

kepuzhishibaikeshu

科普知识百科全书

数学知识篇

shuxuezhishipian

远方出版社

下

kepuzhishibaikeshu

科普知识百科全书

z 228.2
61
:2

数学知识篇

shuxuezhishipian

远方出版社

下

目 录

著名数学题大观

用砂粒填满宇宙.....	(215)
斐波拉契数列.....	(219)
托尔斯泰问题.....	(222)
奇特的墓志铭.....	(225)
推算科学家的年龄.....	(228)
寻找罪犯.....	(230)
谁的算法对.....	(232)
百鸡问题.....	(234)
百羊问题.....	(236)
“农妇卖蛋”.....	(237)
农夫分牛.....	(239)

摆满棋盘的麦粒·····	(241)
摸球的奥秘·····	(243)
三等分角问题·····	(246)
化圆为方问题·····	(250)
四色问题·····	(255)
巧解九连环·····	(260)
中国剩余定理·····	(265)
奇怪的遗嘱·····	(270)
百钱买百鸡·····	(274)
“盈不足术”·····	(277)
牛顿问题·····	(281)
欧拉问题·····	(284)
迷你数学游戏	
数学怎样跌进“黑洞”·····	(287)
破碎砝码的妙用·····	(289)
不翻日历你能算出随便哪一天是星期几吗·····	(291)
“奇异的追击”·····	(294)
池塘中的芦苇有多高·····	(296)
怎样渡河才好·····	(299)
六人集会问题·····	(301)

怎样寻找最佳方案·····	(303)
为什么甲比乙多 25% 时, 乙比甲少 20%·····	(305)
怎样把有理数排队编号·····	(307)
抽屉原则·····	(310)
为什么装满零件的箱子还能塞进一个零件·····	(313)
怎样计算用淘汰制进行的比赛场数·····	(315)
人在雨中行走是否走得越快淋雨量越少·····	(318)
购买奖券时买连号的好还是不连号的好·····	(320)
商店一次进货多少最合理·····	(323)
如何用数学方法挑选自己满意的商品·····	(326)
怎样计算 2^{2^2} ·····	(329)
怎样判断一个数能不能被 2、3、5、9 或 11 整除·····	(331)
从 1 加到几 n 再返回 1 的数怎样速算·····	(335)
怎样巧算圆木堆垛·····	(337)
哪些灯还亮着·····	(340)
为什么 2^n 个小球能移为一堆·····	(342)
为什么“对称”意识能使你在游戏中获胜·····	(344)
为什么用两支蜡烛能够计算出“断电”的时间·····	(347)
三兄弟谁最聪明·····	(349)
从“猴子分桃子”谈起·····	(351)

为什么乌鸦不一定喝到水·····	(355)
怎样才能使线路最短·····	(357)
数学的摇篮·····	(359)
坏狐狸和三角形·····	(362)
火柴游戏·····	(366)
数学悖论趣谈·····	(370)
数学为你点迷津	
为什么放大镜不能把“角”放大·····	(375)
为什么在“机会型”赌博中庄家总是赢·····	(378)
为什么同班同学中生日相同的可能性很大·····	(382)
会不会发现从头到尾全相同的棋局·····	(384)
为什么说“三人行，必有我师”·····	(386)
为什么说音乐中也要用到数学·····	(389)
为什么买大包装商品要比买小包装商品合算·····	(393)
条形码中的数学原理·····	(396)
你知道“筛法”是什么吗·····	(399)
为什么铁栅栏门推拉起来非常轻松·····	(402)
为什么说自己戴黑帽子的那个人聪明·····	(404)
为什么九条路不可能不相交·····	(406)
为什么球面不能展成平面图形·····	(408)

默比乌斯带的奥秘.....	(410)
你能找到海盗藏宝的地点吗.....	(412)

世界之最

最巨大的数学专著.....	(414)
最繁琐的几何作图题.....	(417)
最精确的圆周率.....	(419)
国际数学竞赛中得奖最多的国家.....	(421)
最古老的数学文献.....	(423)
最高荣誉的数学奖.....	(425)
非欧几何的创始人.....	(427)
最大数字的表示法.....	(429)

著名数学题大观

用砂粒填满宇宙

阿基米德是一个著名的解题能手，解决了许多著名的数学难题。而且，他有一种特殊的本领，能用最简单的方法解答最难的数学问题。对此，历史学家们作了生动的记载。一些人乍见阿基米德要解答的题目，往往会感到无从下手，可是，一旦他们见了阿基米德的解答，便会情不自禁的赞叹：“竟有这等巧妙而简单的解法。



我怎么就没有想出来呢？”下面这道“砂粒问题”就是一个著名的例子。

“如果用砂粒将整个宇宙空间都填满，一共需要多少砂粒？”

要解答这样的题目，首先要知道宇宙的大小。那时候，古希腊人认为宇宙是一个巨大的天球，日月星辰如同宝石般镶嵌在天球的四周，而人类居住的地球呢，则正好处在于球的中央。

天球有多大呢？根据当时最流行的观点，天球的直径是地球的直径的 10000 倍，而地球的周长是小于 30 万斯塔迪姆（1 斯塔迪姆约等于 188 米）。

阿基米德为了使他的计算更能说服人，有意把这个数值扩大了 10 倍。他假设地球的周长小于 300 万斯塔迪姆，并由此算出宇宙的直径小于 100 亿斯塔迪姆。

那么，砂粒有多大呢？同样是为了增强说服力，阿基米德又有了意将砂粒描绘得非常非常小。他假设 1000 颗砂才有 1 颗罌粟籽那么大，而每 1 颗罌粟籽的直径只有 1 英寸的 $\frac{1}{40}$ 。

当时，古希腊的记数单位最大才到万，很难满足解答这个题目的需要，于是，阿基米德又将记数单位作了扩充，创造了一套表示大数的方法。他将 1 万叫做第一级单位，将 1 万的 1 万倍（即 1 亿）叫做第二级单位，

☆

科普知识百科全书

☆

将第二级单位的1亿倍叫做第三级单位，将第三级单位的1亿倍叫做第四级单位，……像这样一直取到了第八级单位。

把这一切都安排妥贴后，阿基米德没有急于马上去计算填满宇宙的砂粒数，而是首先着手解决一个比较简单的问题：填满一个直径为1英寸的圆球，一共需要多少颗砂粒？

因为1颗罂粟籽的直径是 $1/40$ 英寸， $1^3 : 40^3 = 1 : 64000$ ，所以，填满直径为1英寸的圆球，至多需要6.4亿颗砂粒。这个数目比10个第二级单位小。

那么，填满直径为1斯塔迪姆的圆球，一共需要多少颗砂粒呢？阿基米德的答案是：这个数目不会超过10万个第三级单位。

接下来，阿基米德将圆球的直径不断扩大，逐一计算了当圆球的直径是100、1万、100万、1亿、100亿个斯塔迪姆时，填满它所需要的砂粒数。最后，阿基米德得出答案说：填满整个宇宙空间所需要的砂粒数，不会超过1000万个第八级单位。

这个数究竟有多大呢？用科学记数法表示就是 10^{63} 。这是一个非常大的数，如果用一般的记数法表示，得在1的后面接连写上63个0。

古时候，人们把 10^4 叫做“黑暗”，把 10^8 叫做是

☆

科普知识百科全书

☆

“黑暗的黑暗”，意思是它们已经大得数不清了，而阿基米德算出这个数，不知要比“黑暗的黑暗”还要“黑暗”多少倍。由此可见，解答“砂粒问题”，不仅显示了阿基米德高超的计算能力，也显示了他惊人的胆识与气魄。

不过，用 10^{63} 颗砂粒是填不满宇宙空间的，充其量也只能填满宇宙一个小小的角落。但是，这不是阿基米德计算的过错。因为古希腊人心目中的“天球”，即使与现在已经观测到的宇宙空间相比，充其量也只能算是一个小小的角落。

第二个问题：宇宙有多大？阿基米德在《数论》中提出，如果宇宙是有限的，那么它应该有一个边界。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界。阿基米德认为，宇宙应该是无限的，因为如果它是有限的，那么它应该有一个边界，而这个边界应该是不可见的。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界，因此它是不可见的。

第三个问题：宇宙中有多少颗星星？阿基米德在《数论》中提出，如果宇宙是有限的，那么它应该有一个边界。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界。阿基米德认为，宇宙应该是无限的，因为如果它是有限的，那么它应该有一个边界，而这个边界应该是不可见的。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界，因此它是不可见的。

第四个问题：宇宙中有多少颗行星？阿基米德在《数论》中提出，如果宇宙是有限的，那么它应该有一个边界。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界。阿基米德认为，宇宙应该是无限的，因为如果它是有限的，那么它应该有一个边界，而这个边界应该是不可见的。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界，因此它是不可见的。

第五个问题：宇宙中有多少颗彗星？阿基米德在《数论》中提出，如果宇宙是有限的，那么它应该有一个边界。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界。阿基米德认为，宇宙应该是无限的，因为如果它是有限的，那么它应该有一个边界，而这个边界应该是不可见的。但是，如果宇宙是无限的，那么它就没有边界，因此它是不可见的。

斐波拉契数列

13 世纪初，欧洲最好的数学家是斐波拉契；他写了一本叫做《算盘书》的著作，是当时欧洲最好的数学书。书中有许多有趣的数学题，其中最有趣的是下面这个题目：

“如果一对兔子每月能生 1 对小兔子，而每对小兔在它出生后的第 3 个月里，又能开始生 1 对小兔子，假定在不发生死亡的情况下，由 1 对初生的兔子开始，1 年后能繁殖成多少对兔子？”

推算一下兔子的对数是很有意思的。为了叙述更有条理，我们假设最初的一对兔子出生在头一年的 12 月份。显然，1 月份里只有 1 对兔子；到 2 月份时，这对兔子生了 1 对小兔，总共有 2 对兔子；在 3 月份里，这对兔子又生了 1 对小兔，总共有 3 对小兔子；到 4 月份时，2 月份出生的兔子开始生小兔了，这个月共出生了



2 对小兔，所以共有 5 对兔子；在 5 月份里，不仅最初的那对兔子和 2 月份出生的兔子各生了 1 对小兔，3 月份出生的兔子也生了 1 对小兔，总共出生了 3 对兔子，所以共有 8 对兔子……

照这样继续推算下去，当然能够算出题目的答案，不过，斐波拉契对这种方法很不满意，他觉得这种方法太繁琐了，而且越推算到后面情况越复杂，稍一不慎就会出现差错。于是他又深入探索了题中的数量关系，终于找到了一种简捷的解题方法。

斐波拉契把推算得到的头几个数摆成一串。 $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

这串数里隐含着一个规律，从第 3 个数起，后面的每个数都是它前面那两数的和。而根据这个规律，只要作一些简单的加法，就能推算出以后各个月兔子的数目了。

这样，要知道 1 年后兔子的对数是多少，也就是看这串数的第 13 个数是多少。由 $5+8=13$ ， $8+13=21$ ， $13+21=34$ ， $21+34=55$ ， $34+55=89$ ， $55+89=144$ ， $89+144=233$ ，不难算出题目的答案是 233 对。

按照这个规律推算出来的数，构成了数学史上一个有名的数列。大家都叫它“斐波拉契数列”。这个数列有许多奇特的性质，例如，从第 3 个数起，每个数与它

☆

科普知识百科全书

☆

后面那个数的比值，都很接近 0.618，正好与大名鼎鼎的“黄金分割律”相吻合。人们还发现，连一些生物的生长规律，在某种假定下也可由这个数列来刻画呢。

斐波那契数列

斐波那契数列，是意大利数学家斐波那契发现的。他在 1202 年出版的《算盘艺术》一书中，首次提出了这个数列。这个数列的每一项都是前两项之和。它的通项公式为：

斐波那契数列

斐波那契数列，是意大利数学家斐波那契发现的。他在 1202 年出版的《算盘艺术》一书中，首次提出了这个数列。这个数列的每一项都是前两项之和。它的通项公式为：

斐波那契数列，是意大利数学家斐波那契发现的。他在 1202 年出版的《算盘艺术》一书中，首次提出了这个数列。这个数列的每一项都是前两项之和。它的通项公式为：



托尔斯泰问题

19 世纪时，俄国有位大文豪叫列夫·托尔斯泰。他的作品形象生动逼真，心理描写细腻，语言优美，用词准确鲜明，对欧洲和世界文学产生过巨大影响。如《战争与和平》、《复活》等等，至今仍然拥有千千万万的读者。

这位大文豪又是一个有名的“数学迷”。每当创作余暇，只要见到了有趣的数学题目，他就会丢下其他事情，沉湎于数学演算之中。他还动手编了许多数学题，这些题目都很有趣而且都不太难，富于思考性，因而在俄罗斯少年中广为流传。例如：

一些割草人在两块草地上割草，大草地的面积比小草地大 1 倍。上午，全体割草人都在大草地上割草。下午他们对半分开，一半人留在大草地上，到傍晚时把剩下的草割完；另一半人到小草地上去割草，到傍晚还剩

下一小块没割完。这一小块地上的草第二天由一个割草人割完。假定每半天的劳动时间相等，每个割草人的工作效率也相等。问共有多少割草人？”

这是托尔斯泰最为欣赏的一道数学题，他经常向人提起这个题目，并花费了许多时间去寻找它的各种解法。下面这种巧妙的算术解法，相传是托尔斯泰年轻时发现的。

在大草地上，因为全体人割了一上午，一半的人又割了一下午才将草割完，所以，如果把大草地的面积看作是1，那么，一半的人在半天时间里的割草面积就是 $1/3$ 。

在小草地上，另一半人曾工作了一个下午。由于每人的工效相等，这样，他们在这半天时间里的割草面积也是 $1/3$ 。

由此可以算出第一天割草总面积为 $4/3$ 。

剩下的面积是多少呢？由大草地的面积比小草地大1倍，可知小草地的总面积是 $1/2$ 。因为第一在下午已割了 $1/3$ ，所以还剩下 $1/6$ 。这小块地上的草第二天由1个人割完，说明每个割草人每天割草面积是 $1/6$ 。

将第一天割草总面积除以第一天每人割草面积，就是参加割草的总人数。

$$\frac{4}{3} \div \frac{1}{6} = 8 \text{ (人)}$$

后来，托尔斯泰又发现可以用图解法来解答这个题目，他对这种解法特别满意。因为不需要作更多的解释，只要画出了这个图形，题目的答案也就呼之即出了。

