

中学数学  
与  
应用丛书

# 中学生研究性学习案例

zhongxuesheng yanjiuxing xuexi anli

## —— 中学数学建模 论文选编 (一)

主编 王尚志 李延林

东北师范大学出版社



# 难得一见 **原创 新颖** 耳目一新

**权威：**本竞赛咨询委员会、组织委员会中有6位中科院院士。

**宗旨：**呼唤应用意识，面向全体学生。

**本书特点：**

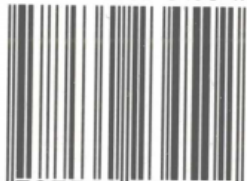
**鲜活：**广泛取材于（自然、社会、生活）中的问题

**综合：**充分体现了数学与多学科知识的整合

**原创：**论文全部出自中学生作者，原汁原味

**方向：**指明课程改革方向，引领高考出题

ISBN 7-5602-3450-X



9 787560 234502 >



ISBN 7-5602-3450-X/G · 2102

本册定价：16.00元 全书定价：32.00元

SHUXUE

中学数学与应用丛书

# 中学生研究性学习案例

## 中学数学建模

### 论文选编 (一)

王尚志 李延林 主编

东北师范大学出版社  
长春

- 责任编辑：韩 洪  
责任校对：顾 慧  
封面设计：李冰彬  
责任印制：张允豪

---

图书在版编目(CIP)数据

中学生研究性学习案例.1：中学数学建模论文/王尚志,李延林主编. —长春：东北师范大学出版社,2003.7  
ISBN 7 - 5602 - 3450 - X

I. 中... II. ①王... ②李... III. ①科学研究—能力培养—案例—中学②数学模型—文集  
IV. G632.46②022 - 53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 034966 号

---

东北师范大学出版社出版发行  
长春市人民大街 5268 号 (130024)  
电话：0431—5695744 5688470  
传真：0431—5695734  
网址：<http://www.nenup.com>  
电子函件：[sdchs@mail.jl.cn](mailto:sdchs@mail.jl.cn)  
广告许可证：吉工商广字 2200004001001 号

东北师范大学出版社激光照排中心制版  
东北师范大学印刷厂印装  
长春市人民大街 5268 号 (130024)  
2003 年 7 月第 1 版 2003 年 7 月第 1 次印刷

幅面尺寸：148mm×210mm 印张：12.75 字数：400 千  
印数：0 001—3 000 册

定价：16.00 元

# 激发学生创新潜能 促进学生全面发展

## 写在前面

在各方面的大力支持下，我们与东北师范大学出版社合作编辑出版了“中学数学与应用”丛书。这套丛书是围绕着“中学数学知识应用”或“中学数学建模”展开的。第一本是“北京高中数学知识应用竞赛试题及解析”，第二、三本收集了一批学生完成的比较优秀的研究性小论文，这些论文是在北京高中数学知识应用竞赛活动中收集到的论文的一小部分，我们一共收到了6000多份论文。我相信每一位阅读了这些论文的读者，都会像我第一次看到这些论文的心情一样：惊讶，兴奋，感慨。我们常常会听到这样的说法：中国学生的基础不错，但是创新和实践能力不强。真是这样的吗？我相信读过这两本书的读者都会得到这样的结论：中国的学生不仅具有很好的基础，而且具有巨大的创新和实践的潜能。我们每一个教育工作者有责任、有义务为孩子们营造创新和实践的环境和氛围，让孩子们自觉或不自觉地发展自身创新和实践的潜能。

当然，由于中学生的知识、经验、时间等局限性，他们的论文显得稚嫩，甚至出现较明显的缺陷。我们认为，这是正常现象，这次被选集的论文是学生原貌的真实展现，也可说是原汁原味。

1997年我们开展第一届数学知识应用竞赛时，李延林老师提出让学生作数学建模的小论文，我有些保守，刘来福老师、张怡慈老师等都很支持。第一年，同学们提交的论文大大地出乎我们的预料，问题新颖，取材广泛，论证有据，书写清晰。第二年，有人又提出了新的疑问，学生还能提出新

的问题吗?事实再一次教育了我们,同学们选择问题的面更加广泛了,读者可以从书后列出的历届优秀论文选题清晰地感受到这一点。对学生的疑惑并没有结束:会不会抄袭?会不会让别人代替?会不会……?事实一次又一次地教育了我们,绝大部分同学都是合作或独立完成的,向别人请教是有的,但是同学们都会根据要求标明引用和求教的内容、文献的出处。同学在论文答辩中不仅清晰地表述论文完成的过程,表述了他们是如何克服遇到困难,也表述了他们克服困难的感受和成功喜悦。每一位参加这个活动的专家和教师都被同学们征服了。几年过去了,同学们的论文一年比一年写得好,更加令人高兴的是很多学校已经把撰写数学建模论文与日常教学结合起来,与数学学习结合起来,与研究性学习结合起来,有的学校还编写了中学数学建模的选修课教材。在即将推出新的高中数学课程标准中,已经把数学探究、数学建模、数学文化作为学习和理解数学的基本思想渗透在数学课程中,同时,还安排了数学探究和数学建模活动,并且提出了具体的要求。

下面谈一谈在开展数学建模或数学知识应用活动中碰到的几个问题。

#### •提出问题与创新意识

从事科学的研究或者进行每一件有新意的工作时,都要经历这样的过程:明确目标,确定要突破或希望创新的问题;设计解决问题、实现目标的计划、步骤、策略、方法;得到成果结论、完成任务并把它们清晰地表述出来,让别人自然地比较容易地了解、承认、接受或掌握这些结论。提出问题的能力是非常重要的能力,是创新或创造的基础,在以往的中学数学教学中对于这一点没有给予足够的重视。创新或创造——做出一些前人没有做的事或提出一些前人没有提过的想法,对于中学生来说是太高了。但是从中学生的知识水平出发提出一些有价值、有意义的问题,这一点还是很有潜力的,甚至比成人还要好,事实的确是这样的。一旦我们为他们营造出适当的环境和氛围,他们的表现是令人惊讶的,读者完全可以从学生们的选题中看到这一点。提出有意义的、有思想的问题



是中学阶段创新意识的最好体现，中学数学建模活动始终把这一点作为一个基本目标。当然并不排除一部分同学也能得出很好的结果。

在选择数学建模问题时应该对以下问题进行思考：

(1) 数学建模的问题应是多样的，应来自于学生的日常生活、现实世界、其他学科等多方面。同时，解决问题所涉及的知识、思想、方法应与高中数学课程内容有联系。

(2) 学生的生活背景有明显的差异性，这是重要的资源，要重视发现自己生活经验中的问题。

(3) 老题可以新作。面对研究过的问题，可以重新审视，发挥自己的特长和个性，从不同的角度、层次探索解决的方法，从而获得解决实际问题的新经验，发展创新意识。

(4) 学生在发现问题的过程中，要通过查询资料等手段获取信息，了解问题的价值，把握问题研究的动向，为自己的研究选择合适的目标。

#### • 设计方案与科学态度

确定目标、任务或问题之后，将进入解决问题阶段，这时需要设计好解决问题的方案、步骤、计划。由于在中学的常规教学中，学生遇到的问题基本上都能用现成的模式解决，没有突出设计解问题的环节，因而在这方面受到的锻炼也是很不够的。数学建模者面对陌生问题不设计解决问题的方案是不行的，必须用科学的态度认真研究问题。根据需要，该调查就要明确调查对象和内容，该继续查询资料的要给出查询方向和范围，时间如何控制，争取谁来配合等等，都要设计。

当然，在解决问题的过程中根据需要还可以调整、修改、完善方案。遇事要拿出办法，这对任何人都是重要的。

#### • 研究过程与实践能力

享受过程是中学数学建模活动追求的另一个目标。要求学生做事要有始有终，在解决问题过程中，得到一个或一个部分的结果。对中学生不能要求太高，只要他们做的基本上或者在一定意义

下是对的就要给予鼓励。在科学性、全面性、准确性等方面不要过于苛刻,要着眼于未来,要注重正面的引导。

数学建模是运用数学思想、知识和方法解决实际问题的过程,已经成为不同层次数学教育的重要和基本的内容。为了了解数学建模,有必要对它作一个简单的概述。数学建模过程可以通过下面框图体现。

“数学建模”是数学学习的一种新的方式,它为学生提供了自主学习空间,有助于学生体验数学在解决实际问题中的价值和作用,体验数学与日常生活和其他学科的联系,体验综合运用知识和方法解决实际问题的过程,增强应用意识,有助于激发学生学习数学的兴趣,发展学生的创新精神和实践能力。

在开展数学建模活动时,应该注意以下一些问题:

(1)学校和学生可根据各自的实际情况,确定数学建模活动的次数和时间安排。数学建模可以由教师根据教学内容以及学生的实际情况提出一些问题供学生选择,或者提供一些实际情景,引导学生提出问题,特别要鼓励学生从自己生活的世界中发现问题,提出问题。

(2)数学建模可以采取课题组的模式。通过课题组活动,学生学会独立思考,分工合作,交流讨论,寻求帮助,共同完成解决问题的任务,借此培养与人交流的习惯,并获得良好的情感体验。

(3)数学建模活动可以将课内与课外有机地结合起来,把数学建模活动与综合实践活动有机地结合起来。

(4)数学建模活动中,应鼓励学生使用计算机、计算器等工具,鼓励学生动手实验,使学生视野逐步开阔起来。要有充分利用一切资源的意识,学会利用更多资源的本事。

(5)写好数学建模报告,报告中应包括问题提出的背景、问题解决方案的设计、问题解决的过程、合作过程、结果的评价以及参考文献等。

#### ·积极评价与反思进步

如何评价学生的数学建模活动是一个具有挑战性的课题。



(1)评价学生在数学建模中的表现时,要重过程,重参与,不要苛求数学建模过程的严密和结果的准确。

(2)评价内容应关注的是:

——创新性。问题的提出和解决过程有新意。

——现实性。问题来源于学生的现实。

——真实性。确实是学生本人参与制作的,数据是真实的。

——合理性。建模过程中使用的数学方法得当,求解过程合乎常理。

——有效性。建模的结果有一定的实际意义。

以上几个方面不必追求全面,只要有一项做得比较好就应该予以肯定。

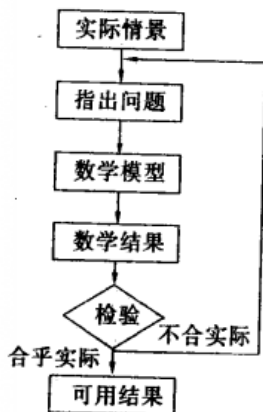
(3)对数学建模的评价可以采取答辩会、报告会、交流会等形式进行,通过师生之间、学生之间的提问交流给出定性的评价,应该特别鼓励学生工作中的“闪光点”。

(4)数学建模报告及评价可以记入学生成长记录,作为反映学生数学学习过程的资料和推荐依据。对于其中优秀的论文应该给予鼓励,可以采取表扬、评奖、推荐杂志发表、编辑出版、向高等学校推荐等多种形式。

(5)各种形式的评价是非常有益的反思,不同的人从评价过程中都能取得收获,加深对知识的理解,对观念的认识和态度的提升。

#### ·教师作用与角色转换

教师指导数学建模活动与进行其他数学教学活动是有一些不同,教师不仅是学生开展数学建模活动的指导者,还应是活动的组织者、合作者、参与者,是学生进行创造工作的支持者、激励者和欣赏者。教师不能替学生做事情,其实在许多方面教师也无能力替学生做。教师在数学建模活动中的最大作用是保障作用,



在学生真有困难的时候以适当的角色出现,促使学生克服困难,走向成功。教师应该清醒地看到,在创造性工作中,很多地方是需要向学生学习的。

#### •建模活动与日常教学

数学建模活动是学生学习数学的很好的载体,对于提高应用意识,较为全面地了解数学将会起重要的作用。但是,作为一个活动,次数不宜太多,在高中学习期间,进行两次左右就可以了,当然也可以适当多一点。初中也可以开展,但应予以适当的指导。特别希望老师注意,数学建模是学习数学的一种模式,如果能把这种学习理念渗透到日常的数学教学和学习中,对提高数学水平和能力是非常重要的。

在即将出版这两本中学生数学建模论文选集时,收到了母校北京大学我的老师张顺燕教授送给我的一本书。他主编的“心灵之花”,收集了北京大学学生完成的论文,张顺燕教授、雷功炎教授分别开设了“数学精神、方法和应用”、“数学模型与文化”等全校的公共选修课程,备受欢迎。虽然这些论文的内容、难度不同,但是他们给予我们的启示是完全一样的,说明在我们的学生中蕴含着巨大的创造潜能。

最后,我引用张顺燕教授“心灵之花”封面的一段文字作为这篇文章的结束语:

或带幼稚,但思维新颖;  
可能片面,但视角独特;  
会有错误,但启迪思想;  
胸怀开阔,视野高远。

王尚志

2002,12于首都师范大学

# 目 录

## 中学生研究性学习案例——中学数学建模 论文选编(一)

写在前面 .....	1
关于节约家用天然气问题的数学分析 .....	1
一个几何概率问题 .....	6
探索最合理的飞镖靶盘 .....	10
从教室内二氧化碳含量与人体代谢活动关系看 现时学校教学作息时间的合理性 .....	14
视力情况统计分析 .....	17
生活中的应用数学	
——烧水的数学模型 .....	26
自行车的存放问题 .....	28
有关股票预测简单模型的建立与讨论 .....	33
关于道路岔口交通的设想 .....	37
“汽车分期付款”合算吗 .....	42
感受数学 .....	44
玩具枪瞄准器的校正 .....	47
用概率观点看抽奖 .....	52
公路上雪的融化速度 .....	57
改进“洁诺” .....	64
生活中的小问题	
——卖报问题 .....	66
计划性升血	
——挽救更多的生命 .....	69

键盘排列的优化 .....	77
都江堰宝瓶口的水有多深 .....	85
黄河断流趋势的数学分析及解决构想 .....	88
变速自行车的选挡问题 .....	93
关于家用电热水器的数学模型 .....	98
“110”巡警站的位置安排是否合理的问题 ..	109
从公园游览看简单的数学模型 .....	113
利用灯光促进植物生长的实验 .....	119
校园汽车减速设施合理设计初探 .....	124
体育课表的设置 .....	130
关于5号信封设计合理性的讨论 .....	136
足球的最新设计 .....	141
考试成绩的定量分析方法 .....	144
为使高考更加公平合理而提出的一些 改进方案 .....	150
论关于367路公共汽车的改革 .....	156
对黄庄路口堵车现象的分析及几点 改善意见 .....	162
投保与存款 .....	168
关于机动车道分配规划的一种模型 .....	174
关于变压器铁心叠片规格设计的改进 ..	179
论树木的种植与环境保护 .....	182
摆书的数学艺术 .....	187
关于教学用黑板的改进问题 .....	194
桌面应多高 .....	199
圭表与日晷原理的数学分析 .....	201
暖瓶的最佳保温水位 .....	211

从拼图游戏到人类基因组计划	
——浅探碎片拼接中有趣的数学规律 .....	216
糖尿病检测问题 .....	227
热水采暖中流体流速及管径的确定 .....	246
乒乓球打法的数学分析 .....	247
《北京电视周刊》的销售问题 .....	254
变 Pizza 店完全被动式管理为主动式管理， 提高 Pizza 店经济效益和社会效益 .....	262
明察秋毫的装置	
——由卡文迪许实验想到的 .....	267
估算植物叶片总面积的几点设想 .....	275
ISDA vs. 模拟电话, 究竟选择哪个 .....	280
关于电脑软件销量与价格的数学分析 .....	285
农田灌、排、回灌地下水与旱涝关系的探讨 ...	293
优化搜索引擎的目录结构 .....	300
透过现象看本质	
——抖空竹的奥秘 .....	307
省时省电又好吃	
——电饭锅煮饭的技巧 .....	313
给学生的肩膀减负 .....	317
浅谈公路护栏的改良 .....	324
自行车车座的升降问题 .....	327
用建模的方法争太阳能车第一 .....	333
彩电视觉效果和价格分析 .....	347
由氢键理论推算冰的密度 .....	357
对“红心大战”游戏的数学分析 .....	361
微波炉加热水的数学模型及几点思考 .....	366

# 关于节约家用天然气问题的数学分析

北京一〇一中学 高一(1)班 张晓默

## 一、概 述

在日常生活中,我们经常要用天然气灶烧水做饭。把燃气开得越大,水烧得越快。但是,怎样烧才能够让用气量最少,以达到节约能源的目的呢?这个问题必须通过试验与计算才能找到答案。

用水壶装定量的水,以天然气灶上的不同燃气开度的火分次加热至沸腾,并分别记录天然气表的起止度数,就可以得到在不同开度下的燃气量用以比较。

这样做的结果只能得到几个点的数据,未必就能恰好找到最经济点。要找到最经济点,须要用数学方法来求证。将试验得到的各个点连成曲线,根据曲线形状,用适当的曲线方程拟合,就可以从方程中计算出最佳点。

水垢在烧水时对热传递的影响很大。取一只底面积与水壶大致相等的没有水垢的铝锅,重复以上试验与记录,可以比较有无水垢对用气量的影响。

本文中所称的开度,指的是旋钮式燃气开关点火后所旋转的度数。

## 二、试 验

### 1. 试验用具:

铝水壶(有水垢)、铝锅(无水垢)、天然气燃气灶、冷水、天然气表、温度计、秒表。

规格	铝水壶(有水垢)	铝锅(无水垢)
自重(kg)	1.3	0.34
容水量(kg)	1.9	1.9
水温(°C)	13.5	13.5

## 2. 试验步骤

(1)以天然气燃气灶开关的不同开度所发出的火焰逐次加热铝水壶中的水至沸腾,分别记录开度、烧开水起止时刻、天然气表读数。由于开度小于45°时,无法点火,而最大开度为90°。所以有效开度区间为[45°, 90°]。

(2)用以上方法加热铝锅中的水,记录同样数据。

## 3. 试验记录

### 水壶烧水

燃气灶开度	烧开水起止时刻		燃气表读数(m <sup>3</sup> )	
	起	止	起	止
90°	0	9 min 32.40 s	4458.420	4458.470
67.5°	0	9 min 07.24 s	4458.470	4458.516
60°	0	9 min 30.62 s	4460.120	4460.162
52.5°	0	12 min 03.95 s	4462.563	4462.607
45°	0	33 min 53.00 s	4462.262	4462.307

### 铝锅烧水

燃气灶开度	烧开水起止时刻		燃气表读数(m <sup>3</sup> )	
	起	止	起	止
90°	0	7 min 58.47 s	4460.170	4460.210
67.5°	0	8 min 45.06 s	4460.210	4460.253
60°	0	8 min 36.00 s	4460.253	4460.293
52.5°	0	23 min 49.58 s	4462.451	4460.498
45°	0	41 min 10.00 s	4460.293	4460.351



#### 4. 计算结果

燃气用量( $V$ )=燃气表末读数-燃气表初读数

烧水时间( $t$ )=烧开水末时刻-烧开水初时刻

##### 水 壶 烧 水

燃气灶开度角 $x$	用量 $V(L)$	时间 $t(s)$
90°	50	572.4
67.5°	46	547.24
60°	42	570.62
52.5°	44	723.95
45°	45	2033.00

##### 铝 壶 烧 水

燃气灶开度角 $x$	用量 $V(L)$	时间 $t(s)$
90°	40	478.47
67.5°	43	525.06
60°	40	516.06
52.5°	47	880.83
45°	58	2470.00

### 三、曲线的拟合与计算

#### 1. 根据试验数据描点画图

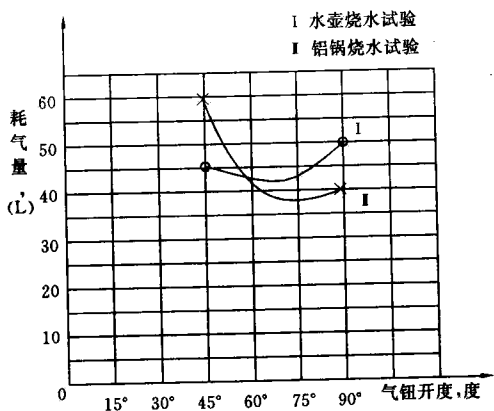
将试验所得各点,连接成圆滑曲线。由于旋钮开度的度数难以观察精确,在 67.5°时误差较大,在曲线 I 上的点(67.5°,46),曲线 II 上的点(67.5°,43)在作曲线时均予以舍去。

#### 2. 拟合曲线方程

##### (1) 拟合用水壶烧水时的曲线方程

可以看出,曲线的形状近似于二次曲线(即抛物线),取曲线 I 上(45,45),(60,42),(90,50)三个点求抛物线方程。

设  $V = ax^2 + bx + c$



$$\text{则} \begin{cases} 45^2a + 45b + c = 45 \\ 60^2a + 60b + c = 42 \\ 90^2a + 90b + c = 50 \end{cases}$$

$$\text{可求出} \begin{cases} a = \frac{7}{675} \\ b = -\frac{58}{45} \\ c = 82 \end{cases}$$

$$\therefore V = \frac{7}{675}x^2 - \frac{58}{45}x + 82$$

(2) 拟合用铝锅烧水时的曲线方程

应用同样方法, 取(45, 58), (60, 40), (90, 40)三个点拟合。

设  $V = ax^2 + bx + c$

$$\text{则} \begin{cases} 45^2a + 45b + c = 58 \\ 60^2a + 60b + c = 40 \\ 90^2a + 90b + c = 40 \end{cases}$$

$$\text{可求出} \begin{cases} a = \frac{2}{75} \\ b = -4 \\ c = 184 \end{cases}$$