



面向21世纪高等学校精品规划教材



信号与系统

Signals and Systems
(第三版)

曾禹村 张宝俊 沈庭芝 王晓华 唐晓英 编著 ◆



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

面向 21 世纪高等学校精品规划教材

信号与系统

Signals and Systems

(第三版)

曾禹村 张宝俊 沈庭芝 王晓华 唐晓英 编著

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书第二版于2002年12月出版。2004年荣获北京高等教育精品教材。同年,台湾文京出版社将本书转换成中文繁体版在中国台湾地区出版发行。本书第三版在宏观结构体系方面没有变动,在具体内容方面有所修改、补充和加强。本书深入浅出而又系统全面地论述了信号与系统分析的基本理论和分析方法。全书共九章。内容包括信号与系统的基本概念,连续时间系统的时域分析,离散时间系统的时域分析,连续时间傅里叶变换、连续时间信号的谱分析和时-频分析,离散时间傅里叶变换、离散时间信号的谱分析,连续时间与离散时间系统的频域分析,拉普拉斯变换、连续时间系统的复频域分析, Z 变换、离散时间系统的 Z 域分析,连续时间与离散时间系统的状态变量分析。

本书可作为电子工程、通信工程、信息工程、电磁场与微波技术、微电子技术、信息对抗技术、生物医学工程、自动化、计算机等相关专业信号与系统课程的教材,也可供相关专业的技术人员参考。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/曾禹村等编著. —3版. —北京:北京理工大学出版社, 2010.3

ISBN 978-7-5640-2963-0

I. ①信… II. ①曾… III. ①信号系统-高等学校-教材
IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第238225号

出版发行/北京理工大学出版社

社 址/北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编/100081

电 话/(010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址/<http://www.bitpress.com.cn>

经 销/全国各地新华书店

印 刷/北京圣瑞伦印刷厂

开 本/787毫米×1092毫米 1/16

印 张/26.25

字 数/610千字

版 次/2010年3月第3版 2010年3月第13次印刷

印 数/47501~52500册

责任校对/陈玉梅

定 价/42.00元

责任印制/边心超

图书出现印装质量问题,本社负责调换

第三版前言

《信号与系统》是信息与电子学科各专业的一门主干课程,它的任务是研究信号与系统分析的基本理论与分析方法,为进一步研究信息处理、通信和控制等理论奠定基础。随着科学技术和 IT 产业的飞速发展,信号与系统的概念与分析方法已应用于许多不同领域与学科中。因此,它不仅是信息与电子学科中一门重点课程,而且也是工科各专业中一门非常有用的课程。

本书第二版于 2002 年 12 月出版。2004 年荣获北京高等教育精品教材。同年,台湾文京出版社将本书转换成中文繁体版在中国台湾地区出版发行。

本书第三版在宏观结构体系方面没有变动,在具体内容方面有所修改、补充和加强。本书深入浅出而又系统地论述了信号与系统分析的基本理论和分析方法。全书共九章。内容包括信号与系统的基本概念,连续时间系统的时域分析,离散时间系统的时域分析,连续时间傅里叶变换、连续时间信号的谱分析和时-频分析,离散时间傅里叶变换、离散时间信号的谱分析,连续时间与离散时间系统的频域分析,拉普拉斯变换、连续时间系统的复频域分析, Z 变换、离散时间系统的 Z 域分析,连续时间与离散时间系统的状态变量分析。

本书第三版由曾禹村主编。第一、第六章由张宝俊编写,第二、第九章由王晓华编写,第三章由唐晓英编写,第七、第八章由沈庭芝编写,其余各章由曾禹村编写。校院负责同志和教研室的有关同志对本书编写工作给予了许多支持和帮助,作者在此表示衷心的感谢!

限于水平和工作中的疏忽,书中难免有错误和不妥之处,诚恳希望读者批评、指正。

作者
于北京理工大学

第二版前言

《信号与系统》作为信息与电子学科的一门主干课程,其地位随着 IT 产业的飞速发展日益重要。作为本书核心的基本概念和方法对所有工程类专业都是重要的,其潜在的和实际的应用范围一直在扩大。因此,它不仅是信息与电子类学科中的一门重点课程,而且是工科各专业一门非常有用的课程。

本书第一版自 1992 年 12 月出版至今,一直受到广大读者的欢迎,需求量逐年上升,供不应求。但信息与电子学科理论与实践发展迅速,应用范围日益扩大,有必要在保持第一版特色的基础上进一步体现时代信息,处理好经典理论与最新技术的相互融合,以当代信息科学观点审视、修订、组织与阐述传统内容。

第二版全书共九章,内容包括信号与系统的基本概念,连续时间系统的时域分析,离散时间系统的时域分析,连续时间傅里叶变换、连续时间信号的谱分析与时-频分析,离散时间傅里叶变换、离散时间信号的谱分析,连续时间与离散时间系统的频域分析,拉普拉斯变换、连续时间系统的复频域分析, Z 变换、离散时间系统的 Z 域分析,连续时间与离散时间系统的状态变量分析。第一章增加了信号与抽取、内插零等概念与运算;第二章对初始条件概念与计算作了适当的补充;第三章增加了离散时间系统的模拟;第四章增加了相关、能量信号与功率信号的相关函数和能量谱密度与功率谱密度的关系、信号的时-频分析和小波分析简介;第五章着重讨论离散时间信号的谱分析,并增加了频域抽样定理、序列相关、周期相关定理及其应用;第六章以平行的方式同时讨论连续时间系统和离散时间系统的频域分析,并增加了傅里叶变换理论在数字滤波和抽样等方面的运用简介;第七章增加了系统实现、用围线积分求拉氏反变换法、系统零极点及其对应的时域波形并补充了拉氏变换在系统分析中的应用实例;第八章对 Z 变换与离散傅里叶变换的关系作了适当的补充;第九章把系统的可控性和可观测性调整到后续课程,从而使部分篇幅得到了压缩。

本书第二版由曾禹村主编。第一、第六章由张宝俊编写,第二、第九章由唐晓英编写,第七、第八章由沈庭芝编写,其余各章由曾禹村编写。教研室刘志文、吴鹏翼和李祯祥等同志对本书编写工作提出了宝贵意见,校院负责同志和信号与系统课群的有关同志对本书编写工作给予了许多支持和帮助,作者在此表示衷心的感谢!

本书配套辅导书《信号与系统概念、题解与自测》已经出版,需要者请与出版社联系。

限于水平和工作中的疏忽,书中难免有错误和不妥之处,诚恳希望读者批评、指正。

作者

于北京理工大学

2002 年 12 月

第一版前言

《信号与系统》是电子工程系各专业的一门主干课程。它的任务是研究信号与系统分析的基本理论与方法,为进一步研究信息处理、通信和控制等理论奠定基础。随着科学技术的发展,信号与系统的概念和分析方法已应用于许多不同领域与学科中。因此,它不仅是电子工程专业教学中一门重要的课程,而且也是工科各专业中一门非常有用的课程。

几年来,我们根据教学改革的需要、学科的发展以及在教学科研中积累的经验,编写了教材,已在几届学生中使用过。现将该教材修改、整理编成本书。

本书深入浅出而又全面系统地论述了信号与系统分析的基本理论和方法。全书共九章。内容包括信号与系统的基本概念,连续时间系统的时域分析,离散时间系统的时域分析,连续时间信号的谱分析,连续时间系统的频域分析,离散时间信号与系统的频域分析,连续时间系统的复频域分析, Z 变换及离散时间系统的 Z 域分析,连续与离散时间系统的状态变量分析。每章都有较多精选的例题和习题。

本书特点:

(1) 在内容上,连续时间信号与系统和离散时间信号与系统并重;在教材体系上采取连续与离散并行的方法。这样处理不仅适应了当前超大规模集成电路和计算机技术广泛应用的大趋势,也有利于学生从离散与连续的对比中加深理解和掌握两种信号与系统分析的基本理论和方法。

(2) 结合学科发展,注意理论联系实际。这不仅可开阔学生的视野,激发学生学习的兴趣,而且通过适当应用可以加深学生对所学基本理论的进一步理解。

(3) 内容衔接的梯度小,便于自学。内容取舍可浅可深,以适应不同层次教学与读者的需要。

本书由曾禹村主编。第五、第八、第九章由张宝俊编写,第二、第七章由吴鹏翼编写,其余各章由曾禹村编写。李瀚荪教授对本书编写工作提出宝贵意见,校院负责同志和信号与系统课程组的有关同志对本书编写工作给予许多支持和帮助。

本书初稿承北方交通大学吴湘淇教授审阅,提出了许多宝贵意见,作者在此表示衷心的感谢。

限于水平和工作中的疏忽,书中难免有错误与不妥之处,诚恳地欢迎读者批评、指正。

作者

于北京理工大学
1992年12月

目 录

第一章 信号与系统的基本概念	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 信号的定义与描述	(1)
1.3 信号的分类	(4)
1.4 信号的基本运算	(6)
1.5 基本连续时间信号	(11)
1.6 基本离散时间信号	(19)
1.7 系统的定义、描述与互联	(24)
1.8 系统的特性与分类	(30)
1.9 线性时不变系统的分析	(35)
习题	(36)
第二章 连续时间系统的时域分析	(41)
2.1 引言	(41)
2.2 LTI 系统的微分方程表示及响应	(41)
2.3 零输入响应与零状态响应	(45)
2.4 单位冲激响应	(50)
2.5 卷积积分	(52)
2.6 卷积积分的性质	(55)
2.7 奇异函数	(61)
2.8 连续时间系统的模拟	(64)
习题	(65)
第三章 离散时间系统的时域分析	(71)
3.1 引言	(71)
3.2 离散时间系统的差分方程	(71)
3.3 差分方程的经典解法	(75)
3.4 LTI 离散时间系统的零输入响应	(77)
3.5 用抽样序列表示任意序列 单位抽样响应	(80)
3.6 LTI 离散时间系统的零状态响应 卷积和	(84)
3.7 卷积和的图解	(88)
3.8 用单位抽样响应表示系统的性质	(92)
3.9 反卷积及其应用	(95)
3.10 离散时间系统的模拟	(97)
习题	(99)

第四章 连续时间傅里叶变换 连续时间信号的谱分析和时 - 频分析	(104)
4.1 引言	(104)
4.2 复指数函数的正交性	(105)
4.3 周期信号的表示 连续时间傅里叶级数	(106)
4.4 波形对称性与傅里叶系数	(112)
4.5 周期信号的频谱与功率谱	(117)
4.6 傅里叶级数的收敛性 吉伯斯现象	(122)
4.7 非周期信号的表示 连续时间傅里叶变换	(124)
4.8 傅里叶级数与傅里叶变换的关系	(130)
4.9 连续时间傅里叶变换的性质与应用	(132)
4.10 卷积定理及其应用	(145)
4.11 相关	(148)
4.12 能量谱密度与功率谱密度	(151)
4.13 信号的时 - 频分析和小波分析简介	(156)
习题	(159)
第五章 离散时间傅里叶变换 离散时间信号的谱分析	(169)
5.1 引言	(169)
5.2 连续时间信号的离散化 时域抽样定理	(169)
5.3 频域抽样定理	(173)
5.4 周期的离散时间信号的表示 离散傅里叶级数	(175)
5.5 非周期离散时间信号的表示 离散时间傅里叶变换	(182)
5.6 离散傅里叶级数和离散时间傅里叶变换的关系	(187)
5.7 离散傅里叶变换	(190)
5.8 离散时间傅里叶变换的性质	(193)
5.9 时域卷积定理及其应用	(197)
5.10 周期卷积定理及其应用 用 DFT 计算两个有限长序列的卷积	(200)
5.11 周期相关定理及其应用	(202)
5.12 频域卷积定理及其应用	(205)
5.13 离散时间傅里叶变换的性质小结	(207)
习题	(209)
第六章 连续时间和离散时间系统的频域分析	(213)
6.1 引言	(213)
6.2 LTI 系统对复指数信号的响应 频率响应	(213)
6.3 互联系统的频率响应 级联和并联结构	(218)
6.4 利用频率响应 $H(\omega)$ 或 $H(e^{j\Omega})$ 求系统对任意输入的响应	(224)
6.5 LTI 系统频率响应的模和相位表示 无失真传输	(229)
6.6 波特图	(232)
6.7 理想滤波器和可实现的非理想滤波器	(238)

6.8 希尔伯特变换	(248)
6.9 连续时间信号的离散时间处理	(252)
习题	(258)
第七章 拉普拉斯变换 连续时间系统的复频域分析	(266)
7.1 引言	(266)
7.2 拉普拉斯变换	(266)
7.3 拉氏变换的性质	(270)
7.4 常用函数的拉氏变换	(276)
7.5 拉普拉斯反变换	(278)
7.6 连续时间系统的复频域分析法	(283)
7.7 系统函数与时域响应	(287)
7.8 系统函数与频率响应	(290)
7.9 系统的实现	(297)
7.10 系统的稳定性	(299)
7.11 有源滤波器设计简介	(302)
习题	(307)
第八章 Z 变换 离散时间系统的 Z 域分析	(312)
8.1 引言	(312)
8.2 Z 变换及其收敛域	(312)
8.3 Z 变换的性质	(316)
8.4 常用序列 Z 变换表	(320)
8.5 Z 反变换	(321)
8.6 Z 变换分析法	(324)
8.7 离散时间系统的系统函数	(326)
8.8 由零极点图确定系统的频率响应	(329)
8.9 Z 变换和拉氏变换的关系	(333)
8.10 Z 变换在数字滤波中的应用	(335)
习题	(338)
第九章 连续时间与离散时间系统的状态变量分析	(344)
9.1 引言	(344)
9.2 状态变量与状态空间方程	(344)
9.3 状态空间方程的建立	(345)
9.4 连续时间系统状态空间方程的解	(351)
9.5 离散时间系统状态空间方程的解	(357)
9.6 系统稳定性	(361)
习题	(362)
习题答案	(367)
参考文献	(404)

第一章 信号与系统的基本概念

1.1 引言

在极为广泛的各种科学技术领域中,人们经常会遇到有关信号与系统的概念。例如在通信、雷达、电视与广播、航空与宇航、电路设计、声学、地震学、生物与医学工程、能源产生与分配系统、化学过程控制及语音处理等方面都会见到或用到信号与系统的概念。举例说,在电路中随时间变化的电流或电压是信号,电路本身是一个系统,而电路对输入信号的响应是输出信号;在汽车中,驾驶员脚踩加速踏板产生压力使汽车加速,这时加速踏板上的压力是信号,汽车本身是一个系统,而汽车在油门板加压下产生加速度是响应,也就是输出信号;在 X 光 CT(计算机断层)扫描机中,X 光透射人体组织观测体内病变,这时透射人体的 X 光是信号,CT 扫描机是系统,而观测到的体内病变(断层图像)是输出信号。以上所提到的只是信号与系统概念极为广泛应用的少数几个例子。

需要指出,信号与系统概念的许多应用已经有了很长一段历史,并从中产生出一整套分析信号与系统的基本方法和基本理论。而且,面对新技术的挑战,信号与系统分析方法一直在不断地演变和发展着。完全可以期望,随着技术日益加速地进步,会使日趋复杂的系统问题和信号处理问题得以更好地解决成为可能。因此,将来我们会看到信号与系统概念和分析方法能够应用到更为广泛的领域中去。

我们深切感到信号与系统分析这一论题代表了科学家和工程师都必须关注的一整套知识,因此多年来《信号与系统》已成为培养信息工程及相关专业高级专门人才的一门重要课程。该课程主要讨论信号与系统的基本理论和基本分析方法,为进一步学习或研究通信理论、电路理论、控制理论、信号处理与信号检测等学科内容奠定一个坚实的基础。

本章从信号与系统的直观概念、数学描述与表示入手,讨论涉及有关信号与系统的某些基本概念,以使初学这门课程的学生初步地建立一个基础,为后续章节进一步分析信号与系统提供一个起点。

1.2 信号的定义与描述

1. 信息、消息、信号

要弄清信号的含义,应先从信息和消息说起。消息是由符号、文字、数字或语言等组成的序列,一份电报、一句话、一段文字和报纸上登载的新闻都是消息。消息中所包含的事先不确定的内容就是信息,换句话说,信息蕴涵于不确定中,消息中不确定内容愈多,则信息量就愈大。例如,在小孩未出生之前,是男是女,各占一半,尚不能确定,如果这时医生告诉你一定生男孩,医生这句话(即消息)则很有信息。但在小孩出生之后,已经知道是男孩,如果护士再来告诉你生的是男孩,这条消息就一点信息也没有了。

消息是信息的载体,信息是消息中蕴涵的尚未确定的内容。现在,若把消息这个载体以物

理量的形式表现出来,如用声、光、电、位移、速度、加速度、温度、湿度、颜色等代替消息,则构成信号。这就是说,信号只是消息的一种物理表现形式,因此消息与信息间的关系,也就是信号与信息的关系,即信号也是信息的载体,是反映信息的物理量。从信息的传输和处理角度来说,信号较之消息的其他表现形式,如文字、语言等,更便于被系统所接受,特别是电信号这种物理形式,已被广泛应用于各种技术领域中,这是当今电子信息技术迅猛发展和快速普及的根本原因。

获取信息的主要工具是传感器和传感设备,传感器的种类繁多,形式不一,主要有物理型、化学型及生物型等传感器,其中物理型(热、光、磁、电、声、力)传感器是人们获取信号的最主要的手段。例如利用晶体或陶瓷的压电效应测量力、形变、位移、速度、振动、风速等,或利用光敏半导体测量光、光通、照度、光色等,还有利用光纤可制成测量电磁量、力学量、温度、图像及分光等的光学敏感器,等等。

2. 信号的描述

作为载有信息的物理量——信号,都有一种共同的表现形式,即在一定条件下,其物理量值随一个或多个独立变量而变化。一种最简单而常用的情况是信号随时间变化,即把信号表示为时间的函数。以时间为横坐标、物理量值为纵坐标,便可把信号表示为一种变化的图形,称为信号波形。图 1-1 是一个语音信号“您们好”经过话筒及放大器而录制的波形,从图中可见,不同的音节对应的信号波形不同。

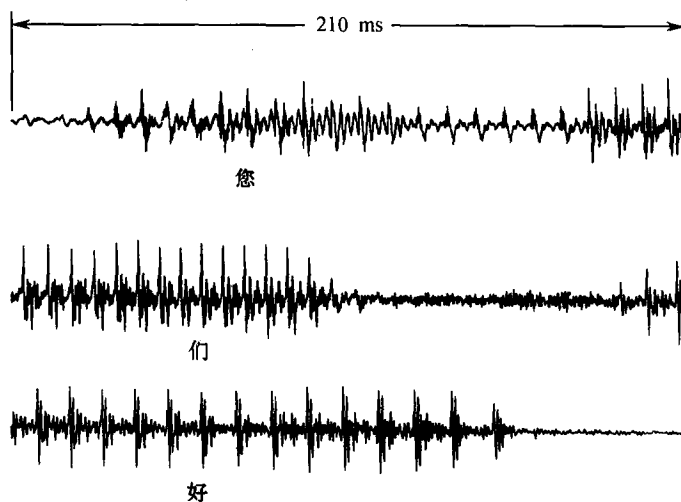


图 1-1 语音信号波形举例

在数学上,信号可以表示为一个或多个独立变量的函数,因此后面常把“信号”与“函数”两个名词通用。物理量值为一个独立变量的函数时,称为一维函数,记为 $x(t)$,如图 1-1 所示语音信号。若物理量值是两个独立变量的函数,例如一幅静止图像,每一点亮度(或称灰度)随二维空间坐标 x, y 变化,因此它可表示为二维函数 $f(x, y)$ 。依此类推,活动图像可以表示为亮度随二维空间 x, y 及时间 t 变化的函数,记为 $f(x, y, t)$,这是一个三维函数,等等。本书讨论范围仅限于一维函数表示的信号,而且作为数学抽象的一种形式,以后总是以时间为自变量,尽管在某些具体应用中,自变量不一定是时间。例如,在气象预报中,我们关心的气压、

温度和风速这些物理量都是随高度变化的,自变量并不是时间。

信号特性可以从时间特性和频率特性两方面来描述。信号的时间特性是从时间域对信号进行分析。例如,信号是时间的函数,它具有一定的波形。早期的信号波形分析,只是计算信号波形的最大值、平均值、最小值;随后发展到波形的时间域分析,如出现时间的先后,持续时间的长短,重复周期的大小,随时间变化的快慢以及波形的分解和合成;现在已发展到对随机波形的相关分析,即波形与波形的相似程度等。信号的频率特性是从频率域对信号进行分析,例如任一信号都可以分解为由许多不同频率(呈谐波关系)的余弦分量组成,而每一余弦分量则以它的振幅和相位来表征。图 1-2(a)、(b)和(c)示出一个信号 $x(t)$ 的波形分解、振幅频谱和相位频谱图。其中,振幅频谱表征该信号所具有的那些谐波分量的振幅;相位频谱表征各谐波分量在时间原点所具有的相位。振幅频谱和相位频谱合在一起可以确定该信号的分解波形和合成波形。例如从图 1-2 所示的频谱中可见,在 ω_0 和 $2\omega_0$ 处有两条谱线,其幅度相同,相位都为零。说明该信号是由两个谐波合成的,一个谐波的角频率为 ω_0 ,另一个为 $2\omega_0$,它们的振幅相等,相位都为零(谐波相位均以余弦为准)。因此根据这些参数就可绘出该信号的分解波形和合成波形。

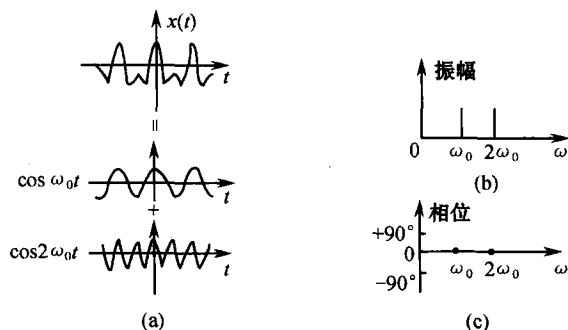


图 1-2 信号分解举例

可见,时域和频域反映了对信号的两个不同的观测面,即两种不同观察和表示信号的方法。图 1-3(a)和(c)就是从这两个不同观测面来观察和表示信号的。从时域上观察,其波形图 $x(t)$ 如图 1-3(a)所示,它是由若干个谐波组成的,这些谐波的波形图如图 1-3(b)所示。

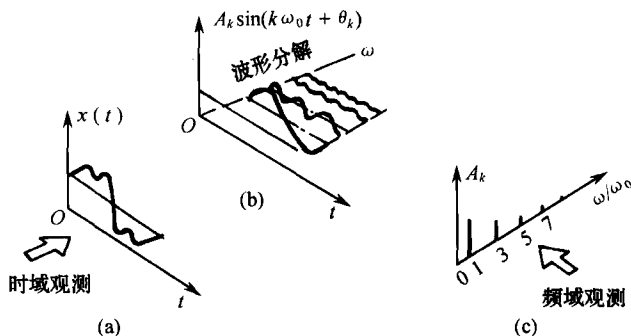


图 1-3 两种不同观测信号的方法

从频域上观测,其频谱图如图 1-3(c)所示,图中给出的信号频谱是和图 1-3(b)中的谐波一一对应的。总之,信号的时间特性和频率特性有着密切的联系,不同的时间特性将导致不同的频率特性,这种关系将在第四章进一步讨论。

1.3 信号的分类

前面已经指出,时间函数 $x(t)$ 是信号的数学模型。按照 $x(t)$ 的不同性质,在工程上对信号往往有下列几种分类方法。

按照 $x(t)$ 是否可以预知,通常把信号分为确定信号和随机信号两大类。确定信号预先可以知道它的变化规律,是时间 t 的确定函数。例如,在电路分析基础课程中讨论的正弦信号和各种形状的周期信号都是确定信号。随机信号不能预知它随时间变化的规律,不是时间的确定函数。例如,半导体载流子随机运动所产生的噪声和从目标反射回来的雷达信号(其出现的时间与强度是随机的)都是随机信号。所有的实际信号在一定程度上都是随机的,因为我们不能预知在未来时间实际信号将是什么样的。但是在一段时间内由于它的变化规律比较确定,可以近似为确定信号。所以,为了便于分析,首先研究确定信号,在此基础上根据随机信号的统计规律再研究随机信号。本课程只分析确定信号。

按照 $x(t)$ 的自变量 t 是否能连续取值,通常又把信号分为连续时间信号和离散时间信号两类。连续时间信号的自变量 t 可以连续取值,除了若干个不连续点外,在任何时刻都有定义,记为 $x(t)$,如图 1-4(a)所示。离散时间信号的自变量 n 不能连续取值,即仅在一些离散时刻(n 为整数值)有定义,记为 $x[n]$,其中 $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$,如图 1-4(b)所示。为了区分这两种信号,这里除了用 t 表示连续时间变量,用 n 表示离散时间变量外,还用圆括号 $(\cdot)$ 把自变量括在里面表示连续时间信号,而用方括号 $[\cdot]$ 表示离散时间信号。此外,由于 $x[n]$ 仅仅在 n 的整数值上有定义,它在图上原是一系列点,为了醒目起见,这里画成一条条竖线,竖线高度就等于 $x[n]$,例如 $x[-1], x[0], x[1], x[2], \dots$ 。因此 $x[n]$ 是一个数字序列,简称为序列,可表示为 $\{x[-1], x[0], x[1], x[2], \dots\}$ 。另外,连续时间信号的自变量 t ,其量纲为秒,而离散序列的自变量 n 一般是无量纲的。

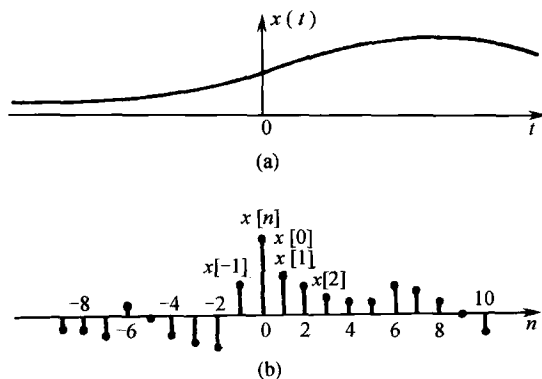


图 1-4 连续时间信号与离散时间信号

按照信号是否按一定时间间隔重复,信号可分为周期信号和非周期信号两类。周期信号按一定的时间间隔重复变化,而非周期信号的变化则是不重复的。周期信号的重复周期由其最小重复间隔确定,连续时间信号以 T 表示,序列则以 N 表示。注意 N 取整数,且无量纲。

按照信号的能量或功率是否为有限值,信号可分为能量信号、功率信号及其他信号。不论电压信号或电流信号,信号平方的无穷积分总代表加到 1Ω 电阻上的总能量,简称为信号能量 E ,即

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt \quad (1-1)$$

而信号平方在有限时间间隔内的积分再除以该间隔则代表加到 1Ω 电阻上的平均功率,即

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt \quad (1-2)$$

能量信号的总能量为有限值而平均功率为零;功率信号的平均功率为有限值而总能量为无限大。一般,周期信号都是功率信号,式(1-2)中的时间间隔即代表信号周期。而非周期信号则可能出现三种情况:持续时间有限的非周期信号为能量信号,如图 1-5(a)所示的脉冲信号;持续时间无限、幅度有限的非周期信号为功率信号,如图 1-5(b)所示;持续时间无限、幅度也无限的非周期信号为非功率非能量信号,如图 1-5(c)所示的单位斜坡信号 $tu(t)$ 。对于持续期无限、幅度有限的功率信号,其平均功率应由有限时间内平均功率的极限来表示,即

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt \quad (1-3)$$

如果信号为离散时间序列,其能量和平均功率表示为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \quad (1-4)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x^2[n] \quad (1-5)$$

关于序列的能量信号和功率信号的界定与连续时间相同。

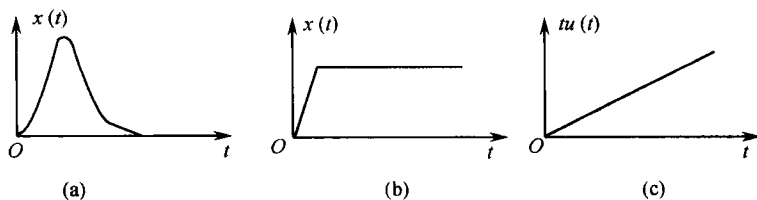


图 1-5 三种非周期信号

按照 $x(t)$ 是否等于它的复共轭 $x^*(t)$,信号又可分为实信号和复信号两类。实信号 $x(t) = x^*(t)$,它是一个实函数;复信号 $x(t) \neq x^*(t)$,它是一个复函数,即

$$x(t) = x_1(t) + jx_2(t)$$

式中, $x_1(t)$, $x_2(t)$ 都是实函数。实际信号一般都是实信号,但是在信号分析理论中,常借助复信号研究某些实际问题,以建立某些有益的概念或简化运算。例如,一种常用的复信号是复指数信号 $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$ 和 $e^{(-\sigma + j\omega)t} = e^{-\sigma t} \cos \omega t + j e^{-\sigma t} \sin \omega t$,它以其实部和虚部分别表示余弦(或衰减的余弦)及正弦(或衰减的正弦)等这些实信号。而在信号与系统分析中,采用

这样的复信号会比直接用正、余弦这些实信号要简便得多。

顺便指出,当采用复信号而不是实信号来分析信号的能量和平均功率时,前述式(1-1)至式(1-5)中信号函数的平方应改为函数的模平方,如 $x^2(t)$ 改为 $|x(t)|^2$, $x^2[n]$ 改为 $|x[n]|^2$ 等。

1.4 信号的基本运算

在信号的分析、传输与处理过程中,对信号常进行的运算包括数乘、取模、两信号的相加及相乘、微分或差分、积分或求和(累加),以及移位、反转、尺度伸缩(或说尺度变换)等。下面分别以函数式的变化来表示这些运算。

1. 数乘

设 c 为复常数,实常数为其特例。

$$y(t) = cx(t); y[n] = cx[n]$$

2. 两信号相加

对应时刻的两函数值相加。

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t); y[n] = x_1[n] + x_2[n]$$

图1-6给出了两个不同频率正弦信号相加的例子。

3. 两信号相乘

对应时刻的两函数值相乘。

$$y(t) = x_1(t)x_2(t); y[n] = x_1[n]x_2[n]$$

图1-7给出了两个正弦信号相乘的例子。必须指出,在通信系统的调制、解调等过程中经常遇到两信号的相乘运算。

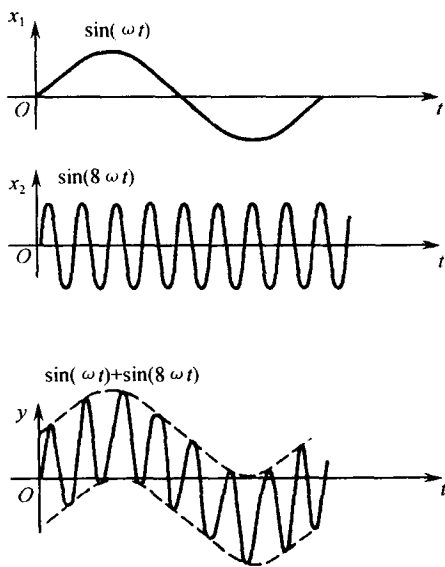


图1-6 两信号相加

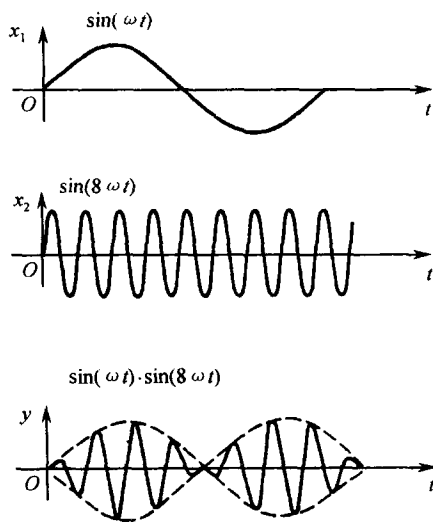


图1-7 两信号相乘

4. 微分和差分

对连续时间函数求导即微分,对离散序列相邻值相减即差分。

$$y(t) = \frac{d}{dt}x(t); y[n] = x[n] - x[n-1] \text{ 或 } y[n] = x[n+1] - x[n]$$

差分中前式为一阶后向差分,后式为一阶前向差分。

5. 积分和求和

对连续时间函数求变上限的积分,对离散时间序列求变上限的累加。

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau; y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

图 1-8 和图 1-9 分别给出连续时间信号微分运算和积分运算的两个例子,从图中可见,微分的结果突显了信号的变化部分,而积分的结果正好相反,使信号突变的部分变得平滑。

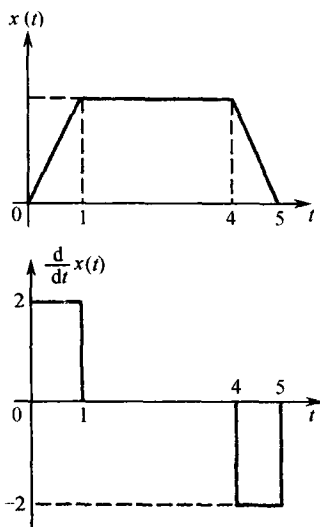


图 1-8 微分运算

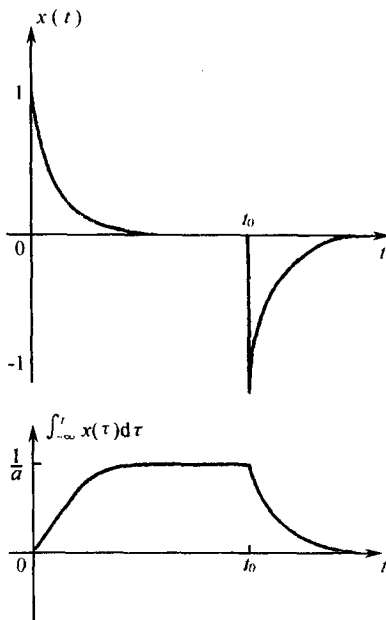


图 1-9 积分运算

6. 取模

模是代表信号大小度量的一种方式。

$$y(t) = |x(t)| = [x(t)x^*(t)]^{1/2}; y[n] = |x[n]| = [x[n]x^*[n]]^{1/2}$$

以上六种运算都是对函数式在某时刻的值进行相应的运算,下面讨论的移位、反转、尺度变换这三种运算或者说三种波形变换,其实质是由函数自变量 t 或 n 的变换而导致的信号变化。以连续时间为例,函数自变量 t 代换为一个线性表达式,即 $t \rightarrow at + b$,这里 a, b 均为实数。为讨论方便,暂将函数变换前的自变量写成 t' ,于是线性变换式可写成

$$t' = at + b \quad (1-6)$$

式中 t 为变换后的自变量。式(1-6)也可写成

$$t = \frac{1}{a}(t' - b) \quad (1-7)$$

若以 t 为横坐标画出原信号 $x(t')$ 的波形,就是自变量变换导致信号波形变换的结果。

7. 移位

自变量按 $t' = t + b, (a=1)$ 变换,以 $t = t' - b$ 为横坐标画出原信号 $x(t')$ 的波形。从 $t = t' - b$ 可以看到,若 $b > 0$,将使信号波形左移; $b < 0$,信号波形右移。图 1-10 是连续时间信号移位的例子,这里 $b = -2 < 0$,故 $x(t-2)$ 较 $x(t)$ 右移了 2 秒。信号移位在雷达、声纳、地震信号处理中经常遇到,利用移位信号对原信号在时间上的延迟,可以探测目标或震源的距离。

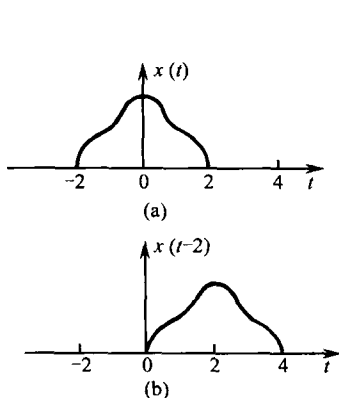


图 1-10 连续时间信号的平移

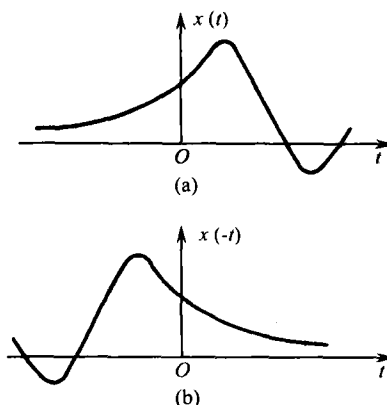


图 1-11 连续时间信号的反转

8. 反转

自变量按 $t' = -t, (a = -1 < 0, b = 0)$ 变换,以 $t = -t'$ 为横坐标画出原信号 $x(t')$ 的波形。由此自变量的变换可知,反转的结果就是使原信号波形绕纵轴反折 180° 。图 1-11 是连续时间信号反转的例子。另一个实际例子是磁带倒放,即若 $x(t)$ 是表示一个收录于磁带上的语音信号,则 $x(-t)$ 就代表该磁带倒过来放音。

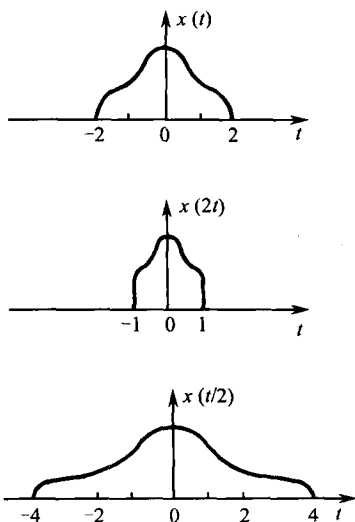


图 1-12 连续时间信号的尺度变换

9. 尺度变换

自变量按 $t' = at, (a > 0, b = 0)$ 变换,以 $t = t'/a$ 为横坐标画出原信号 $x(t')$ 的波形。此自变量变换意味着,若 $a > 1$,将导致原信号波形沿时间轴向原点压缩;若 $a < 1$,信号波形将自原点拉伸。图 1-12 是一连续时间信号尺度变换(或称尺度伸缩)的例子,其中 $x(2t)$ 中 $a = 2 > 1$,导致原信号波形压缩,而 $x(t/2)$ 中 $a = \frac{1}{2} < 1$,信号波形被拉伸(或展宽)为原来的 2 倍。在实际中,若 $x(t)$ 仍表示一个录制在磁带上的语音信号,则 $x(2t)$ 表示慢录快放,即以该磁带录制速度的两倍进行放音;而 $x(t/2)$ 刚好相反,表示快录慢放,以原磁带一半的录制速度放音。

例 1-1 已知某连续时间信号 $x(t)$ 的波形如图 1-13 (a) 所示,试画出信号 $x(2-t/3)$ 的波形图。

解: 分析自变量的变换 $t' = 2 - t/3$,可知它包括了移位($b = 2 \neq 0$)、反转($a = -\frac{1}{3} < 0$)和扩展($|a| = 1/3 < 1$)。