21世纪高等教育给水排水工程系列规划教材

水力学学习指导与习题详解

裴国霞 主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21世纪高等教育给水排水工程系列规划教材

水力学学习指导与习题详解

主　编　裴国霞

副主编　马立山　许吉现　武晓刚

参　编　洪　静　李仙岳　宋吉娜

　　　　孙　勇　杨　红　杨国丽

机械工业出版社

本书是普通高等学校“水力学”课程的配套教材，全书共12章，主要内容包括：液体的主要物理性质，水静力学，液体运动学，水动力学基础，流动阻力和水头损失，量纲分析与相似原理，孔口、管嘴出流和有压管流，明渠恒定均匀流，明渠恒定非均匀流，堰流及闸孔出流，渗流。各章分为知识要点、主要内容和习题详解三部分，知识要点归纳和提炼出了各章的重要知识点，是水力学课程的脉络和学习主线；在主要内容里列出了各章的基本概念、基本公式、基本计算类型；习题详解中的题目涵盖了各章的知识要点，具有典型性和代表性，并均给出了详细的求解过程，在传统解题思路基础上力图向读者提供解题技巧和方法。第12章给出了三套硕士研究生入学考试水力学试题及详细解答。

本书可作为普通高等学校本科生学习水力学课程的指导书，也可作为报考硕士学位研究生入学考试的复习参考书，也适合于专科生、函授生和参加高等教育自学考试的读者使用，还可作为教师以及工程技术人员的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

水力学学习指导与习题详解/裴国霞主编．—北京：机械工业出版社，2009.7

（21世纪高等教育给水排水工程系列规划教材）

ISBN 978-7-111-27417-9

Ⅰ．水…　Ⅱ．裴…　Ⅲ．水力学－高等学校－教学参考资料　Ⅳ．TV13

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第093424号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）
策划编辑：刘　涛　责任编辑：马军平　版式设计：霍永明
责任校对：李秋荣　封面设计：王伟光　责任印制：邓　博
北京机工印刷厂印刷（兴文装订厂装订）
2009年8月第1版第1次印刷
169mm×239mm · 21.75印张 · 421千字
标准书号：ISBN 978-7-111-27417-9
定价：34.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639　88379641　88379643
编辑热线电话：（010）88379711
封面无防伪标均为盗版

前　　言

习题练习是学好水力学课程的一个重要环节。本书是普通高等学校水力学课程的配套教材，编写宗旨是更好地理解水力学基本概念，巩固基础理论，熟练掌握运用基本理论分析和解决实际问题，掌握必要的解题技巧和方法，同时兼顾研究生入学考试和专业证书考试的范围和深度。本书可作为高等学校本科生学习水力学课程的指导书，也可作为报考硕士学位研究生入学考试的复习参考书，也适合于专科生、函授生和参加高等教育自学考试的读者使用，还可作为教师以及工程技术人员的参考用书。

本书是按照目前国内水力学课程的内容编排的，最后一章给出了三套硕士研究生入学考试水力学试题及详细解答。各章分为知识要点、主要内容和习题详解三部分，知识要点归纳和提炼出了各章的重要知识点，是水力学课程的脉络和学习主线；在主要内容里列出了各章的基本概念、基本公式、基本计算类型，可以视为各章内容的总结，为读者解题提供方便；习题详解是本书的精华，题目涵盖了各章的知识要点，具有典型性和代表性，并均给出了详细的求解过程，不但告诉读者如何解题，而且着重讲清楚为什么要这样求解，在传统解题思路基础上力图向读者提供解题技巧和方法，拓宽解题思路，起到举一反三的作用。

本书采取主编拟定编写大纲，集体讨论，分工执笔，最后由主编统稿审定的编写方式。全书共12章，各章编写分工如下：第1章由河北工程大学许吉现编写；第2章由河北工程大学宋吉娜编写；第3章由河南城建学院武晓刚编写；第4章由内蒙古农业大学李仙岳、裴国霞编写；第5章由许吉现编写；第6章由内蒙古农业大学杨红、李仙岳编写；第7章由河北建筑工程学院马立山、洪静编写；第8章由杨

红、李仙岳编写；第 9 章由河北建筑工程学院马立山、孙勇编写；第 10 章由河北建筑工程学院马立山、杨国丽编写；第 11 章由武晓刚编写；第 12 章由裴国霞、杨红编写。

本书在编写过程中，得到校内外同行和专家的大力支持，并吸收了他们许多宝贵的建议，同时在绘图和校阅中也得到不少同志的帮助，在此一并致以衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在错误和不足，恳请读者批评、指正。

编　者

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　　录

第 1 章 液体的主要物理性质

1.1 知识要点

本章概要介绍液体的特征、连续介质模型、主要物理性质和作用于液体上的力。

1）粘性是本章的重点和难点，在理解粘性概念的基础上，掌握牛顿内摩擦定律，理解动力粘度和运动粘度的意义。

2）正确分析作用于液体上的力，掌握单位质量力。

3）了解连续介质模型以及液体和气体的粘度随温度的变化规律。

1.2 主要内容

1.2.1 作用在液体上的力

液体无论是处于静止或运动状态都受到各种力的作用，这些力可以分为两类：

1）表面力，作用在液体的表面或截面上且与作用面的面积成正比的力，如压力 p、切力 T。

2）质量力，作用于液体的每一个质点上且与质量成正比的力，如重力、惯性力。

单位质量所受到的质量力叫单位质量力，由下式给出

$$\left.\begin{aligned} f_x &= \frac{F_x}{m} \\ f_y &= \frac{F_y}{m} \\ f_z &= \frac{F_z}{m} \end{aligned}\right\} \tag{1-1}$$

式中，f_x、f_y、f_z 为单位质量力在相应坐标轴上的投影；F_x、F_y、F_z 为质量力在相应坐标轴上的投影；m 为质量。

1.2.2 液体的主要物理性质

液体的主要性质是：流动性、粘性、不易压缩性、且有表面张力以及在一定条件下可以发生汽化的性质。

1. 流动性

液体在静止时不能承受切力，任何微小切力的作用，都使液体运动，只要切力存在，运动就持续进行。进一步从受力分析的角度来看，液体是这样一种变形体，在受到切力作用时，不论切力如何微小，都发生变形，只要切力存在，变形就不断地进行，这种不断变形的运动，就是流动。液体受切力作用发生连续变形的特性称为流动性。

由于液体具有流动性，同时液体又不能承受拉力，因此，在静止的液体内，只有压应力。不存在拉应力和切应力；在液体的静力学方程中，不存在拉力和切力项。

固体与液体不同，能够承受一定大小的拉力、压力和剪力。固体受外力（包括切力）作用发生变形，变形至一定程度，其内部的变形抗力即阻止继续变形，所以，固体不呈现流动性。

2. 粘性

液体处在运动状态时，液体质点之间存在着相对运动，如图 1-1 所示，则质点之间要产生内摩擦力抵抗其相对运动，此性质称为液体的粘性。此内摩擦力又称为粘性力。

切应力、粘性力、变形之间的关系可由牛顿内摩擦定律给出，即

$$\tau = \frac{T}{A} = \mu \frac{du}{dy} \tag{1-2}$$

式中，T 为相邻液层之间的内摩擦力；τ 为切应力；A 为液层间接触面的面积；$\frac{du}{dy}$为液体的流速梯度；μ 为动力粘度（Pa · s）。

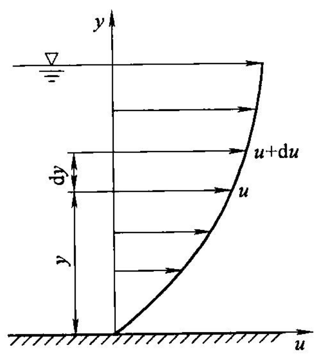

图 1-1

在理论分析和工程计算中，经常出现 μ/ρ 的比值，用 ν 表示，即

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1-3}$$

称 ν 为运动粘度，它的单位是 m^2/s 或 cm^2/s。

牛顿内摩擦定律的另一种表达式，表示切应力 τ 与切应力变率$\frac{d\theta}{dt}$的关系，即

$$\tau = \mu \frac{d\theta}{dt} \tag{1-4}$$

式（1-4）说明液体在作层流运动时，相邻液层之间的切应力与切应变率成线性关系。

内摩擦力是成对出现的，相接触的液层，速度快的一层对速度慢的一层，作用的力的方向与运动方向相同；速度慢的一层对速度快的一层，作用的力的方向与运动方向相反。对比固体间的滑动摩擦，当两块固体沿接触面滑动时，只在接触面上产生滑动摩擦力。从这个意义上说，固体间的滑动摩擦是外摩擦。

需要强调的是：牛顿内摩擦定律只适用于牛顿流体和层流运动，牛顿流体是指在温度不变的情况下切应力 τ 与流速梯度$\frac{du}{dy}$成正比，这时动力粘度 μ 为常数。

对于静止液体，液体质点之间没有相对运动，因而也就不存在粘性。

3. 压缩性

液体受压后体积减小的性质称为液体的压缩性。通常用体积压缩系数 K 或弹性系数 E 来表示，即

$$K = -\frac{dV/V}{dp} = \frac{d\rho/\rho}{dp} \tag{1-5}$$

$$E = \frac{1}{K} \tag{1-6}$$

式中，V 为液体体积；p 为液体所受压力；ρ 为液体密度。

液体的压缩性很小，除了在水击、水中爆炸问题或热水采暖系统等压强发生急剧变化的水力过程中要考虑液体的可压缩性，一般情况下都忽略水的可压缩性，也就是把水当作不可压缩液体来处理。

4. 表面张力

液体内的每个分子被围绕着它的其他分子所吸引，在各个方向上吸引力均相等。但在液体和空气的表面上，向上和向下的吸引力不再是平衡的，此时，液体表面呈现出在张力作用下弹性薄膜所具有的性质。表面张力在表面各点上大小相等，且作用于该表面的垂直平面上。表面张力不受表面曲率的影响。在给定温度下，对两种特定物质的分界面而言，它是一个常数。温度增加会引起表面张力的减少。

表面张力是仅在液体自由表面上存在的局部水力现象，它使液体表面有尽量缩小的趋势。对体积小的液体，表面缩小趋于球体状，如荷叶上的水珠等，这是造成毛细现象的原因。

存在于液体表面上的拉力称为液体的表面张力，通常用表面张力系数 σ 来度量。它表示液体自由面上单位长度所受到拉力的大小，单位为 N/m。

一般情况下，表面张力对液体运动的影响可以忽略不计。但在特殊情况下，如细玻璃管内的毛细现象使水柱升高或汞柱降低，对液位和压强量测造成误差，有自由表面和较大曲率的小流量运动和形成球状的微小水滴，这些情况下表面张力的影响必须考虑。

将一根细管插入浸润管壁的液体中，由于表面张力的存在，玻璃管中的液面将上升高度 h，如图 1-2 所示；如果液体不浸润管壁，则管中的液体降至管外液面之下。

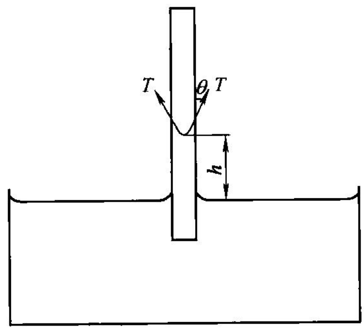

图 1-2

设液面与管壁的接触角为 θ，玻璃管的直径为 d，液体密度为 ρ，因液柱重力与表面张力垂直分量相平衡，即

$$\frac{\pi d^2}{4}h\rho g = \sigma\pi d\cos\theta$$

因此，毛细液体上升高度为

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d}\cos\theta$$

1.2.3 液体的力学模型

液体的物质结构复杂，具有各种物理性质。研究液体运动，若同时考虑所有因素，研究将极为困难，甚至是不可能的。为取得理论上的成果或为解决工程问题，针对实际液体流动的特点，通过简化液体的物质结构，忽略某些物理性质，将实际液体抽象成研究的对象，就是力学模型。本章中提到三种力学模型，它们是：

1. 连续介质

认为液体是由无数质点组成，质点之间没有空隙，连续充满其所占据空间的连续介质。

连续介质模型是对液体物质结构的简化，由于模型摆脱了分子运动的影响，可认为各项运动参数在流场中连续分布，从而为在水力学的研究中运用强有力的数学分析工具创造了条件。

2. 理想液体

理想液体是理想化的无粘性液体，就是动力粘度 $\mu=0$ 或运动粘度 $\nu=0$ 的液体，是一种对液体物性简化的力学模型。基于理想液体无粘性，引出不同于实际液体的流动特点，主要是没有流动阻力，流动过程 $\tau=0$；与固体表面相接

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

触的液层速度，可不等于该固体表面的速度，也就是在固体表面上存在“滑移”。

应用理想液体模型，使得对液体运动的分析大为简化，所得结果，对某些粘性影响很小的流动，能较好地符合实际，对粘性影响不能忽略的流动，则可通过实验加以修正。

3. 不可压缩液体

认为液体的体积（或密度，因质量一定）不因压强、温度的改变而改变。

1.3 习题详解

【1-1】 如图 1-3 所示，某一运水箱的汽车，沿与水平面成 $\theta = 15°$角的路面行驶，其加速度为 $a = -2\text{m/s}^2$，试求作用于单位质量水体上的质量力在 x、y、z 轴上的分量。

【解】 水箱中水体受力如图 1-3 所示，其质量力有重力 $G = mg$ 和惯性力 $F_i = -ma$，其分量为

$$f_x = a\cos\theta = (2 \times \cos15°)\text{m/s}^2 = 1.93\text{m/s}^2$$

$$f_y = 0$$

$$f_z = -g + a\sin\theta = (-g + 2 \times \sin15°)\text{m/s}^2 = -9.28\text{m/s}^2$$

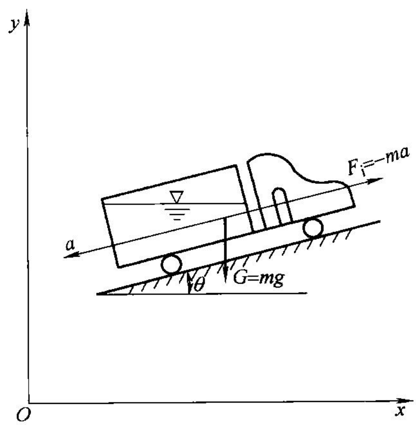

图 1-3

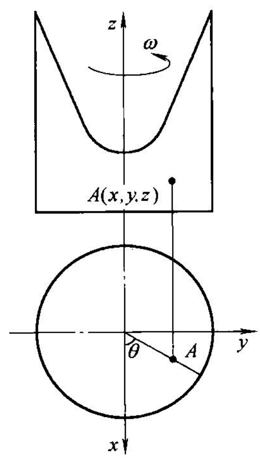

图 1-4

【1-2】 一圆筒形盛水容器，如图 1-4 所示，以等角速度 ω 绕其中心轴旋转。试写出图中 $A(x,y,z)$ 处质量力的表达式。

【解】 位于 $A(x,y,z)$ 处的液体质点，其单位质量力分别为：

惯性力　　$f_x = \omega^2 r\cos\theta = \omega^2 x$；$f_y = \omega^2 r\sin\theta = \omega^2 y$

重力 $f_z = -g$（z 轴向上）

故单位质量力的表达式为

$$f = f_x \boldsymbol{i} + f_y \boldsymbol{j} + f_z \boldsymbol{k} = \omega^2 x \boldsymbol{i} + \omega^2 y \boldsymbol{j} - g \boldsymbol{k}$$

【1-3】 有一面积为 1.6m^2 的薄板在水面上以 $u = 1.5\text{m/s}$ 的速度运动，下板固定不动。已知水层厚 $\delta = 5\text{cm}$，水温为 10℃，水流流速沿液层按线性分布，如图 1-5 所示。试求：

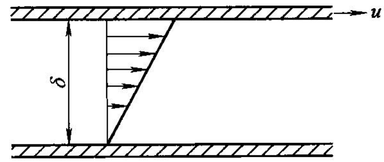

图 1-5

（1）薄板的拖曳力 T。

（2）绘制切应力 τ 沿液层的分布图。

【解】 （1）由 $t = 10℃$，查相关表得 $\mu = 1.308 \times 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}$，则

$$T = \mu A \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} = \left(1.308 \times 10^{-3} \times 1.6 \times \frac{1.5 - 0}{0.05}\right)\text{N} = 0.63\text{N}$$

（2）由于切应力 τ 为常数，故切应力沿液层呈矩形分布，如图 1-6 所示。

【1-4】 如图 1-7 所示，液面上有一面积 $A = 0.1\text{m}^2$ 的平板 H，以 $u = 0.4\text{m/s}$ 的速度作水平运动，平板下的液体分两层，其中 $\mu_1 = 0.142\text{Pa} \cdot \text{s}$，$h_1 = 0.8\text{mm}$；$\mu_2 = 0.235\text{Pa} \cdot \text{s}$，$h_2 = 1.2\text{mm}$。试绘制平面间的流速、切应力分布图，并计算平板 H 上所受的内摩擦力 F。

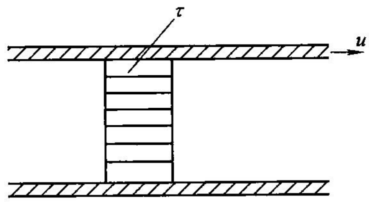

图 1-6

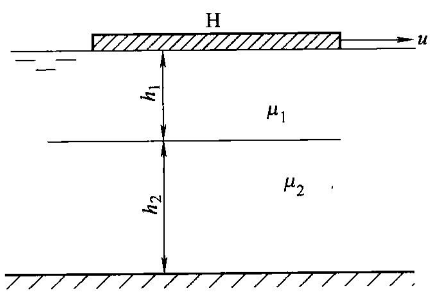

图 1-7

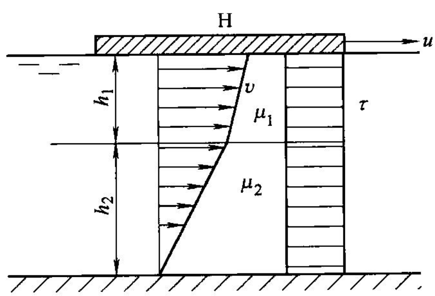

图 1-8

【解】 因为两平面间的液体为牛顿流体，且各层油液厚度很小，流速分布可视为直线分布，如图 1-8 所示。所以每层的油液内的流速梯度均沿高程不变，各液体层间的切应力均相等，设两油层交界面上的流速为 v，故存在下列关系：

$$\mu_1 \frac{u - v}{h_1} = \mu_2 \frac{v}{h_2}$$

$$0.142\times\frac{0.4-v}{0.8\times10^{-3}}=0.235\times\frac{v}{1.2\times10^{-3}}$$

可得 $v=0.19\mathrm{m/s}$，则平板 H 上所受的内摩擦力 F 为

$$F=\mu_1 A\frac{u-v}{h_1}=0.142\times0.1\times\frac{0.4-0.19}{0.8\times10^{-3}}\mathrm{N}=3.73\mathrm{N}$$

【1-5】 如图 1-9 所示，水流在平板上运动，其靠近边壁附近的流速呈抛物线分布，B 点为抛物线端点，水的运动粘度 $\nu=1.00\times10^{-6}\mathrm{m^2/s}$，试求 $y=0$，2cm，4cm 处的切应力。

【解】 因为 $\tau=\mu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$，所以应先求出速度分布的抛物线方程式。设抛物线的一般方程式为

$$u=Ay^2+By+C \tag{a}$$

由边界条件确定上式中各系数，当 $y=0$ 时 $u=0$，所以 $C=0$。又 $\left.\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right|_{y=0.04}=0$，及 $y=0.04\mathrm{m}$ 时 $u=1\mathrm{m/s}$，将式（a）两边对 y 取导数，则 $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=2Ay+B$，代入 $y=0.04$ 及 $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=0$，得 $B=-0.08A$，代入式（a）得

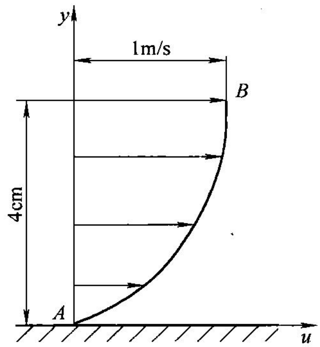

图 1-9

$$u=Ay^2+(-0.08A)y \tag{b}$$

将 $y=0.04\mathrm{m}$ 及 $u=1\mathrm{m/s}$ 代入式（b），得 $A=-625$

$$B=-0.08A=-0.08\times(-625)=50$$

最后 $u=-625y^2+50y$，则

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=-1250y+50$$

又 $\mu=\rho\nu=1000\mathrm{kg/m^3}\times1.00\times10^{-6}\mathrm{m^2/s}=1.00\times10^{-3}\mathrm{Pa\cdot s}$

$y=0$ 时 $\tau_0=1.00\times10^{-3}\mathrm{Pa\cdot s}\times(-1250\times0+50)\mathrm{s^{-1}}=50\times10^{-3}\mathrm{Pa}$

$y=0.02\mathrm{m}$ 时 $\tau_{0.02}=1.00\times10^{-3}\mathrm{Pa\cdot s}\times(-1250\times0.02+50)\mathrm{s^{-1}}=25\times10^{-3}\mathrm{Pa}$

$y=0.04\mathrm{m}$ 时 $\tau_{0.04}=1.00\times10^{-3}\mathrm{Pa\cdot s}\times(-1250\times0.04+50)\mathrm{s^{-1}}=0$

【1-6】 一圆锥体绕其垂直中心轴作等速旋转，如图 1-10 所示。已知锥体与固定壁间的距离 $\delta=1\mathrm{mm}$，全部为润滑油（$\mu=0.1\mathrm{Pa\cdot s}$）所充满，锥体底部半径 $R=0.3\mathrm{m}$，高 $H=0.5\mathrm{m}$，当旋转角度 $\omega=16\mathrm{s^{-1}}$时，试求所需要的转动力矩。

【解】 设圆锥的的半锥角为 θ，则

$$\tan\theta=\frac{R}{H}=0.6,\ \cos\theta=0.857$$

高度 h 处的圆锥半径为

$$r = h\tan\theta$$

对于微元高度 dh，其微元表面积为

$$dA = 2\pi r \frac{dh}{\cos\theta}$$

设缝隙内的流速为直线变化，则

$$\frac{du}{dy} = \frac{u}{\delta} = \frac{\omega r}{\delta}$$

所以在 dh 范围内的力矩为

$$dM = r\tau dA = r\mu\frac{du}{dy}dA = r\mu\frac{\omega r}{\delta}\times 2\pi r\frac{dh}{\cos\theta}$$

$$= 2\pi\mu\frac{\omega}{\delta}\frac{\tan^3\theta}{\cos\theta}h^3 dh$$

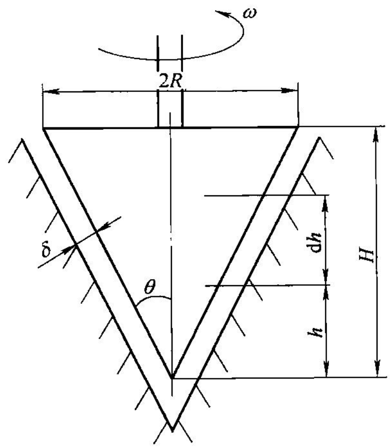

图 1-10

作用于圆锥体的阻力矩为

$$M = \int dM = 2\pi\mu\frac{\omega}{\delta}\frac{\tan^3\theta}{\cos\theta}\int_0^H h^3 dh = 2\pi\mu\frac{\omega}{\delta}\frac{\tan^3\theta}{\cos\theta}\frac{H^4}{4}$$

$$= 2\pi \times 0.1 \times \frac{16 \times 0.6^3}{0.001 \times 0.857} \times \frac{0.5^4}{4}\text{N}\cdot\text{m}$$

$$= 39.6\text{N}\cdot\text{m}$$

【1-7】 在 $\delta = 40$mm 的两平行壁面之间充满动力粘度 $\mu = 0.7$Pa · s 的液体，在液体中有一边长为 $a = 60$mm 的薄板以 $u = 15$m/s 的速度沿薄板所在平面内运动，如图 1-11 所示，假设垂直方向的速度分布是直线规律。试求：

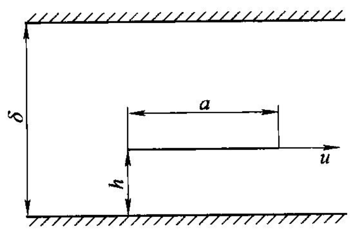

图 1-11

(1) 当 $h = 10$mm 时，薄板运动的液体阻力。

(2) 如果 h 可变，求 h 为多大时，薄板运动阻力最小？最小阻力为多少？

【解】 运动平板两侧受力大小不等但方向是相同的，忽略薄板厚度，则另一侧液体宽度为 $\delta - h$，故液体阻力表达式为

$$F = \mu\frac{u}{h}A + \mu\frac{u}{\delta - h}A$$

(1) 将数值代入上式，即可得薄板运动的液体阻力为

$$F = \mu uA\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{\delta - h}\right) = \mu uA\frac{\delta - h + h}{h(\delta - h)} = \frac{\mu uA\delta}{h(\delta - h)}$$

$$= \frac{0.7 \times 15 \times 0.06^2 \times 0.04}{0.01 \times 0.03}\text{N} = 5.04\text{N}$$

(2) 当 h 可变时，将液体阻力表达式对 h 求导，可得阻力的极值，即

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}h}=\mu uA\delta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}h}\left(\frac{1}{h\delta-h^{2}}\right)=\mu uA\delta\frac{-(\delta-2h)}{(h\delta-h^{2})^{2}}=0$$

当 $\delta=0$ 时，一侧变成固体摩擦，这显然是阻力的极大值情况；当 $\delta-2h=0$ 时，$h=\delta/2$，这显然是阻力的极小值情况，可见最小阻力为

$$F_{\min}=\frac{\mu uA\delta}{\frac{\delta}{2}\left(\delta-\frac{\delta}{2}\right)}=\frac{4\mu uA}{\delta}$$

$$=\frac{4\times0.7\times15\times0.06^{2}}{0.04}\mathrm{N}=3.78\mathrm{N}$$

【1-8】　图 1-12 所示为一水暖系统，为了防止水温升高时，体积膨胀将水管胀裂，故在系统顶部设一个膨胀水箱。若系统内水的总体积为 $8\mathrm{m}^3$，加温前后温差为 50℃，在其温度范围内水的热胀系数 $\alpha=0.0005/℃$。求膨胀水箱的最小容积。

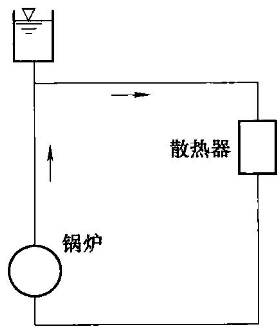

图　1-12

【解】　由液体的热胀系数公式 $\alpha=\frac{\mathrm{d}V/V}{\mathrm{d}T}$，据题意，$\alpha=0.0005/℃$，$V=8\mathrm{m}^3$，$\mathrm{d}T=50℃$，故膨胀水箱的最小容积为

$$\mathrm{d}V=\alpha V\mathrm{d}T=0.0005\times8\times50\mathrm{m}^3=0.2\mathrm{m}^3$$

【1-9】　粘度测量仪由内外两个同心圆筒组成，如图 1-13 所示。两筒的间隙充满油液。外筒与转轴连接，其半径为 r_2，旋转角速度为 ω，且 $\omega=$常量。内筒悬挂于一金属丝下，金属丝上所受的力矩 M 可以通过扭转角的值确定。外筒与内筒底面间隙为 a，内筒高 H。试推出油液动力粘度 μ 的计算式。

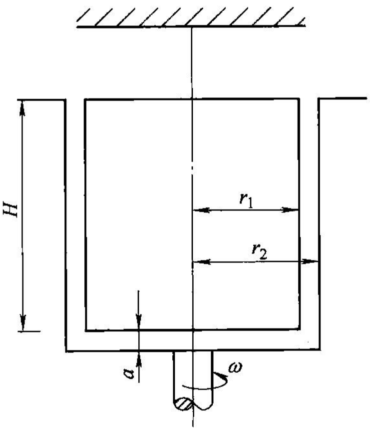

图　1-13

【解】　内筒侧面的切应力为

$$\tau=\mu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=\mu\frac{\omega r_2}{\delta}$$

其中 $\delta=r_2-r_1$，因为 a 是小量，故 $H-a\approx H$，侧面粘性力对转轴的力矩为

$$M_1=\tau Ar_1=\mu\frac{\omega r_2}{\delta}2\pi r_1Hr_1$$

对于内筒底面，距转轴 r 处取宽度为 $\mathrm{d}r$ 的微圆环，其切应力为

$$\tau=\mu\frac{\omega r}{a}$$

显然 τ 值是变化的，值得注意的是内筒是静

止的，虽然开始时它会发生转动，但当扭转一个角度以后，金属丝的扭矩与粘性力矩平衡时，内筒则不再发生转动。该微圆环上的粘性力为

$$dF = \tau 2\pi r dr = \mu\omega \frac{2\pi r^2}{a} dr$$

故内筒底面粘性力对转轴的力矩为

$$M_2 = \int_0^{r_1} \mu \frac{\omega}{a} 2\pi r^3 dr = \frac{1}{2}\mu \frac{\omega}{a} \pi r_1^4$$

显然

$$M = M_1 + M_2 = \mu \frac{\omega}{a} \pi r_1^4 \left[\frac{1}{2} + \frac{2ar_2 H}{r_1^2 (r_2 - r_1)} \right]$$

即

$$\mu = \frac{M}{\frac{\omega}{a} \pi r_1^4 \left[\frac{1}{2} + \frac{2ar_2 H}{r_1^2 (r_2 - r_1)} \right]}$$

【1-10】 一个圆柱体沿管道内壁下滑。圆柱体直径 $d = 100\text{mm}$，长 $L = 300\text{mm}$，自重 $G = 10\text{N}$。管道直径 $D = 101\text{mm}$，倾角 $\theta = 45°$，内壁涂有润滑油，如图 1-14 所示。测得圆柱体下滑速度为 $u = 0.23\text{m/s}$，求润滑油的动力粘度 μ。

【解】 圆柱体表面的粘性力为

$$\tau = \mu \frac{u}{\delta}$$

由于

$$\delta = \frac{1}{2}(D - d) = \frac{1}{2} \times (0.101 - 0.100)\text{m} = 0.0005\text{m}$$

粘性力与重力在斜面上的分量相等

$$G\sin\theta = \mu \frac{U}{\delta} \pi d L$$

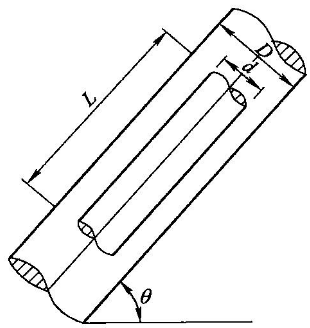

图 1-14

于是

$$\mu = \frac{\delta G \sin\theta}{\pi d L U} = \frac{0.0005 \times 10 \times \sin 45°}{3.14 \times 0.100 \times 0.300 \times 0.23} \text{Pa} \cdot \text{s} = 0.1631 \text{Pa} \cdot \text{s}$$

【1-11】 半球体半径为 R，它绕竖轴旋转的角度为 ω，半球体与凹槽间隙为 δ，如图 1-15 所示，槽面涂有润滑油，试证所需的旋转力矩为

$$M = \frac{4}{3} \pi R^4 \frac{\mu\omega}{\delta}$$

【解】 半球体的切应力为

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com