的反射与折射	31	2.2.2 晶体中光波的相速度与光线速度	60
1.8.1 入、反、折三波的频率与波矢关系	31	2.2.3 晶体中 E 与 D 的关系	61



2.3 晶体的菲涅耳方程..... 62	3.2.2 吸收光谱 115
2.3.1 波矢菲涅耳方程..... 62	3.3 介质对光的色散 117
2.3.2 光线菲涅耳方程..... 64	3.3.1 正常色散与反常色散..... 117
2.4 折射率椭球方程..... 65	3.3.2 光在色散介质中的传播..... 120
2.4.1 折射率椭球..... 65	3.3.3 色散率 120
2.4.2 单轴晶体的折射率椭球..... 66	3.4 介质对光的散射 121
2.4.3 双轴晶体的折射率椭球..... 68	3.4.1 光的散射及其形成原因..... 121
2.5 光在单轴晶体中的传播规律 71	3.4.2 散射的种类 122
2.5.1 波矢菲涅耳方程的解 72	小结 3 127
2.5.2 o 光和 e 光的振动方向 73	应用实例 3 127
2.5.3 e 光的离散角 74	习题 3 128
2.6 波矢折射率曲面与光线折射率曲面 ... 75	第 4 章 光的干涉理论与应用 130
2.6.1 波矢折射率曲面方程..... 75	4.1 产生干涉的条件 131
2.6.2 光线折射率曲面方程..... 78	4.1.1 干涉的基本条件 131
2.6.3 激光倍频 80	4.1.2 实现干涉的基本方法..... 132
2.7 波矢曲面方程与光线曲面方程..... 82	4.1.3 干涉场强度分布 132
2.7.1 波矢面方程..... 82	4.2 杨氏双缝干涉 134
2.7.2 光线面方程..... 85	4.2.1 杨氏双缝干涉的原理..... 134
2.8 波矢速度面与光线速度面..... 88	4.2.2 杨氏双缝干涉的强度分布..... 134
2.8.1 波矢速度面方程..... 88	4.2.3 其他分波前干涉 136
2.8.2 光线速度面方程..... 90	4.3 等倾干涉 139
2.9 光在晶体表面的反射与折射 93	4.3.1 等倾干涉的原理 139
2.9.1 双反射与双折射 93	4.3.2 等倾干涉图样 140
2.9.2 斯涅耳作图法..... 94	4.4 等厚干涉 142
2.9.3 惠更斯作图法..... 96	4.4.1 等厚干涉的原理 143
2.10 双轴晶体产生的锥形折射 99	4.4.2 等厚干涉图样 143
2.10.1 内锥形折射 100	4.5 影响干涉条纹对比度的因素..... 146
2.10.2 外锥形折射 101	4.5.1 光源大小的影响 146
小结 2 103	4.5.2 光源非单色性的影响..... 149
应用实例 2 103	4.5.3 两相干光波振幅比的影响..... 151
习题 2 105	4.6 双光束干涉仪 151
第 3 章 介质对光的吸收、	4.6.1 平面干涉仪 151
色散与散射 109	4.6.2 球面干涉仪 154
3.1 光与物质相互作用的经典理论 110	4.6.3 迈克尔逊干涉仪 155
3.1.1 电磁理论 110	4.6.4 泰曼干涉仪 158
3.1.2 色散与吸收曲线..... 112	4.6.5 马赫-泽德干涉仪 159
3.2 介质对光的吸收..... 113	4.7 多光束干涉 161
3.2.1 吸收定律 114	4.7.1 多光束干涉的强度分布..... 162



4.7.2 多光束干涉图样的特点.....	163	5.4.4 卷积及其性质	208
4.7.3 透射光的特点.....	164	5.4.5 δ 函数及其性质	209
4.8 法布里-珀罗干涉仪	166	5.5 照明函数和孔径函数的具体	
4.8.1 法布里-珀罗干涉仪的		表达形式	210
结构与原理.....	166	5.5.1 照明函数的具体表达形式.....	210
4.8.2 法布里-珀罗干涉仪的		5.5.2 常用函数的定义及其傅里叶	
应用	168	变换频谱	212
4.9 单层光学薄膜.....	172	5.5.3 孔径函数的具体表示.....	216
4.9.1 单层膜的反射率.....	172	5.6 利用傅里叶变换处理夫琅禾费	
4.9.2 单层膜的种类.....	174	衍射	217
4.10 多层介质膜.....	176	5.6.1 单缝衍射	217
4.10.1 等效折射率.....	177	5.6.2 双缝衍射	220
4.10.2 多层介质膜的反射率.....	177	5.6.3 矩形孔衍射	222
4.10.3 常用多层介质膜.....	180	5.6.4 圆孔衍射	223
4.10.4 多层介质膜应用.....	182	5.6.5 圆盘衍射	224
小结 4	183	5.7 衍射光栅	225
应用实例 4	184	5.7.1 光栅衍射	225
习题 4	187	5.7.2 光栅的分光本领	231
第 5 章 光的衍射理论与应用	191	5.8 闪耀光栅	233
5.1 惠更斯-菲涅耳原理	192	5.8.1 闪耀光栅的结构	233
5.1.1 惠更斯原理.....	192	5.8.2 闪耀光栅的分光原理.....	234
5.1.2 惠更斯-菲涅耳原理概述	193	小结 5	236
5.1.3 菲涅耳波带法.....	194	应用实例 5	236
5.2 基尔霍夫衍射理论.....	196	习题 5	238
5.2.1 亥姆霍兹-基尔霍夫积分		第 6 章 光的偏振理论与应用	242
定理	196	6.1 偏振光概述	243
5.2.2 菲涅耳-基尔霍夫衍射公式.....	198	6.1.1 自然光与偏振光	243
5.2.3 基尔霍夫衍射公式的近似.....	199	6.1.2 获得偏振光的方法.....	244
5.3 夫琅禾费衍射.....	203	6.1.3 偏振度	247
5.3.1 夫琅禾费衍射装置.....	203	6.1.4 马吕斯定律与消光比.....	248
5.3.2 透镜的位相变换作用.....	204	6.2 正交偏振光的叠加	249
5.4 处理衍射用傅里叶变换与有关		6.2.1 椭圆偏振光	249
函数	206	6.2.2 偏振椭圆分析	250
5.4.1 傅里叶变换简介.....	206	6.3 偏振光学元件	252
5.4.2 常用函数的傅里叶变换对	207	6.3.1 偏振棱镜	252
5.4.3 傅里叶变换定理.....	207	6.3.2 波片	255
		6.3.3 补偿器	256
		6.3.4 偏振光检验	257



6.4 偏振光与偏振光学元件的矩阵表示	259	6.7.3 法拉第效应应用举例	279
6.4.1 偏振光的矩阵表示	259	6.8 电光效应	280
6.4.2 偏振器件的矩阵表示	262	6.8.1 电致折射率变化	280
6.4.3 琼斯矩阵的应用	266	6.8.2 KDP 晶体的电光效应	281
6.5 偏振光的干涉	268	6.8.3 LiNbO ₃ 晶体的电光效应	283
6.5.1 平行偏振光的干涉	268	6.8.4 纵向电光效应和横向电光效应	286
6.5.2 会聚偏振光的干涉	272	6.8.5 电光效应应用	288
6.6 物质的旋光效应	274	小结 6	289
6.6.1 物质的旋光效应概述	274	应用实例 6	289
6.6.2 物质旋光效应的解释	276	习题 6	291
6.6.3 科纽棱镜	277	术语英-汉索引	294
6.7 磁光效应	278	习题参考答案	304
6.7.1 法拉第效应	278	参考文献	310
6.7.2 磁致旋光效应的解释	279		



绪 论

人们都知道，没有光，人和动植物将不能生存。那么，光是什么？这个问题一直是科学家们研究和探讨的，至今为止，人们对光的本质的认识仍然在继续着。

经过漫长的发展过程，在 17 世纪下半叶，对光的认识有了两种针锋相对的观点：一种是以牛顿(Newton, 1642—1727)为代表的微粒说，另一种是以惠更斯(Christiaan Huygens, 1629—1695)为代表的波动说。微粒说认为，光是由光源飞出来的微粒流，光在介质中传播时，光速的变化是介质对微粒产生引力的结果，并预言光在密度大的介质中的传播速度大于光在密度小的介质中的传播速度。波动说则认为，光是类似于水波、声波在“以太”中传播的弹性波，并认为光在密度大的介质中的传播速度小于光在密度小的介质中的传播速度。无论是微粒说，还是波动说，都对光的反射、折射等现象进行了解释，但在折射定律的解释上却存在着明显的分歧。由于在当时牛顿威望很高，多数人都接受了牛顿的观点，因而 18 世纪微粒说占主导地位。

到了 19 世纪，杨(Thomas Young, 1773—1829)和菲涅耳(Augustin-Jean Fresnel, 1788—1827)对波动说的发展起到了决定性作用。1801 年，杨氏做了双缝干涉实验，并第一次成功地测定了光的波长。1815 年，菲涅耳用杨氏干涉原理补充了惠更斯原理，形成了菲涅耳-惠更斯原理。运用这个原理不仅可以解释光在均匀介质中的直线传播，而且还能解释光通过障碍时所发生的衍射现象。因此，它是波动光学的一个重要原理。1808 年，马吕斯(Etienne Louis Malus, 1775—1812)发现了光在两种介质的界面上反射时的偏振现象，随后菲涅耳和阿喇果(Arago, 1768—1853)对光的偏振现象和偏振光的产生进行了研究。为了解释这些现象，杨氏在 1817 年提出了光波是横波的假设。横波的假设很好地解释了光的偏振现象。但这时仍然把光波看作是在“以太”中传播的弹性波，至于“以太”是什么，仍难自圆其说，这样波动理论存在的问题也就显露出来。

1845 年，法拉第(Michael Faraday, 1791—1867)发现了光的振动面在强磁场中的旋转，揭示了光学现象和电磁现象的内在联系。1856 年，韦伯(Weber, 1804—1891)和柯尔劳斯(Kohlrausch, 1809—1858)在做电学实验时发现，电荷的电磁单位和静电单位的比值等于光在真空中的传播速度。从这些现象中人们得到启示，即在研究光学现象时，必须和其他物理现象联系起来考虑。

对光波动的完整理论描述是在 19 世纪中叶，1865 年，麦克斯韦(James Clerk Maxwell, 1831—1879)在总结前人研究工作的基础上，建立了电磁理论，预言了电磁波的存在，指出光也是一种电磁波。通过解波动方程，得到 $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ 的麦克斯韦关系式。这表明，介质的光学常数与电学常数和磁学常数有着内在的联系。1888 年，光的电磁理论被赫兹(Hertz,



1857—1894)的实验所证实,并测定了电磁波的速度恰好等于光的速度。从此,光的电磁理论被人们普遍承认,麦克斯韦的电磁理论不仅是现代无线电技术的启明星,而且在人们认识光的本性方面向前迈进了一大步。但是,麦克斯韦的电磁理论对当时实验证实的介质的折射率随着波长变化的色散现象无法解释。直到1896年,洛伦兹(Hendrik Antoon Lorentz, 1853—1928)创立了电子论,这一问题才得到解决。洛伦兹认为,在电场力的作用下,电子作受迫振动而产生光的辐射。当光通过介质时,介质中电子的固有频率和外场的频率相同时,则束缚电子变成为较显著的光的吸收体。这样,利用洛伦兹的电子论不仅可以解释物质发射和吸收光的现象,而且还可以解释光在介质中传播时光的色散现象。

在此期间,人们还用多种方法对光的传播速度进行了测量。1849年,斐索(Fizeau, 1819—1896)运用旋转齿轮法。1862年,傅科(Foucault, 1819—1868)利用旋转镜法测量了光在不同介质中的传播速度,并得到了与波动说相同的结论。1887年,迈克尔逊(Albert Abraham Michelson, 1852—1931)进行光速测量时发现,顺着地球自转方向和逆着地球自转方向测量出来的光速相同,这就否定了当时人们公认的静止“以太”的存在,更加确立了光的电磁理论学说。

19世纪末到20世纪初,光学的研究深入到了光的发生、光与物质相互作用的微观结构中。光的电磁理论的主要困难是不能解释光和物质相互作用的某些现象,例如,黑体辐射中能量按波长分布的问题、光电效应问题等。1900年,普朗克(Max Karl Ernst Ludwig Planck, 1858—1947)提出了辐射的量子理论,认为各种频率的电磁波只能以一定的量子方式从振子发射,量子是不连续的,其大小只能是电磁波的频率 ν 与普朗克常数 h 的乘积的整数倍,即 $E = h\nu$ ($h = 6.6255916 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$),从而成功地解释了黑体辐射问题。1905年,爱因斯坦(Albert Einstein, 1879—1955)发展了普朗克的量子理论,把量子论贯穿到整个辐射和吸收过程中,提出了光量子(光子)理论,圆满解释了光电效应问题,并为后来的康普顿(Arthur Holly Compton, 1892—1962)效应所证实。但是,这里所说的光子不同于牛顿微粒说中的粒子,光子是和光的频率联系着的,光同时具有微粒和波动两种特性,即波粒二象性。

至此,人们从光的干涉、衍射和偏振等现象证实了光的波动性;从黑体辐射、光电效应和康普顿效应等又证实了光的粒子性。对于如何将有关光的本性的两个完全不同的概念统一起来,人们进行了大量的探索工作。

1924年,德布罗意(Louis Victor de Broglie, 1892—1987)创立了物质波学说。提出每一种物质的粒子都和一定的波相联系的假设,并把粒子和波通过关系式: $E = h\nu = \hbar\omega$ 和 $\mathbf{P} = \hbar\mathbf{k}$ 联系起来,其中, $\hbar = h/2\pi$ 。这一假设在1927年被戴维孙(Davisson, 1881—1958)和革末(Germer, 1896—1971)电子束衍射实验所证实。后来的一些实验进一步证实像原子、分子、原子核、基本粒子等也都具有波粒二象性。

1926年,薛定谔(Erwin Schrodinger, 1887—1961)建立了物质波所满足的方程,提出了波函数的概念,认为光子的个体是微粒量子,其运动符合波函数,作为光子统计的集合表现出波动性。这一观点使人们对光的本质有了进一步的认识。

20世纪60年代激光问世以后,光学又开始了一个新的发展时期,出现了许多新兴光学学科,例如,傅里叶光学、薄膜光学、集成光学、非线性光学、纤维光学和全息光学等。应当指出的是,人们对光的本性的认识还远远没有完结,随着科学技术的不断发展,人们对光的本性的认识会更加深入、更加完善。

第 1 章

光在各向同性介质中的传播规律



教学目的与要求

- 掌握交变电磁场当中积分形式和微分形式的麦克斯韦方程组
- 掌握电磁场的波动方程和亥姆霍兹方程
- 掌握平面波及其基本性质
- 了解球面波和柱面波的基本特点
- 掌握光波的叠加方法
- 了解电磁场的边值关系
- 了解光在介质表面的反射和折射规律
- 掌握菲涅耳公式和斯托克斯倒逆关系
- 了解全反射及其应用
- 了解光在金属表面的反射和透射特点



本章引言

光波在诸如空气、水和光纤等介质当中传播时，其传播规律与光的传播方向无关，这类介质称为各向同性介质。

当光波在各向同性介质中传播时，需要分析和讨论光波随着时空变化的情况，从而掌握光波随时间和空间变化的基本规律；当光波遇到两种介质的交界面时，需要分析和讨论光波在两种介质的交界面处所满足的边值关系，从而掌握入射波、反射波和透射波之间的振幅、能量、位相和偏振等关系。

在实际中，可以利用光在各向同性介质中的传播规律，解决光波振幅、强度、位相、频率、波长以及速度等随着时间和空间的变化问题；还可以解决介质的折射率、反射率和透过率等问题。光在光纤当中传输就是利用了全反射的原理，而光在光纤当中传输就实现了光通信，图 1.0 为适用于光通信的光缆示意图。

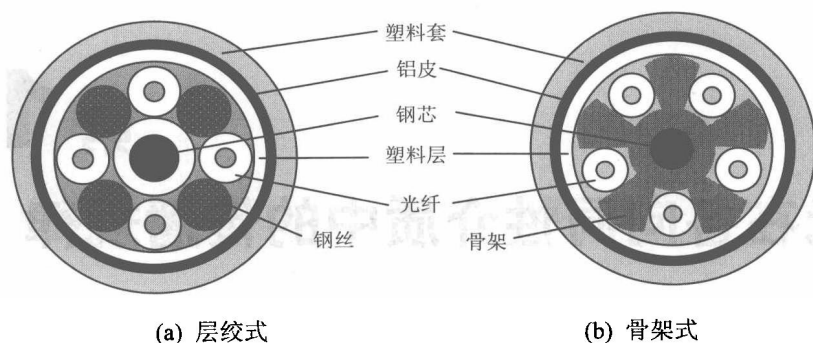


图 1.0 光缆示意图

本章围绕讨论光在各向同性介质中和界面处所遵循的基本规律而展开。首先，利用微分形式的麦克斯韦方程组推导出光波电磁场的波动方程和亥姆霍兹方程。通过在直角坐标系、球坐标系和柱坐标系下解波动方程，得到平面波、球面波和柱面波随时间和空间变化的规律。其次，利用积分形式的麦克斯韦方程组推导出光波电磁场的边值关系，通过电磁场的边值关系得到光波在两种介质的交界处满足的反射、折射定律和菲涅耳公式。再次，通过对全反射以及光在金属表面的反射和透射的分析，加深对光波在各向同性介质中传播规律的理解和掌握。

1.1 麦克斯韦方程组

在电磁学和电动力学当中，电磁场的普遍规律最终被总结为麦克斯韦方程组。通常情况下，光在介质中传播时麦克斯韦方程组可以写成积分和微分两种形式。从麦克斯韦方程组出发，结合具体的边界条件，可以定性、定量地分析和研究在给定条件下发生的光学现象，例如光的反射、折射、干涉、衍射等现象。本节将讨论积分和微分形式的麦克斯韦方程组，并介绍电磁场当中的常用公式。

1.1.1 积分形式的麦克斯韦方程组

在稳恒电磁场当中，电磁现象的基本规律可以概括为以下 4 个基本方程，它们称为积分形式的麦克斯韦方程组。

$$\begin{cases} \oiint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \sum q_i \\ \oiint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \\ \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_i \end{cases} \quad (1.1-1)$$

式中， \mathbf{D} 、 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{H} 分别表示电感应强度(电位移矢量)、电场强度、磁感应强度和磁场强度；对 $d\mathbf{s}$ 和 $d\mathbf{l}$ 的积分分别表示电磁场中任一闭合曲面和闭合环路上的积分； $\sum q_i$ 表示闭



合曲面内包含的电荷的总和，即总电量； $\sum I_i$ 表示闭合环路包围的传导电流的总和。

式(1.1-1)中的第一式称为电场的高斯(Gauss)定理，它表示任意的静电场中通过任意封闭曲面的电通量等于该曲面内包含的总电量。第二式称为磁场的高斯定理，它表示通过任意封闭曲面的磁通量为零。第三式称为静电场的环路定理，它表示静电场中电场强度沿任意闭合环路的线积分恒等于零。第四式称为磁场安培(Ampere)环路定理，它表示磁场强度沿任一闭合环路的线积分等于该闭合环路所包围的传导电流的总和。

上面的方程仅适合于稳恒电磁场情况，对于交变电磁场，麦克斯韦利用法拉第电磁感应定律和位移电流的概念，对式(1.1-1)中的第三式和第四式进行了修改。

1. 对第三式的修改

根据法拉第电磁感应定律，当一个闭合线圈处在变化的磁场中时，就会在闭合线圈中产生感应电动势，感应电动势的大小与磁通量随时间的变化率成比例，其方向由左手定则决定，可以表示为

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1-2)$$

麦克斯韦认为，感应电动势的产生是电场对线圈中自由电荷作用的结果。这种电场由变化的磁场产生，与静电场不同，它是涡旋电场。这种电场的存在不依赖于线圈，即使没有线圈，只要在空间某一区域磁场发生变化，就会有涡旋电场产生。所以，法拉第电磁感应定律实质上表示变化磁场和电场联系的普遍规律。

由于感应电动势等于涡旋电场沿闭合线圈移动单位正电荷一周时所做的功，即

$$\varepsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1.1-3)$$

因而，将式(1.1-3)代入式(1.1-2)，可以得到修改后的第三式为

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1-4)$$

2. 对第四式的修改

麦克斯韦进一步认为，不仅变化的磁场能够产生电场，而且变化的电场也能够产生磁场，在激发磁场这一点上，电场的变化相当于电流，这种电流被称为“位移电流”。电场中通过任一截面的位移电流强度等于通过该截面的电通量的时间变化率，即

$$I_D = \frac{d}{dt} \iint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \iint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1-5)$$

由于 $I_D = \iint \mathbf{j}_D \cdot d\mathbf{s}$ ，式中 \mathbf{j}_D 为位移电流密度，所以由式(1.1-5)得到位移电流密度为

$$\mathbf{j}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1-6)$$

因此，在交变电磁场的情况下，磁场既包括传导电流产生的磁场，也包括位移电流产生的磁场。这样，可以得到修改后的第四式为

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_i + \iint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1-7)$$



归纳起来, 交变电磁场情况下积分形式的麦克斯韦方程组可以写成

$$\begin{cases} \oiint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \sum q_i \\ \oiint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \\ \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_i + \iint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \end{cases} \quad (1.1-8)$$

1.1.2 微分形式的麦克斯韦方程组

积分形式的麦克斯韦方程组一般用于两种介质的分界面处来求解电磁场从一种介质到另一种介质时电磁场各个矢量之间的关系。对于求解同种介质当中给定点的电磁场随着时空变化的问题, 通常使用微分形式的麦克斯韦方程组。可以利用数学中的高斯定理和斯托克斯(Stokes)定理把积分形式的麦克斯韦方程组变成微分形式的麦克斯韦方程组。

数学中的高斯定理为

$$\iint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \iiint \nabla \cdot \mathbf{A} dv \quad (1.1-9)$$

式中, $\nabla = (\partial/\partial x)\mathbf{x}_0 + (\partial/\partial y)\mathbf{y}_0 + (\partial/\partial z)\mathbf{z}_0$, 称为哈密顿算符(Hamilton differential operator), 它是一个矢量。 $\nabla \cdot \mathbf{A} = \partial A_x/\partial x + \partial A_y/\partial y + \partial A_z/\partial z$, 表示 \mathbf{A} 的散度, 也记为 $\text{div} \mathbf{A}$ 。

对于式(1.1-8)中的第一式, 如果闭合曲面积分域内包含的电荷密度为 ρ , 则

$$\oiint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \sum q_i = \iiint \rho dv \quad (1.1-10)$$

对照式(1.1-9)可以得到

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1-11)$$

式(1.1-8)中的第二式和第一式类似, 因此又可以得到

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1-12)$$

数学中的斯托克斯定理为

$$\int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1-13)$$

式中, $\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \mathbf{x}_0 + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \mathbf{y}_0 + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \mathbf{z}_0$, 表示 \mathbf{A} 的旋度, 也记为 $\text{rot} \mathbf{A}$ 。

对于式(1.1-8)中的第四式, 如果闭合环路包围的传导电流密度为 \mathbf{j} , 则

$$\sum I_i = \iint \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1-14)$$

因此式(1.1-8)中的第四式可以写成

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} + \iint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1-15)$$

对照式(1.1-13)可以得到

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1-16)$$



式(1.1-8)中的第三式和第四式类似, 因此又可以得到

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1-17)$$

因此, 微分形式的麦克斯韦方程组为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.1-18)$$

1.1.3 电磁场常用公式

在均匀介质中, \mathbf{D} 和 \mathbf{E} , \mathbf{B} 和 \mathbf{H} 存在如下简单的关系。

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (1.1-19)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.1-20)$$

式中, ε 、 μ 是两个标量, 分别称为介电常数和磁导率。

在导电物质中还有欧姆(Ohm)定律

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.1-21)$$

式中, σ 称为电导率。式(1.1-19), 式(1.1-20), 式(1.1-21)称为物质方程。

当物质在外场作用下产生极化和磁化时, 有

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.1-22)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} \quad (1.1-23)$$

式中, \mathbf{P} 、 \mathbf{M} 分别称为电极化强度和磁极化强度; $\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$, 称为真空中的介电常数; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2$, 称为真空中的磁导率。电极化强度与电场强度之间的关系为

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (1.1-24)$$

式中, χ_e 称为介质的电极化率。引入相对介电常数 ε_r , 则有

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0, \quad \varepsilon_r = 1 + \chi_e \quad (1.1-25)$$

磁极化强度与磁场强度之间的关系为

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (1.1-26)$$

式中, χ_m 称为介质的磁极化率。引入相对介电常数 μ_r , 则有

$$\mu = \mu_r \mu_0, \quad \mu_r = 1 + \chi_m \quad (1.1-27)$$

对于非磁性介质, $\mu \approx \mu_0$, 即 $\mu_r = 1$ 。

在研究辐射场强度和光能流以及场与粒子相互作用时, 还将用到以下公式

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.1-28)$$

$$w_{\text{em}} = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \quad (1.1-29)$$

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.1-30)$$



式中, \mathbf{S} 称为辐射场强度矢量, 又称坡印亭矢量(Poynting vector), 表示单位时间垂直通过单位面积的能量; w_{em} 称为电磁场能量密度, 表示单位体积内的能量; \mathbf{F} 称为洛伦兹力; $q\mathbf{E}$ 表示电场力; $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 表示磁场力。

本节讨论了积分和微分形式的麦克斯韦方程组, 并回顾了电磁场当中的常用重要公式。本节要点归纳于表 1-1 中。

表 1-1 麦克斯韦方程组及常用公式

电磁类型	积分形式	微分形式	物质方程和常用公式
稳恒电磁场	$\oiint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = 0$ $\oiint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$ $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$ $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ $\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{p}$
交变电磁场	$\oiint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \sum q_i$ $\oiint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$ $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$ $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_i + \iint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$ $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$

1.2 电磁场的波动方程

从微分形式的麦克斯韦方程组式(1.1-18)的第三式和第四式可以得出两个基本结论: 一是任何随时间变化的磁场都会在其周围空间产生电场, 这种电场具有涡旋性质, 电场的方向可以由左手定则决定; 二是任何随时间变化的电场会在周围空间产生磁场, 这种磁场也具有涡旋性质, 磁场的方向可以由右手定则决定。因此, 电场与磁场是紧密相关的, 其中一个发生变化时, 另一个随即就会发生变化。换句话说, 如果在空间某区域内的电场发生变化, 那么在邻近区域内就会引起随时间变化的磁场, 而这种变化的磁场又会在较远区域引起新的随时间变化的电场, 接着这个新的变化的电场又会在更远处引起新的随时间变化的磁场, 这样, 交替变化的电场和磁场相互激发就形成了统一的场——电磁场。这个电磁场以一定的速度由近及远传播, 从而形成电磁波。本节将讨论电磁场所满足的波动方程以及电磁波。

1.2.1 波动方程

在微分形式的麦克斯韦方程组中, 分别消去磁场和电场, 就可以推导出电场和磁场随时间和空间变化的方程, 即电磁场的波动方程。为简单起见, 假设电磁场在无限大的各



向同性介质中传播, 此时介电常数和磁导率都等于常数, 并且介质中不存在自由电荷和传导电流, 即 $\rho=0$, $\mathbf{j}=0$, 利用物质方程, 微分形式的麦克斯韦方程组式(1.1-18)可以简化为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.2-1)$$

对上式中的第三式取旋度后, 将第四式代入其中, 就可以消去磁场, 从而得到

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{H} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.2-2)$$

利用场论公式

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.2-3)$$

并结合式(1.2-1)中的第一式, 式(1.2-2)左边可以写成

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.2-4)$$

因此, 式(1.2-2)可以改写为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2-5)$$

同样, 式(1.2-1)中消去电场, 也可以得到磁场所满足的方程

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2-6)$$

若令

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (1.2-7)$$

则电场和磁场所满足的方程化为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2-8)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2-9)$$

式中, v 是电场和磁场在介质中的传播速度; $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ 称为拉普拉斯算符(Laplacian differential operator), 表示对空间求二阶导数, 它是一个标量。式(1.2-8)和式(1.2-9)分别称为电场和磁场的波动方程, 通过解波动方程就可以得到各种形式的电磁波。

1.2.2 电磁波

现在人们已经知道, 除了可见光波和无线电波外, x 射线、 γ 射线也都是电磁波。通常所说的光学区或光学频谱, 包括紫外线、可见光和红外线, 波长范围约从 10nm 到 1mm。可见光是人眼可以感觉到的各种颜色的光波, 在真空中, 可见光的波长范围约从 380nm 到 760nm。频率范围约从 7.89×10^{14} Hz 到 3.95×10^{14} Hz。由于光波的频率较高, 一般用波长来表示某一个或某一段频率的光波。红外线、可见光和紫外线又可以细分为