kepuzhishibaikequanshu

科普知识百科全书

数学知识篇

shuxuezhishipian

下

远方出版社

kepuzhishibaikequan

科普知识百科全书

数学知识篇

shuxuezhishipian

下

远方出版社

目　录

著名数学题大观

迷你数学游戏

数学为你点迷津

世界之最

著名数学题大观

用砂粒填满宇宙

阿基米德是一个著名的解题能手，解决了许多著名的数学难题。而且，他有一种特殊的本领，能用最简单的方法解答最难的数学问题。对此，历史学家们作了生动的记载。一些人乍见阿基米德要解答的题目，往往会感到无从下手，可是，一旦他们见了阿基米德的解答，便会情不自禁的赞叹："竟有这等巧妙而简单的解法。

我怎么就没有想出来呢?”下面这道“砂粒问题”就是一个著名的例子。

“如果用砂粒将整个宇宙空间都填满，一共需要多少砂粒?”

要解答这样的题目，首先要知道宇宙的大小。那时候，古希腊人认为宇宙是一个巨大的天球，日月星辰如同宝石般镶嵌在天球的四周，而人类居住的地球呢，则正好处在于球的中央。

天球有多大呢? 根据当时最流行的观点，天球的直径是地球的直径的 10000 倍，而地球的周长是小于 30 万斯塔迪姆（1 斯塔迪姆约等于 188 米）。

阿基米德为了使他的计算更能说服人，有意把这个数值扩大了 10 倍。他假设地球的周长小于 300 万斯塔迪姆，并由此算出宇宙的直径小于 100 亿斯塔迪姆。

那么，砂粒有多大呢? 同样是为了增强说服力，阿基米德又有了意将砂粒描绘得非常非常小。他假设 1000 颗砂才有 1 颗罂粟籽那么大，而每 1 颗罂粟籽的直径只有 1 英寸的 1/40。

当时，古希腊的记数单位最大才到万，很难满足解答这个题目的需要，于是，阿基米德又将记数单位作了扩充，创造了一套表示大数的方法。他将 1 万叫做第一级单位，将 1 万的 1 万倍（即 1 亿）叫做第二级单位，

将第二级单位的1亿倍叫做第三级单位，将第三级单位的1亿倍叫做第四级单位，……像这样一直取到了第八级单位。

把这一切都安排妥贴后，阿基米德没有急于马上去计算填满宇宙的砂粒数，而是首先着手解决一个比较简单的问题：填满一个直径为1英寸的圆球，一共需要多少颗砂粒？

因为1颗罂粟籽的直径是1/40英寸，$1^3:40^3=1:64000$，所以，填满直径为1英寸的圆球，至多需要6.4亿颗砂粒。这个数目比10个第二级单位小。

那么，填满直径为1斯塔迪姆的圆球，一共需要多少颗砂粒呢？阿基米德的答案是：这个数目不会超过10万个第三级单位。

接下来，阿基米德将圆球的直径不断扩大，逐一计算了当圆球的直径是100、1万、100万、1亿、100亿个斯塔迪姆时，填满它所需要的砂粒数。最后，阿基米德得出答案说：填满整个宇宙空间所需要的砂粒数，不会超过1000万个第八级单位。

这个数究竟有多大呢？用科学记数法表示就是10^{63}。这是一个非常大的数，如果用一般的记数法表示，得在1的后面接连写上63个0。

古时候，人们把10^4叫做“黑暗”，把10^8叫做是

"黑暗的黑暗"，意思是它们已经大得数不清了，而阿基米德算出这个数，不知要比"黑暗的黑暗"还要"黑暗"多少倍。由此可见，解答"砂粒问题"，不仅显示了阿基米德高超的计算能力，也显示了他惊人的胆识与气魄。

不过，用10^{63}颗砂粒是填不满宇宙空间的，充其量也只能填满宇宙一个小小的角落。但是，这不是阿基米德计算的过错。因为古希腊人心目中的"天球"，即使与现在已经观测到的宇宙空间相比，充其量也只能算是一个小小的角落。

斐波拉契数列

13世纪初，欧洲最好的数学家是斐波拉契；他写了一本叫做《算盘书》的著作，是当时欧洲最好的数学书。书中有许多有趣的数学题，其中最有趣的是下面这个题目：

“如果一对兔子每月能生1对小兔子，而每对小兔在它出生后的第3个月里，又能开始生1对小兔子，假定在不发生死亡的情况下，由1对初生的兔子开始，1年后能繁殖成多少对兔子?”

推算一下兔子的对数是很有意思的。为了叙述更有条理，我们假设最初的一对兔子出生在头一年的12月份。显然，1月份里只有1对兔子；到2月份时，这对兔子生了1对小兔，总共有2对兔子；在3月份里，这对兔子又生了1对小兔，总共有3对小兔子；到4月份时，2月份出生的兔子开始生小兔了，这个月共出生了

2对小兔，所以共有5对兔子；在5月份里，不仅最初的那对兔子和2月份出生的兔子各生了1对小兔，3月份出生的兔子也生了1对小兔，总共出生了3对兔子，所以共有8对兔子……

照这样继续推算下去，当然能够算出题目的答案，不过，斐波拉契对这种方法很不满意，他觉得这种方法太繁琐了，而且越推算到后面情况越复杂，稍一不慎就会出现差错。于是他又深入探索了题中的数量关系，终于找到了一种简捷的解题方法。

斐波拉契把推算得到的头几个数摆成一串：

1，1，2，3，5，8……

这串数里隐含着一个规律，从第3个数起，后面的每个数都是它前面那两数的和。而根据这个规律，只要作一些简单的加法，就能推算出以后各个月兔子的数目了。

这样，要知道1年后兔子的对数是多少，也就是看这串数的第13个数是多少。由5＋8＝13，8＋13＝21，13＋21＝34，21＋34＝55，34＋55＝89，55＋89＝144，89＋144＝233，不难算出题目的答案是233对。

按照这个规律推算出来的数，构成了数学史上一个有名的数列。大家都叫它“斐波拉契数列”。这个数列有许多奇特的性质，例如，从第3个数起，每个数与它

后面那个数的比值，都很接近 0.618，正好与大名鼎鼎的“黄金分割律”相吻合。人们还发现，连一些生物的生长规律，在某种假定下也可由这个数列来刻画呢。

后面那个数的比值，都很接近 0.618，正好与大名鼎鼎的"黄金分割律"相吻合。人们还发现，在一些生物的生长规律，在某种假定下也可由这个数列来刻画呢。

托尔斯泰问题

19 世纪时，俄国有位大文豪叫列夫·托尔斯泰。他的作品形象生动逼真，心理描写细腻，语言优美，用词准确鲜明，对欧洲和世界文学产生过巨大影响。如《战争与和平》、《复活》等等，至今仍然拥有千千万万的读者。

这位大文豪又是一个有名的"数学迷"。每当创作余暇，只要见到了有趣的数学题目，他就会丢下其他事情，沉湎于数学演算之中。他还动手编了许多数学题，这些题目都很有趣而且都不太难，富于思考性，因而在俄罗斯少年中广为流传。例如：

一些割草人在两块草地上割草，大草地的面积比小草地大 1 倍。上午，全体割草人都在大草地上割草。下午他们对半分开，一半人留在大草地上，到傍晚时把剩下的草割完；另一半人到小草地上去割草，到傍晚还剩

下一小块没割完。这一小块地上的草第二天由一个割草人割完。假定每半天的劳动时间相等，每个割草人的工作效率也相等。问共有多少割草人?”

这是托尔斯泰最为欣赏的一道数学题，他经常向人提起这个题目，并花费了许多时间去寻找它的各种解法。下面这种巧妙的算术解法，相传是托尔斯泰年轻时发现的。

在大草地上，因为全体人割了一上午，一半的人又割了一下午才将草割完，所以，如果把大草地的面积看作是1，那么，一半的人在半天时间里的割草面积就是1/3。

在小草地上，另一半人曾工作了一个下午。由于每人的工效相等，这样，他们在这半天时间里的割草面积也是1/3。

由此可以算出第一天割草总面积为4/3。

剩下的面积是多少呢？由大草地的面积比小草地大1倍，可知小草地的总面积是1/2。因为第一在下午已割了1/3，所以还剩下1/6。这小块地上的草第二天由1个人割完，说明每个割草人每天割草面积是1/6。

将第一天割草总面积除以第一天每人割草面积，就是参加割草的总人数。

$$\frac{4}{3} \div \frac{1}{6} = 8\ (\text{人})$$

后来，托尔斯泰又发现可以用图解法来解答这个题目，他对这种解法特别满意。因为不需要作更多的解释，只要画出了这个图形，题目的答案也就呼之即出了。