

北京教育丛书

Beijing
jiaoyu
congshu

○ 朱滇生



培养小学生的数学素养



北京教育出版社

责任编辑：张觉民
责任编辑：陈起鑫 马 南
装帧设计：南 石



ISBN 7-5303-3532-4



9 787530 335321 >

ISBN 7-5303-3532-4/G·3462

定价：11.00 元

G623.502

1

北京教育丛书

培养小学生的数学素养

朱滇生 著

北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

培养小学生的数学素养/朱滇生著. —北京:北京教育出版社, 2004

(北京教育丛书)

ISBN 7-5303-3532-4

I. 培... II. 朱... III. 数学课—数学研究—小学
IV. G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 071819 号

北京教育丛书

培养小学生的数学素养

PEIYANG XIAOXUESHENG DE SHUXUE SUYANG

朱滇生 著

*

北京出版社出版集团

北京教育出版社出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码:100011

网 址:www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

北京普瑞德印刷厂印刷

*

850 × 1168 32 开本 7.375 印张 177000 字
2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

印数 1—6 000 册

ISBN 7-5303-3532-4

G·3462 定价:11.00 元

序

徐惟诚

教育事业的重要，已经日益被愈来愈多的人认识了。

中国要振兴，归根到底要靠我们中国人自己努力奋斗，要靠我们的全体劳动者创造出数十倍于今日的劳动生产率。这是一个全体国民素质提高的过程。人们自然要寄希望于教育。

要搞好教育，需要做许多事情，其中最根本的还是要靠人，靠教师。尤其是担负着国民基础教育任务的中小学教师。

教师的重担，关系着祖国未来的命运，也关系着每一个教育对象未来的命运。他们所教的学生在未来的社会条件下，究竟怎样做人，怎样立身处世，能不能用自己的双手为社会作出贡献，从而也创造自己的幸福生活，在相当大的程度上取决于在青少年时代所受到的教育。

我们知道，人，是世上已知物质发展的最高形态。关于人的意识、观念、智力的形成和发展的规律，我们离知道得很清楚还有很大的距离。社会主义的教育科学需要有一个大发展，这是毫无疑义的。

在教书育人第一线工作的广大中小学教师，对社会主义教育科学的发展应当有特殊的贡献。他们当中的许多人把一辈子的心血都用来为祖国培育后代，造就人才，积累了丰富的经验。这些经验理当成为整个教育战线的共同财富。可是由于种种原因，这件总结和传播经验的工作过去做得还很不够。为

此，中共北京市委和北京市人民政府决定，拨出专款，指定专人组成编委会，编辑出版一套《北京教育丛书》。这个决定受到广大中小幼教师的欢迎和支持。在短短一年多时间内，已经报来几百部书稿。又有一批热心而有经验的同志担任编审工作，看来任务是可以完成的。

我们相信，《北京教育丛书》的编辑出版，对于鼓励广大教师钻研业务，积累经验，对于传播和交流这些经验，对于推动教育科学研究，对于提高普通教育的水平，都是有积极作用的。同时，这套丛书的出版，也将有助于人们认识教师所作的艰苦的、创造性的劳动。

改革和建设的大潮在祖国大地上汹涌澎湃，每天都有许多新问题提到我们面前来，也把许多新问题提到我们的教育工作者面前。这是一个需要有许多新创造的时代。教育战线上的同志们为祖国的振兴所建立的功绩，是不会被人们忘记的。

写在前面的话	(1)
第一章 数学意识	(3)
第一节 小学生数学意识的基本特征	(3)
一、爱数学	(3)
二、能用数学的眼光去观察和认识周围的事物	(4)
三、应用数学知识解决简单的实际问题	(4)
四、数学气质	(6)
第二节 培养学生良好的数学意识	(9)
一、精简传统的数学内容,学有用的数学	(9)
二、摆正教师的位置,处理好师生之间的关系	(10)
三、为学生获取知识,创设良好的学习情境	(13)
四、形成发展性的开放式的评价观	(17)
第二章 估算能力的培养	(21)
第一节 数量、质量与长度的估测	(21)
一、估计数量	(22)
二、估测质量	(25)
三、估计长度	(25)
第二节 区间估计	(26)
一、数值的区间估计	(26)
二、和的区间估计	(27)
三、差的区间估计	(28)
四、积的区间估计	(28)
五、商的区间估计	(29)
六、把区间估计和笔算结合起来	(29)

第三节 实际问题的估算.....	(32)
一、加、减法的估算.....	(33)
二、乘法的估算	(35)
三、除法的估算	(40)
四、结合具体情境灵活地进行估算	(46)
第三章 概率、统计观念的培养	(50)
第一节 概率观念的培养.....	(50)
一、小学概率教学的主要内容	(50)
二、小学生对概率问题的认知偏差	(63)
三、概率教学中应注意的几个问题	(67)
第二节 统计观念的培养.....	(74)
一、什么是统计观念	(74)
二、统计观念的培养	(75)
第四章 培养学生的推理能力.....	(92)
第一节 合情推理能力的培养.....	(92)
一、观察	(92)
二、实验	(97)
三、归纳	(100)
四、类比	(106)
第二节 解决数学问题的基本过程分析.....	(109)
一、审题	(109)
二、分析	(111)
三、列式计算	(115)
四、检验	(116)
五、答题	(118)
第三节 重视解题策略的培养.....	(119)
一、化归	(119)
二、联想	(122)

三、枚举	(124)
四、图示	(129)
五、直接推理和间接推理	(133)
第五章 培养学生解决数学问题的能力	(136)
第一节 两步应用题的教学研究	(136)
一、两种数量的直接关系	(136)
二、学会找中间问题	(142)
三、两步应用题的画批分析	(147)
四、应用题的题组教学	(152)
五、两步应用题中的量率对应	(158)
第二节 有多余条件问题的数学	(163)
一、多余条件的类型	(163)
二、有多余条件问题的教学	(169)
第三节 开放性问题的教学	(175)
一、开放性问题的类型	(176)
二、开放性问题的教学	(185)
第六章 读书指导学习	(195)
第一节 “读书指导学习”的基本教学模式	(195)
一、粗读课文	(195)
二、细读课文	(197)
三、尝试自测	(198)
四、组织研讨	(198)
五、师生共同小结	(201)
六、自测反馈	(201)
七、课堂练习	(201)
第二节 “读书指导学习”的实施与评价	(201)
一、“读书指导学习”的实施	(201)
二、对“读书指导学习”的评价	(204)

第七章 引导探索学习	(206)
第一节 “引导探索学习”的理论依据	(207)
一、培养学生的探索意识是新大纲的要求	(207)
二、培养学生的探索意识是《数学课程标准》的要求	(208)
三、“引导探索学习”符合教育心理学的基本原理 ...	(208)
第二节 学会设计探索性问题	(210)
一、小学数学探索性问题的基本特点	(210)
二、探索性问题举例	(210)
第三节 “引导探索学习”的基本教学模式	(219)
一、“引导探索学习”的教学模式流程图	(219)
二、对“引导探索学习”的评述	(227)
编后记	(230)

写在前面的话

在现代汉语词典中,素养指的是平日的修养。那么数学素养,就是表现在数学方面的修养。我认为一个小学生的数学素养主要表现在以下几个方面:

1. 对学数学有兴趣

培养学生的数学兴趣,一是教材内容难易得当,学生蹦一蹦能够得着;二是教材要图文并茂,有儿童情趣;三是有良好的师生关系,学生在心目中敬佩数学教师;四是重视相对性的教学评价,学生经常能感到自己在数学上的进步。

2. 有良好的数学意识

学生能用数学的眼光看待周围的世界,捕捉生活中的数学信息,能提出和解答一些实际生活中的数学问题。善于猜想,也富于幻想。

3. 有比较扎实的数学基本功

第一,有一定的计算能力。这里所指的计算能力不是指能精确地算,而是指能确定用什么方法算。在计算技术高度发展的今天,“算”不成问题,重要的是怎样算。面对一道数学问题,是需要精确地计算,还是只要估算就行了。在精确计算上,是用口算,还是笔算,或者采用器算。在估算中选用什么样的估算方法。这些应该构成计算能力培养的核心。

第二,有初步的空间想象力。过去主要通过面积、体积的计算去培养。这不够全面,应该通过几何形体的平移、旋转、对称、割补等运动变化去感知形体的特征;在学生的观察、操作、测量、计算等数学活动中,去培养空间想象力。

第三,有初步的统计观念。统计观念培养的重点不在于列表和画图,而在于能通过统计和概率的学习,去理解客观事物的发生发展,既有不确定性的一面,也有规律性的一面。能通过统计,认识客观事物的特点,预测事物发展的可能性,为决策提供必要的事实依据。

第四,能解决一些实际问题。要彻底改变让学生解答那些人为编造,脱离生活,纯粹是逻辑思维训练的应用题。要让学生认识到在客观现象中,条件之间可能有联系,也可能没有联系。通过条件可以解答提出的问题,也可能还不充分,需要再补充条件,或者不能解决,需要重新确定条件。同时,在解决实际问题中,要体现算法多样化的思想。表现出每个学生鲜明的个性。

为了编写北京市 21 世纪九年义务教育小学数学教材的需要,我认真研读了全日制义务教育数学课程标准及有关的学习资料。研究了经全国中小学教材审定委员会审查通过的人教版课标教材、师大版课标教材、苏版课标教材,以及由刘兼、彭景廉主编的九年义务教育课程。通过对这几套教材的学习,加深了对课标的理解。为了说明一些观点,我还在本书中引用了这几套教材部分例题和练习题,在此表示衷心的感谢。

从 2000 年 3 月九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试用修订版)颁布以来,我与北京教育学院丰台分院小学教研室数学组一起进行了“引导探索学习”的实验研究,和东高地一小的赵淑诚老师一起进行了“读书指导学习”的研究。还就数学实践活动、估算教学、多余条件问题和开放性问题的教学与一线老师一起进行了研究,在此对支持我,帮助过我的领导和教师也表示衷心的感谢。

编者

2003 年 11 月 16 日

第一章 数学意识

第一节 小学生数学意识的基本特征

培养小学生的数学意识,就是培养学生对数学浓厚的兴趣,热心于数学学习,能用数学的眼光去观察和认识周围的事物,会应用数学知识解决简单的实际问题。对于小学生来说数学意识也就是爱数学、想数学与用数学的意识。它应该具有以下几方面的特征。

一、爱数学

从学习数学的动力来说,低年级学生应该做到:在教师的引导下,对身边与数学有关的事物有好奇心,有接触数学信息的愿望;能积极地参与生动直观的数学学习活动;对数学不感到枯燥,同时也不感到负担重;在教师 and 家长的鼓励和帮助下,能够克服在数学学习活动中遇到的某些困难;在各方面的鼓励下,有学好数学的信心。中、高年级的学生应该做到:乐于接触周围环境中的数学信息,愿意谈论某些数学话题;能够在数学活动中发挥积极的作用;不回避数学活动中的困难,有独立克服困难的体验;有运用数学知识解决问题的成功经验,能感受数学的美和数学的力量;积极地参与对数学问题的讨论,敢于发表自己的观点,能从数学的交流中获益,发现错误并能积极改正。

从对数学的认识来说,低年级的学生应该做到:初步体会到数学知识与日常生活密切相关;初步感受数学的趣味性,愿意上数学课。中、高年级的学生应该做到:认识到数学是人类文化的组成部分,能够体会数学与日常生活密切相关;懂得运用数学可

以获得对实际问题比较准确的认识;体会到学习数学有助于思维条理、清晰;初步理解数学的趣味性和应用的广泛性,愿意阅读浅显的数学科普读物。

二、能用数学的眼光去观察和认识周围的事物

数学的本身是抽象的,但数学的基本内容都来源于现实生活。

如,太阳是圆的形状,星星是一个个亮点,静止的水面是平的,植物的花有各种形状,各种动物,包括人自身的形体是左右对称的。现实世界的实物都具有“量”的规定性,例如都有一定的大小、范围、重量、速度、结构……

自然界的物还具有“顺序”的性质:每一种生物都有不可逆转的生殖繁衍的过程;向某一个方向走去,一定有先到达的地方和后到达的地方;一年四季,次序井然。这种顺序可以是物在时间中的排列情况,也可以是物在空间中的排列情况。数学意识的启蒙教育就要求学生初步地用数学的眼光去观察和认识周围事物,具有用数学解释的倾向。

例如,数学意识强的学生看到一座高大的楼房,总要数一数楼房的层数,估算一下楼房的高度,用学过的几何知识分析楼房的形状;乘坐公共汽车,就会研究票价与行车站数之间的函数关系;装修房屋,就会琢磨如何通过测量,计算出粉刷的面积和所需地板砖的块数;看到气象预报中的降水概率,就要问一问它的含义,想一想降水概率与带雨伞的关系;在超市总要核算一下,买哪种食品,价钱更合适。甚至可能提出这样的问题,为什么我们所见到的太阳,以及各种车辆的轮子总是圆的,而不是方的? ……

三、应用数学知识解决简单的实际问题

要使学生明白,生活中充满了数学,数学就在自己的身边,

学数学是为了用数学。

会使用常用的计量工具。例如会使用刻度尺测量数学书的长和宽,利用卷尺测量跑道的长度;会使用盘秤称量蔬菜和水果的重量,使用磅秤称量同学的体重等等。会进行简单的估算。例如准备到商店买东西,能估计需要购买的商品大约需要多少钱;能根据班级人数和班级数估计全校学生的人数;能应用圆柱体积的计算公式估算出一棵大树的木材蓄积量等等。

能在老师的帮助下,逐步地学会把日常生活和活动中的—些简单的实际问题转化为数学问题;积极地进行数学交流,参加对数学问题的讨论,敢于发表自己的观点。

例如,在二年级教学用卷尺测量教室的长度时,由于学生很少接触卷尺,用卷尺测量后还需要用复名数表示出教室的长是几米几厘米,难度较大,但这确是很好的实际应用数学知识的例子。教学时,首先要让学生观察卷尺上的刻度,学会读出卷尺上的米数,再去量黑板、教室等具体事物的长度。然后在数学活动课上让学生利用盒尺相互测量身高,并要求学生在实践中寻找既简易又准确的测量身高的方法。

再如,五年级讲了长方体体积的计算后,教师提出了一个联系实际的问题:

要砌一段长 10 米,高 1.5 米,宽 24 厘米的砖墙,大约需要多少块砖?

让学生分小组观察一下校园围墙是怎样砌的,然后再讨论。对这道开放式的问题,学生很感兴趣。赶快跑去看墙是怎样砌的。通过讨论,六个小组分别提出了自己的想法。

有的小组说,首先要计算出一块砖的体积,再算出砖墙的体积,最后得到砖的块数。即:

先量出每块砖长 24 厘米,宽 12 厘米,厚 5 厘米。

$$24 \times 12 \times 5 = 1440 (\text{立方厘米}) = 0.00144 (\text{立方米})$$

$$10 \times 1.5 \times 0.24 = 3.6(\text{立方米})$$

$$3.6 \div 0.00144 = 2500(\text{块})$$

有的小组说,由于砖与砖之间有灰缝,这样算,砖就多了。由于砖的长度和墙的厚度是一样的,我们数了一下,每层1米长大约需要8块砖,15层大约有1米高,也就是每平方米大约需要120块。这样需要砖的块数是:

$$120 \times (10 \times 1.5) = 1800(\text{块})$$

还有的小组说,我见过工人师傅砌墙,要想墙立得住,地下至少要砌半米,因此,需要砖的块数是:

$$120 \times [10 \times (1.5 + 0.5)] = 2400(\text{块})$$

.....

应用所学的数学知识,解决实际问题,当难度比较大时,可以在教师的指导下,采用小组讨论的形式,各抒己见。教师再适当点播,提高学生的应用意识。

四、数学气质

数学气质是指在数学天赋很高的人身上表现出来的一种独特的心理结构。它的表现形式是:努力使外界数学化,倾向于注意现象的数学方面,时时注意空间和数量上的关系以及函数性的依赖关系。总之,他们总是用数学的眼光观察世界。

数学气质不仅在数学家身上有明显表现,而且在有一定数学天赋的儿童身上也表现出初级的形式。有数学天赋的儿童倾向于从逻辑和数学范畴去解释外界现象,通过逻辑和数学关系的棱镜去感知事物,即对事物及其现象只专注于数学的那个方面。

在日常生活中,这些儿童也有给环境以数学解释的倾向。例如,他们看到一座巨大的建筑物,就会估计它的体积;来到一个体育场就计算他的面积或座位数,乘上一辆公共汽车,就会计

算车的速度;看见工人在用瓷砖铺地板,就会估计地板是否能用给定形状的瓷砖来铺成;看见有奖储蓄广告,就会计算得奖的概率……

有数学气质的学生,对解数学难题达到着迷的地步。他们在解题时,总是“摒弃”周围的一切干扰,有时几天都沉浸在对一道题的思索中,虽然他不得不忙于其他的事情,但头脑一刻也不停止对这一题目的思考。

数学气质是一种复杂的个体心理结构,它包括认识、情绪、意志诸方面因素,而独特的智力结构是形成数学气质的重要基础。

事实上,在数学教学活动中,只要你留心,就会发现一些具有数学气质的学生。有一些既聪明又淘气的学生在课堂教学中,总会提出一些“怪”问题。如:

最小的一位数是0,还是1?

$\frac{0}{3}$ 是不是分数?

既然一个整数和一个真分数组成的数,叫做带分数,那么,0是整数,0和一个真分数组成的数叫不叫带分数?

求比5大 $\frac{1}{3}$ 的数是用“ $5 + \frac{1}{3}$ ”计算,还是用“ $5 \times (1 + \frac{1}{3})$ ”计算?

既然含有未知数的等式叫做方程,那么“ $a + b = b + a$ ”是不是方程?

这些问题还真不好回答,但如果在课堂教学时,提倡学生畅所欲言,质疑问难,总会碰到许多“怪”问题,见到许多“怪”现象。

有一次,我为四年级学生出了这样一道思考题:

在一块钉板上有9个钉子(如图所示),用皮筋一共可以围出几个正方形?