面向21世纪高职高专系列教材

主编○宋振新
ZHUBIAN SONGZHENXING

经济数学基础（上）

JINGJI SHUXUE JICHU

经济日报出版社
Economic Daily Press

面向21世纪高职高专教材

经济数学基础

（上　册）

宋振新　主编

经济日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础(上、下卷)/宋振新主编
北京:经济日报出版社, 2004
ISBN 7-80180-303-5

Ⅰ.经… Ⅱ.①宋… Ⅲ.经济数学 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 029001 号

经济数学基础(上、下)

主 编	宋振新
责任编辑	刘妙怡
责任校对	张新民
出版发行	经济日报出版社
地 址	北京市宣武区白纸坊东街 2 号(邮政编码:100054)
销售电话	010-63582221
网 址	edp.ced.com.cn
E-mail	edp @ ced.com.cn
经 销	全国新华书店
印 刷	北京振兴源印务有限责任公司
开 本	850mm×1168mm 1/32
印 张	18.25
字 数	450 千字
版 次	2004 年 4 月第一版
印 次	2004 年 4 月第一次印刷
书 号	ISBN 7-80180-303-5/O·084
定 价	12.30 元(上册) 25.80 元(全套)

面向 21 世纪高职高专教材
《经济数学基础》编写委员会名单

主　编：宋振新

副主编：孔令军　崔永新　何　鹏
王艳梅　汪　伟　左秀山

编　委：王艳梅　李东营　马　萍　王　忠
刘鹏林　何　鹏　宋振新　孙志明
崔永新　左秀山　朱世强　包永洪
张　东　汪　伟

参　编：赵红革

主　审：王　黎　杨雪宏

统　稿：宋振新

内 容 简 介

本书是按照教育部制定的《高职高专教育经济数学基础课程教学基本要求》,结合编者长期的教学实践经验编写而成。全书分上、下两册,共 15 章。上册内容包括函数、极限与连续、导数和微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,多元函数,数学实验(上);下册内容包括行列式,矩阵,线性方程组,线性经济模型,随机事件及概率,随机变量及其数字特征,数理统计初步,数学实验(下)。各节配备了习题,书末附有基本初等函数表、积分表、几种常见分布的临界值表及习题答案。

本书除可作为高职高专经济类和管理类专业数学基础课程的教材外,也可作为成人高校、本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校相应专业的教学用书及财经管理人员的自学用书。

前　言

本书是按照教育部制定的《高职高专教育经济数学基础课程教学基本要求》,结合编者长期的教学实践经验编写而成,可作为高职高专经济类和管理类专业数学基础课程的教材。

本书的编写从高职高专教育的实际出发,遵循“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则。力求拓宽基础知识面,加大信息量。在不影响数学体系的前提下,淡化理论推导,强化数学实践能力的训练,强调与计算机应用相结合,编入以 Mathematica 数学软件为平台的数学实验,培养学生利用计算机求解数学模型的能力。

全书分上、下两册,共 15 章。内容包括微积分、线性代数和线性规划、概率与数理统计三部分,教学时数应不少于 132 学时。带“*”号的内容已超出基本要求,供有能力的读者选学。

本书由宋振新主编。参加编写的有:河北能源职业技术学院王艳梅(第 1 章);河南省周口职业技术学院李东营(第 2 章);湖州职业技术学院马萍(第 3 章);保定职业技术学院王忠(第 4 章);萍乡高等专科学校刘鹏林(第 5 章);南昌高等专科学校何鹏(第 6 章);河北能源职业技术学院宋振新(第 7、15 章及附录);绍兴越秀外国语职业学院孙志明(第 8 章);鸡西大学崔永新(第 9 章);宁波服装学院左秀山 (第 10 章); 天津开发区职业技术学院朱世强 (第 11 章);安徽交通职业技术学院包永洪(第 12 章);新疆昌吉职业技术学院张东(第 13 章);安徽工贸职业技术学院汪伟(第 14 章);曲阜师范大学电气信息与自动化学院孔令军老师; 山东水利职业学院赵红革老师。全书编写计划、结构安排、统稿、定稿由宋振新负责。

北京信息职业技术学院王黎老师、河北能源职业技术学院数学教研室杨雪宏老师认真仔细地审阅了全部书稿，并提出了许多宝贵意见,在此表示衷心感谢!

本书的编写得到了编委会成员所在院校的大力支持，在此一并表示感谢!

本书是北京市写作学会组编的高职高专系列教材之一。

由于水平所限,加上时间仓促,书中难免有不足之处,敬请专家、同行及读者予以指正,使教材在实践中不断完善。

编　者

2004年4月

目 录

(上册)

第1章

函数、极限与连续

函数描述了客观世界中量与量之间的依赖关系，是高等数学研究的主要对象，其研究的基本方法是极限方法.本章将在复习和加深函数有关知识的基础上着重讨论函数的极限，并介绍常见的经济函数、函数的连续性.

§1.1 函 数

1.1.1 函数的概念

1. 常量与变量

在日常生活、生产活动和工程技术中，经常遇到各种不同的量.例如：体重、气温、产量、收入、成本等等.这些量可以分为两类，一类量在考察的过程中不发生变化，只取一个固定的值，我们称它为常量.例如，圆周率 π 是个永远不变的量，某种商品的价格，在某一段时间内保持不变，这些量都是常量；另一些量在所考察的过程中是变化的，可以取不同数值，我们称它为变量.例如，一天中的气温，生产过程中的产量都是在不断变化的，它们都是变量.

常量习惯用 a,b,c,d,e 等表示；变量习惯用 x,y,z,u,v,w 等表示.

2. 函数的概念

在某个变化过程中，往往出现多个变量，这些变量不是彼此孤立的，而是相互影响和相互制约的，一个量或一些量的变化会引起另一个量的变化，如果这些影响是依据某一规律的，那么我们就说这些变量之间存在着函数关系.

例如，生产某种产品的固定成本为4000元，每生产一件产品，成本增加50元，那么该种产品的总成本 y 与产量 x 的关系为 $y=50x+4000$，当产量 x 取任何一个合理的值时，成本 y 有确定的值和它对应，我们说成本 y 是产量 x 的函数.

定义1 设 x 和 y 是两个变量，若当变量 x 在非空数集 D 内任取一数值时，变量 y 依照某一规则 f 总有一个确定的数值与之对应，则称变量 y 为变量 x 的函数，记作 $y=f(x)$. 这里，x 称为自变量，y 称为因变量或函数.

f 是函数符号，它表示 y 与 x 的对应规则.有时函数符号也可以用其他字母来表示，如 $y=g(x)$ 或 $y=\varphi(x)$ 等.

自变量 x 所有可能取的值的集合 D 称为函数的定义域，而与 x 对应的函数 y 值的集合，叫做函数 y 的值域.

当自变量 x 在其定义域内取定某确定值 x_0，因变量 y 按照所给函数关系 $y=f(x)$ 求出的对应值 y_0 叫做当 $x=x_0$ 时的函数值，记作 $y\Big|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$

[例1] 已知 $y=f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+1}$，计算：$f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$.

解： $f(-1)=\dfrac{-1-1}{(-1)^2+1}=-1$

$$f(0)=\frac{0-1}{0^2+1}=-1$$

$$f(1)=\frac{1-1}{1^2+1}=0$$

$$f(3)=\frac{3-1}{3^2+1}=\frac{1}{5}$$

[例 2] 已知$f(x)=x^2-\lg x+5$,计算:$f(\frac{1}{x})$, $f(x+2)$, $f[\varphi(t)]$.

解: $f(\frac{1}{x})=(\frac{1}{x})^2-\lg(\frac{1}{x})+5=\frac{1}{x^2}+\lg x+5$

$f(x+2)=(x+2)^2-\lg(x+2)+5$

$f[\varphi(t)]=[\varphi(t)]^2-\lg[\varphi(t)]+5$

[例 3] 求下列函数的定义域:

(1) $f(x)=a_nx^n+\cdots+a_1x+a_0$ (n 为正整数,a_n, $\cdots$,a_1,a_0 皆为常数).

(2) $f(x)=\frac{1}{x^2-3x+2}$

(3) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

(4) $f(x)=\lg(4x-3)$

(5) $f(x)=\arcsin(2x-1)$

(6) $f(x)=\lg(4x-3)-\arcsin(2x-1)$

解:

(1) 由于自变量 x 取值不受限制,所以函数定义域 $D=(-\infty,+\infty)$

(2) 在分式$\frac{1}{x^2-3x+2}$中,分母不能为零,所以 $x^2-3x+2\neq0$,解得,$x\neq1$,且 $x\neq2$,所以函数定义域 $D=(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$

(3) 在偶次根式中,被开方数必须大于等于零,所以有$4-x^2\geqslant0$,解得 $-2\leqslant x\leqslant2$,所以函数定义域 $D=[-2,+2]$

(4) 在对数式中,真数必须大于零,所以有$(4x-3)>0$,解得 $x>\frac{3}{4}$,所以函数定义域 $D=(\frac{3}{4},+\infty)$

(5) 反正弦或反余弦中的式子的绝对值必须小于等于 1,所以有$-1\leqslant2x-1\leqslant1$,解得 $0\leqslant x\leqslant1$,所以函数定义域 $D=[0,1]$

(6) 该函数为(4),(5)两例中函数的代数和,此时函数的定义域应为(4),(5)两例中定义域的交集,即 $D=(\frac{3}{4},+\infty)\cap[0,$

$1]=(\frac{3}{4}, 1]$

应当指出,在实际应用问题中,除了要根据解析式子本身来确定自变量的取值范围以外，还要考虑到变量的实际意义. 一般来说,经济变量往往取正值,即变量都是大于零的.

3. 函数的表示法

常用的函数表示法有解析法(又称公式法),列表法,图像法三种,下面分别介绍如下:

(1) 解析法

函数 $y=3x^2-2x+8$ 中函数的对应法则是用数学式子给出的,这种以数学式子表示函数的方法称为解析法. 解析法的优点是便于理论推导和计算.微积分中所涉及的函数大多用解析法给出.

(2) 列表法

以表格形式表示函数的方法叫做函数的列表法. 它是将自变量的值与对应的函数值列为表格,如三角函数表、对数表、企业历年产值表等,列表法的优点是所求的函数值容易查得.

(3) 图像法

由图像给出函数的对应法则的方法称为图像法. 这种方法在工程技术上应用较普遍,图像法的优点是直观形象,且可看到函数的变化趋势.

4. 分段函数

一个函数在其定义域的不同部分用不同的解析式表示，这种函数叫做分段函数. 微积分中经常碰到这样的函数.

例如符号函数

$$f(x)=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$$

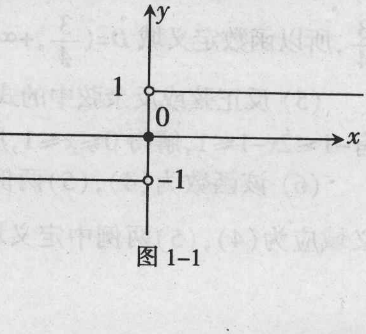

图 1-1

就是一个分段函数，它的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$，值域为 $M=\{-1,0,1\}$，如图 1–1 所示.

注意: 分段函数是用几个解析式合起来表示一个函数，不能理解为几个函数. 分段函数的定义域为各段自变量取值集合的并集.同时,求函数值时要注意自变量的范围.

[例 4] $f(x)=\begin{cases} x-1, & x<0 \\ 0, & x=0 \\ x^2+1, & x>0 \end{cases}$

求 $f(-4)$, $f(0)$, $f(4)$.

解: 当 $x<0$ 时，对应的函数值 $f(x)$ 用式子 $f(x)=x-1$ 计算；当 $x=0$ 时，则有 $f(0)=0$；当 $x>0$ 时，$f(x)$ 用式子 $f(x)=x^2+1$ 计算. 所以 $f(-4)=-4-1=-5$, $f(0)=0$, $f(4)=4^2+1=17$.

[例 5] 设函数

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x>0 \\ 2, & x=0 \\ 3x, & x<0 \end{cases}$$

求 $f(3)$, $f(-5)$, 并作图.

解: 当 x 取 $(0,+\infty)$ 内的值时，$f(x)$ 的值由关系式 $f(x)=x^2+1$ 来计算；当 $x=0$ 时，$f(x)=2$；当 x 取 $(-\infty,0)$ 内的值时，$f(x)$ 的值由关系式 $f(x)=3x$ 来计算.所以 $f(3)=3^2+1=10$, $f(-5)=3\times(-5)=-15$.

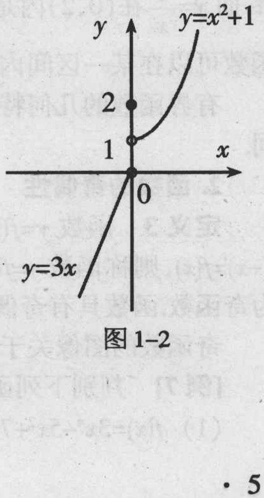

图 1–2

它的图像,如图 1–2 所示.

[例 6] 已知 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & x<0 \\ 1, & 0<x\leqslant 1 \end{cases}$

求：(1) $f(x)$ 的定义域;

(2) $f(-1), f(\frac{1}{2}), f(1)$.

解：(1) $f(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,1]$

(2) 因为$-1<0$，所以$f(-1)=\frac{1}{x}|_{x=-1}=-1$

因为$\frac{1}{2}\in(0,1]$，所以$f(\frac{1}{2})=1$

同理可得 $f(1)=1$

1.1.2 函数的几种特性

1. 函数的有界性

定义 2 设函数 $y=f(x)$在区间 I 内有定义,如果存在一个正数 M,对于 I 内的任何 x,恒有$|f(x)|\leqslant M$,则称函数 $f(x)$在 I 内是有界的(或称 $y=f(x)$在 I 内是有界函数).如果不存在这样的正数 M,则称 $y=f(x)$在 I 是无界的.

注意:上述区间可以是 $y=f(x)$的整个定义域,也可以是定义域的一部分,一般如不指明区间 I,则是指 $f(x)$在整个定义域内有界.

例如,因为对任何实数 x,恒有$|\sin x|\leqslant 1$,所以函数 $y=\sin x$ 有界.而 $y=\frac{1}{x}$在$(0,2)$内是无界的,在$(1,+\infty)$则是有界的.由此可见,函数可以在某一区间内是有界的,而在另一区间内是无界的.

有界函数的几何特性是：它的图像介于直线 $y=-M$ 与 $y=M$ 之间.

2. 函数的奇偶性

定义 3 函数 $y=f(x)$对于定义域 D 内任意 x 都有$-x\in D$,若$f(-x)=f(x)$,则称函数 $y=f(x)$为偶函数;若 $f(-x)=-f(x)$,则称函数 $y=f(x)$为奇函数.函数具有奇偶性,其定义域必关于原点对称.

奇函数的图像关于原点对称,偶函数的图像关于 y 轴对称.

[例 7] 判别下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=3x^4-5x^2+7$,

(2) $f(x)=2x^2+\sin x$，

(3) $f(x)=\frac{1}{2}(a^{-x}-a^{x}) \quad (a>0, a\neq 1)$.

解：(1) 因为 $f(-x)=3(-x)^4-5(-x)^2+7=3x^4-5x^2+7=f(x)$

所以 $f(x)=3x^4-5x^2+7$ 是偶函数.

(2) 因为 $f(-x)=2(-x)^2+\sin(-x)=2x^2-\sin x\neq f(x)$

同样可以得到 $f(-x)\neq -f(x)$

所以 $f(x)=2x^2+\sin x$ 既非奇函数也非偶函数.

(3) 因为 $f(-x)=\frac{1}{2}(a^{x}-a^{-x})=-\frac{1}{2}(a^{-x}-a^{x})=-f(x)$

所以 $f(x)=\frac{1}{2}(a^{-x}-a^{x})$是奇函数.

3. 函数的单调性

定义 4 设函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内有定义,如果对区间(a,b)内的任意两点 $x_1<x_2$，有 $f(x_1)<f(x_2)$ (或 $f(x_1)>f(x_2)$)则称函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内是增(减)函数.增、减函数统称为单调函数.

如果函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内增加或减少,则称此区间为 $f(x)$的单调区间,或称 $y=f(x)$在此区间内是单调函数.

增(减)函数 $y=f(x)$的图像沿 x 轴正向逐渐上升(下降).据此也能直观地判定函数的单调性,如图 1-3 所示.

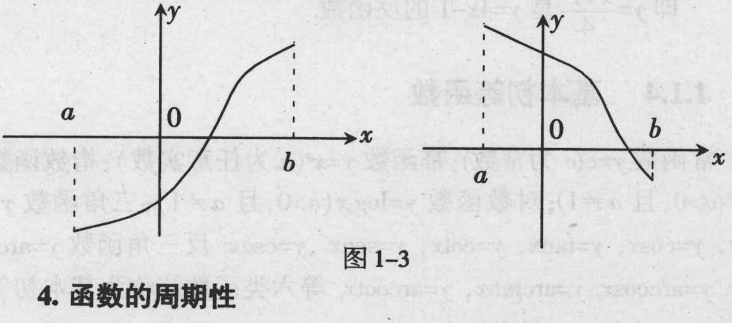

图 1-3

4. 函数的周期性

定义 5 若对于函数 $y=f(x)$，存在一个常数 $T(T\neq 0)$，使得对