

修正課程標準適用

# 高中甲組代數學

第一冊

編者 余介石

上海中華書局印行

## 何奎垣先生序

高中代數學，以介石所編，最合教科之用。其書對基本原理，論證嚴密周詳，蓋本余所主張之原理教法而作。余嘗在重慶大學附中，試用數次，深喜其能助初學精進；惟對取材方面，尚微病其繁。近日介石就余所指示，有所節刪，尤便於教學。惜增入連分式等部分，殊嫌陳舊，非高中生之所需；特以部令所施，不得不如是耳。介石之意，亦以加入分析大意及矩陣概念為得，實獲我心。欲其實行，惟有俟之異日。余昔所編高中代數學，雖內容與教部所訂綱要，旨趣相異；如有好學之士，與此書并讀，再參以鄭太朴君所譯之 Weber 代數學，其獲益必較讀三十年前之 Hall and Knight 一流代數學為多也。吾國出版界，近三數年，頗不寂寞，則吾之為此言，亦不懼人之謂我為狂矣。微介石亦無以發吾之狂言，故當相視而笑，莫逆於心也。

## 編輯要旨

1. 本書以教育部最近修正頒布的高中普通科課程標準為依據，並加入其他適當教材，和本局出版的修正課程標準適用初中算學教科書，程度緊相銜接，極合高中甲組之用。

2. 本書四冊，共分十七章，得五百餘頁，有習題一〇二。按教育部課程標準，高中甲組教授代數時間，約共有200小時之譜，每小時約授 $2\frac{1}{2}$ 頁，每二小時有習題一次，以資練習。

3. 本書依據學習心理，排列教材，由淺入深，並將互相關聯的教材，集於一處，反復申說，使學生的注意集中，增加練習的機會，而達到純熟的目標。

4. 本書分四大段，第一章到第五章為第一段，講授代數學的基本原理和方法，並和算術充分聯絡。第六章到第十一章為第二段，研究各種函數和方程式解法，處處用圖解，作平行的比較。第十二、十三兩章成第三段，注重代數的實際問題、計算方法，以明算理的效用。以上供高二之用。末四章為高等代數，專供高三一學年之用。各章又皆自成單元，章末附有提要，以便溫習。

5. 代數學的基本算法，初中都曾習過，本書即從此等處入手，先略作溫習，再徐徐引入新教材，作更深一步

的研究，俾學生有溫故知新的樂趣，無仰高鑽堅的困苦。

6. 本書各習題是書中極重要的一部分，選擇和分配，都經過慎重的考察，務使已習過的理論和方法，都在習題中遇着應用的機會，以爲理解的幫助。各題均按難易次序排列，由淺入深，其中難題可引起學生向上探求的興趣，養成自動研究的習慣。

7. 本書對於各種重要函數特性，細加研究，用圖解來表變跡，藉有跡的圖形，說明抽象的算理，算學中形數兩種基本觀念，得以聯絡，并可爲日後進修高等算學的準備。

8. 方程式在理化和其他實際問題，頗多應用，本書於此，儘量羅致，以說明抽象算理的實用性，并使學生能充分了解抽象算理的具體意義，增加研究自然和社會現象的興味和能力。

9. 代數和算術、幾何等科，互有極密切的關係，本書對於各科聯絡的地方，隨時加以貫通。如第一、二兩章中，由代數基本法則，說明算術中的各法則；第三章中，由整式除性推論整數性質；方程式應用題裏，討論幾何的問題；對數、級數計算題裏，研究誤差的範圍，都無非是要學生認識算學全體的和諧性，以資其融會。

10. 向來代數教本，每多忽視實際問題，本書力矯此弊。例如對數是計算數值的重要工具，效用宏偉，無可比

擬，本書則詳論其算法和用表的誤差，以便於應用。又如或然率為推測人事變遷的唯一方法，統計學以他做基礎，而成研究社會現象、生物現象的唯一利器，本書也列舉要義，以導進修的先路。

11. 初學代數的人，每易囿於機械的算法，而闕於理解，這是進修高等算學的最大障礙。向來教本對這點也漫不經意。本書對於運算方法，固然詳舉靡遺，而在理解方面也毫不放鬆。如第一章裏，闡發代數學的公律，表述推廣的方法，且於證題的步驟，題理的層次，解法的討論，各章中都不憚煩言，以喚起注意。涉及高深理論，為本書所不能證的，也分別提明，並指示要在何時方能學到，以啟發學生向上學習的志趣。

12. 本書編輯時，很得下列各書的幫助，特在此列明，以示不敢掠美。

(1) Fine: College Algebra.

(2) Bourlet: Leçons d'Algèbre.

(3) Williams: College Algebra.

(4) Hawks: Higher Algebra.

(5) Hawks, Luby, Touton: Second Course in Algebra.

(6) Hall, Knight, Sevenoak: Algebra for Colleges.

(7) Bauer: Mathematics Preparatory to Statistics and Finance.

- (8) Davisson: College Algebra.
- (9) Laroix—Ragot: A Graphic Table of Logarithms.
- (10) 藤澤, 黃際遇: 續初等代數.
- (11) 何奎垣: 二次方程式詳論.
- (12) 張鵬飛: 新中學高級代數學.
- (13) 長澤龜之助: 代數學辭典.
- (14) 伊藤政治: 代數學問題解法.
- (15) 中島秀次郎: 代數學根柢.
- (16) 林鶴一: 方程式應用問題.
- (17) 林鶴一: 不等式.

13. 本書編輯時, 頗蒙 余介侯 先生相助, 後又承教育部編審 黃守中 先生指示應行修訂者若干條, 而此次照部章修訂, 得 何師奎垣 指示處甚多, 謹一并志謝. 仍望海內方家, 多加匡正, 俾得隨時修改.

14. 本書問題, 另編解答, 但祇能售與教師. 購閱者須由校中正式具函證明, 方能發售.

## 告 讀 者

一. 本書頁數, 雖不甚多, 但材料頗為豐富, 決無不供部定教授時間支配的弊病. 但我國幅員廣大, 各地情形不同, 也許有嫌他分量過重的, 則可酌量略去下列各節.

§§68, 85—86, 97, 104—107, 110, 120—122, 131, 137—140, 161—162, 173, 178—179, 205—209, 237—239, 249, (共約 60 餘頁之譜).

如此, 對於全書的系統並沒有妨礙, 部定的教材也毫無遺漏的地方.

一. 本書特點, 已在編輯要旨內說過. 為求達到那些目標起見, 所以本書取材說理, 很有和普通教本不同的地方. 這都是本於著者多年教學經驗, 絕非從他種教本中摘抄而來. 今更逐條列明如下:

§2, 說明代數、幾何兩科方法相同的地方.

§12, 例二中, 示明推演律不可逆的實例, 使用逆證法的人, 知所注意.

§14, 指示名詞的效用, 引起初學者的注意.

§23, 提明因式分解限制的必要, 和分解法困難的原因.

§47, 特創‘對稱組’的名詞, 說明對稱式因式分解的

較爲透澈。

§48, 逆定理裏附加條件和特設的推論,使理論更加完密(參看習題十九第6題,便知修正的必要)。

§58 ‘注意’內,說明 $\infty$ 不受算律支配的理由。

§63, 由非齊次情形說起,以便比較齊次,非齊次兩種情形,並明白二者關聯的地方。

§68, 借圖解說明正整數解的多寡,有無,簡單易解。

§§70,71, 解釋虛數、複數特性的由來,特爲詳盡。

§77, 指明倒數方程式解法的如何着手。

§78 ‘注意’中,詳述必要條件,充足條件,充要條件的區別,並設習題三十三、10題,以便練習,由這題又可對於以前所習重要定理,得一複習。

§96, 提明證絕對不等式的基本方法和各種證法,並指示文字限於實數的理由。

§98 ‘注意’內,指明不等式解法內的不可逆步驟,以引起注意(長澤龜之助代數學辭典中對此種解法,缺少相當說明,易致誤解)。

§105, 用幾何圖解闡明根的變遷情形,具體易解。

§107, 法爲本書特創,將根的正負問題,和同已知數比較問題合爲一致。

§112, 提明分式方程式解法特殊情形下的兩種困難。



§114, 用實例釋明難解的極限意義。

習題五十一、5 題, 示明聯立分式方程式的不定情形, 并略示研究的方法。

§123, 證示整式方根在一般情形不爲分式, 以明設立無理函數一類的必要。

§124(二), 用天元法開方, 以爲日後學和涅氏 Horner 方法的先導。

§136, 對無理方程特殊解法, 研究其同解原理。

§138 ‘註’ 內, 表示平方根式符號和根數主值規定的關係。

§154, 所述對數定位部求法, 合普通教本中的二條成爲一則, 不特較簡, 并且易明。

§165, 將可解的超性方程式別爲數類, 眉目較清。

§§170、176, 用聯立方程式求級數公式, 使證解步驟有線索可尋, 并可明公式的活用法。

§§171、176 各例, 習題六十九、3 題, 說明解答的性質, 和公式的限制, 以明機械運算的弊病。

§190, 論補算法原理和誤差影響, 特爲詳明。

此外如習題中的改正錯誤問題(例如習題二, 10; 習題十九, 6; 習題三十, 2; 習題六十四, 1 等), 以期學生易得正確的觀念; 又表解的說明(見 §§3, 4, 6, 50, 57 例五, 59, 93, 132 等處), 簡單而明晰, 這些地方, 也爲一般教本所無, 著者并

---

無立異以爲高的意思。他種教本中說理完密，解釋透澈的地方，本書也儘量採用，例如論互質式和整數上應用，部分分式原理等處，完全以 Fine 的書爲依據；論對數計算的精密度，係從 Hawks 書中摘取；論或然率各節，取材於 Williams 的書，可見著者并無師心自用的成見。爲免除誤會起見，謹附此聲明。如蒙讀者對本書加以糾正，不勝歡迎。

修正課程標準適用

高中甲組代數學第一冊

目次

	頁數		頁數
<b>第一章</b>		<b>11. 推演律</b> .....12	
基本觀念和法則		<b>12. 算律的結構</b> .....13	
1. 代數學的目的	1	習題三	15
2. 代數學的方法	2	第一章摘要	16
3. 代數學裏的各種 算法	2	<b>第二章</b>	
4. 代數學的數	3	整式的基本算法	
5. 運算次序	5	<b>13. 算式和代數式</b>	18
習題一	6	<b>14. 整式幾個重要的     名詞</b>	18
6. 運算的基本公律	6	<b>15. 式的值和等式</b>	20
7. 加法單位和乘法 單位	7	習題四	21
8. 分數的運算法則	8	<b>16. 多項式的加減法</b>	22
9. 負數的運算法則	9	習題五	24
習題二	11	<b>17. 單項式的乘除法</b>	25
10. 指數的定律	12	<b>18. 多項式乘法</b>	26
		<b>19. 恆等式乘法上的</b>	

應用.....	28	<b>30.</b> 幾個整式 H. C. F.	
習題六.....	30	求法.....	53
<b>20.</b> 除法的廣義.....	31	習題十.....	54
<b>21.</b> 多項式除法.....	32	<b>31.</b> 兩整式的 L. C. M.	
<b>22.</b> 綜合除法.....	34	求法.....	55
習題七.....	36	<b>32.</b> 幾個整式 L. C. M.	
<b>23.</b> 因式分解.....	37	求法.....	56
<b>24.</b> 特別積範式.....	38	習題十一.....	57
習題八.....	40	<b>33.</b> 互質式特性.....	57
<b>25.</b> 餘式定理和因式		<b>34.</b> 整式的特性.....	58
定理.....	41	<b>35.</b> 不可約因式、合式	
<b>26.</b> 方程式、函數、函數		的分解法.....	59
記法.....	44	<b>36.</b> 整數方面的應用.....	60
習題九.....	46	習題十二.....	62
第二章摘要.....	47	第三章摘要.....	63
<b>第三章</b>		<b>第四章</b>	
公因式和公倍式、		等式	
式的整除性		<b>37.</b> 同解法、同解變易.....	65
<b>27.</b> 公因式和公倍式.....	49	習題十三.....	67
<b>28.</b> 公因式特性.....	51	<b>38.</b> 聯立方程式同解	
<b>29.</b> 歐氏(Euclid)求 H. C. F.		原理.....	68
法.....	51	<b>39.</b> 整方程式的解法.....	70

習題十四.....	72	51. 函數表示法.....	102
40. 整方程式次數和 根數.....	73	52. 形數關聯法、坐標.....	103
41. 恆等式特性.....	74	習題二十一.....	106
42. 證恆等式法.....	75	53. 二元方程式圖解.....	107
習題十五.....	78	54. 一次函數的圖解.....	108
43. 待定係數法.....	79	習題二十二.....	110
習題十六.....	81	55. 應用問題圖解法.....	111
44. 對稱式.....	82	習題二十三.....	115
45. $\Sigma$ 記法.....	83	第五章摘要.....	117
46. 對稱恆等式.....	84	第六章	
習題十七.....	85	一次方程式	
47. 對稱式因式分解.....	86	56. 一元一次方程式 解法討論.....	119
習題十八.....	88	57. 應用問題的解法.....	119
48. 對於比例上的應用.....	89	習題二十四.....	123
習題十九.....	93	58. 幾何的解釋.....	125
第四章摘要.....	94	習題二十五.....	127
第五章		59. 二元聯立方程式 解法討論.....	128
函數和圖解		60. 行列式.....	128
49. 常數變數和函數.....	98	習題二十六.....	130
50. 變數法.....	99	61. 三元聯立方程式	
習題二十.....	101		

解法.....	131	66. 有解的條件.....	142
62. 薩魯氏法則.....	133	67. 歐拉氏解法.....	143
63. 齊次聯立方程式.....	134	68. 正整數的解.....	144
習題二十七.....	135	習題二十九.....	145
64. 雜例題.....	137	第六章摘要.....	145
習題二十八.....	139	中西名詞對照表	
65. 不定方程式.....	141		

修正課程標準適用

# 高中甲組代數學

第一冊

## 第一章

### 基本觀念和法則

1. 代數學的目的 代數學是繼續算術而論數量運算的科學，可是他所研究的範圍，運用的方法，都比算術要擴大而概括些。英國大科學家牛頓(Newton)曾說過：“代數就是廣義的算術(Universal Arithmetic),”這句話是很顯明而扼要的。窮則變，變則通，代數學目的，便是救濟算術的窮，變法以求其通。

代數推廣算術範圍的重要方法有兩種：(一)用文字表數，所以數值未知或未定的數，也可依法演算，所解問題，每為一類問題，而不是某一特別問題。(二)加入負數、虛數等新數，以擴大數的領域，除去算術裏的限制(如被減數必大於減數)，使算理能普遍的成立。

2. 代數學的方法 代數學是算學中的一分科,他的方法,自然和同屬於算學中的幾何學,方法相同,就是演繹法。初學的人,多以為代數學和幾何學兩科,方法截然各別。殊不知代數推演算式的變化,幾何論證圖象的性質,形式外觀雖不同,却都不外乎依據邏輯的原則,作演繹式的推理。所以代數學和幾何學,都各有一種出發點,做演繹推理的根據。幾何學用公理做根據,代數學就用公律做根據。公理和公律,不過是一種假設,一種公約,普通以為是簡單到不必再證,其實是證無可證。我們固然希望每說一句話,都要有理由,但最後的理由又在那裏呢?

3. 代數學裏的各種算法 所謂算法,就是指數量結合的方法。每種算法,都各有公律;按律推算,可求結合的結果。為說理簡明計,一種算法,各有他的符號,如「加」“+”,「減」“-”,「乘」“ $\times$ ”或“ $\cdot$ ”,「除」“ $\div$ ”,「開方」“ $\sqrt{\quad}$ ”,「對數」“log”等等,叫做運算符號。

【註】在代數裏,乘號常常可略去不寫,除號每用分數記法來代替,例如  $ab$  便是  $a \times b$ ,  $a \div b$  常寫做  $\frac{a}{b}$  或  $a/b$ 。



又有表兩種數量大小的符號,叫做關係符號,如「等於」“=”,「恆等於」“ $\equiv$ ”,「不等於」“ $\neq$ ”,「大於」“ $>$ ”,「小於」“ $<$ ”等,此外還有表示量的積聚的各種括號,如 $\{$ }, $[$ ], $($ )等。

各種算法中,每有一種爲他種的還原,便叫做逆算法,或逆運算。現在列表述明於下:

算 法		式	$a+b=c$	$a \cdot b=c$	$a^b=c$
說 明					
已知 $a, b$ 求 $c$			加 法	乘 法	乘 方 (乘法特例)
逆 算 法	已知 $b, c$ 求 $a$		減 法	除 法	開 方
	已知 $c, a$ 求 $b$		減 法	除 法	對 數

【注意】一種運算後,如繼續作同數的逆運算,則二者相抵消。例如 $(a-b)+b=a$ ,  $(a \times b) \div b=a$ ,  $(\sqrt[b]{a})^b=a$ 。

4. 代數學的數 算法是表示數的結合方法,似乎先有各種數,後有算法,其實適得其反,我們可以說,各種數的由來,是應算法的需要而生的。德國算學家克倫尼克(Kronecker)說得好:“只有自然數(就是正整數)是上帝造的,其他都是人造的。”這句話雖簡單,意義却很深長。

由單位 1,繼續施行加法,便得一切的正整