



解析高考最新动向 探究应试最佳对策

高考总复习必备

高考对策

G A O K A O D U I C E

理科数学

▶主编：李新星

千万学子翘首企盼的最佳应考对策

众多高考命题研究专家精心研制的复习全案

三级难度创新训练系统，独家配备美国SAT最新考题



东北师范大学出版社
Northeast Normal University Press



解析高考最新动向 探究应试最佳对策

高考对策

G A O K A O D U I C E

理科数学

▶主编：李新星

副主编：汤小梅 林光荣 黄圣平

编者：赵先举 胡瑞红 李英杰 汤小梅 黄圣平 林光荣 袁锦前

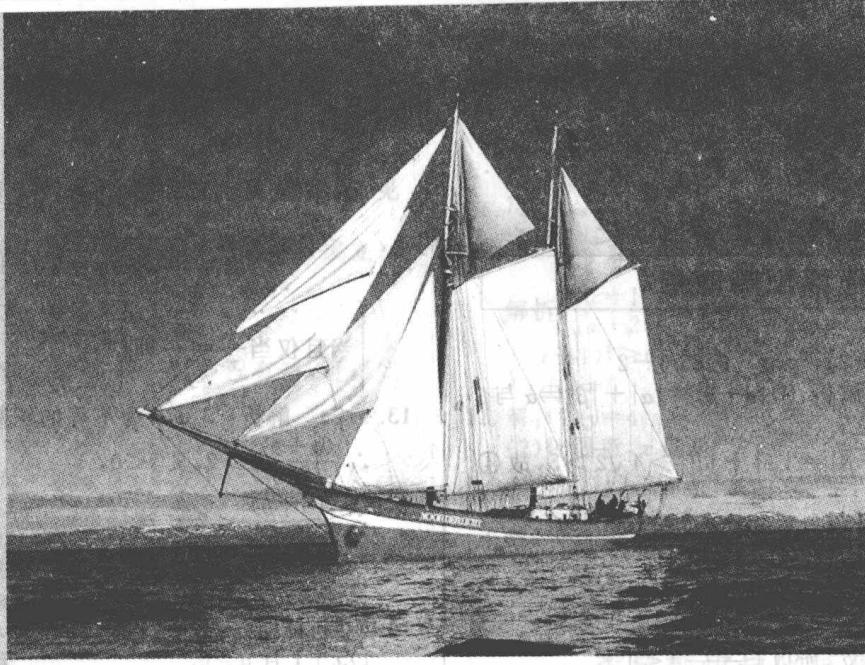
安振平 张克良 王新敞 龚雷 韩文美 韩保席 陈贵友

房兵 曾显文 胡文刚 王秀敬 王占 孙宜新 刘紫阳

刘永旺 王子亮 胡银伟 孙建平 徐登群 李海峰



东北师范大学出版社 长春
Northeast Normal University Press



图书在版编目 (CIP) 数据

高考对策·理科数学 / 李新星主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2009.7
ISBN 978 - 7 - 5602 - 5770 - 9

I . 高… II . 李… III . 数学课—高中—升学参考资料
IV . G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2009) 第109368号

责任编辑: 杜立新 杨光等5人 封面设计: 宋超
责任校对: 雁涵 袁明等5人 责任印制: 张允豪

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街5268号 (邮政编码: 130024)

电话: 0431—85695744 85688470

传真: 0431—85695734

网址: <http://www.nenup.com>

电子函件: sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

延边新华印刷有限公司印装

吉林省延吉市河南街 818 号 (133001)

2009年7月第1版 2009年7月第1次印刷

幅面尺寸: 210 mm × 296 mm 印张: 34 字数: 1250 千

定价: 62.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

图解导航

全面深入“考纲专题研究，教材母体研究，高考热点研究，方法对策研究”

全息解码最新高考趋势，精准提供最新高考对策

内文提要	板块解读
高考资讯 精确导航	透析高考考点，去粗取精，去伪存真；解读考点分布，直击各个考点应试对策，深度展示知识规律，准确提示命题趋势，让你对高考考点宏观把握，了然于胸。
最新三年 高考真题组	零距离接触高考，体验近三年高考题型，体会高考试题的命题技巧，了解高考动向，具有前瞻性，让你提前作好高考准备，起到高考指南针的作用。
考点剖析 与应试对策	精选典型性、创新性例题，分类详析，探求方法，拨开迷雾，总结规律。精辟的讲解，鲜明生动，充满学者的睿智，仿佛一位资深教师俯身在你耳畔，言简意赅而又准确明晰。“变式考题”让你触类旁通，巧学妙思，拓宽视野，从容跨越障碍，从而轻松备考，有的放矢。
必备知识 自主梳理	把知识系统化、网络化，利于你理解和记忆，实现了书本由厚到薄的转化。对重要的基础知识点，以挖空形式提示，让你点点落实，轻松打牢基础。
模拟预测题组	依据最新考纲，精心挑选，切中高考脉搏，科学设计，内容丰富而不杂乱，梯度训练逐步提高，背景材料鲜活灵动，知识覆盖全面系统，使你摆脱题海战术，做精题，精做题，直击得分点，事半功倍。
双语考题	原汁原味美国高考（SAT）试题，既提高英语水平，又拓展学习视野，提升综合素质，培养学习兴趣，一举两得。
高考指南	全方位提供高效复习方略和高考相关信息，将你的思维与高考无缝对接。
参考答案	科学化深度解析，规范化解题过程，技巧化思路点拨，揭示解题关键。

主编寄语

扬帆起航

有一种生活，她需要你有坚定的信念，需要你勇于承担责任，需要你以苦为乐，在磨炼中享受生活，需要你即使面对狂风暴雨，也能扬帆起航，引吭高歌！这种生活，就是高三！

高三是我们人生的一段别样体验，是一枚夹杂着甘甜与苦涩的青果，是我们青春岁月里的一段美丽而坚强的旅行。高三的生活，在匆忙中孕育着早春的生机，在坚持中展现着盛夏的热烈，在拼搏中暗藏着金秋的丰硕，在竞争中昭示着寒冬的希望。她是诗意的，却不缺乏拼搏的激情；她是时尚的，而又饱含奋斗的艰辛。将来，再回首这段葱茏的岁月，我们会发现，她在我一生的历练中折射出的耀眼的光芒！

高三需要我们的坚持。马丁·路德·金说：“这个世界上，没有人能够使你倒下。如果你自己的信念还站立着的话。”对于人的生命而言，要存活，只要一碗饭、一杯水就可以了；但是要想活得精彩，就要有精神，就要有远大的理想和坚定的信念。高三，需要这种活得精彩、活得有精神的信念，需要这份永不言弃、永远站立的坚持。信念和坚持，是我们构建理想大堤的钢筋和水泥，有了它们，才能成就我们的理想！

高三需要我们以苦为乐，学会用左手温暖右手，学会把学习当做快乐，并且享受这种快乐；需要我们体味属于自己的高三，学会把自己放在正

主编寄语

确的位置，学会在一次次冲击中定好目标，并能及时调整自己的目标和方向。生命本身就是一片广袤的沙漠，只要你努力在自己的沙漠上打一眼深井，使思想之水源源不断地涌出，就可以把沙漠变成绿洲。

人生犹如一张弓，弓弦拉得越紧，生命之箭就会射得越远。雄鹰的翅膀必须在不断地摔倒与爬起中，才能变得硬朗，才能攒下翱翔万里的勇气，展翅高飞，搏击长空！

在高三这个大炼炉中，生命就如铁砧，愈被敲打，就愈能发出耀眼的火花。

无须太多华丽的乐章，无须太多绚丽的和弦，步入高三，请在意气昂扬的进行曲中整装待发，请准备好隐忍的精神，坚韧的毅力，以及不畏困难与失败的信心和勇气，然后，扬帆起航，航行于百舸争流的人生长河，踏上未来属于你自己的征程！

相信黎明不会失约

相信教室不会变冷

相信理想一定会实现

相信默默无闻的自己

一定会成为天上那颗耀眼的星星

相信，你的未来不是梦……

三高馆后自服会卷，三高馆后自干真和朴体舞舞谱，宋类舞歌安卷日长



目 录

Contents

必考部分

第一章 集合与常用逻辑用语	1
第 1 - 1 讲 集 合	1
高考资讯精确导航	1
最新三年高考真题组	2
考点剖析与应试对策	2
考点 1 集合的定义、元素与集合的关系、集合与集合的关系/2	
考点 2 弄清集合中元素的本质属性/2	
考点 3 集合中元素的三个性质/2	
考点 4 集合的运算/3	
考点 5 含参数问题的讨论/3	
考点 6 集合的等价转化/3	
考点 7 集合中元素的个数/4	
必备知识自主梳理	4
模拟预测题组	4
双语考题	5
第 1 - 2 讲 逻辑联结词与四种命题	6
高考资讯精确导航	6
最新三年高考真题组	7
考点剖析与应试对策	7
考点 1 理解四种命题及其相互关系/7	
考点 2 对复合命题的理解/8	
考点 3 对逻辑联结词的理解/8	
考点 4 反证法的运用/8	
考点 5 探索性问题的解决策略/8	
必备知识自主梳理	9
模拟预测题组	10
双语考题	11
第 1 - 3 讲 充分条件与必要条件	12
高考资讯精确导航	12
最新三年高考真题组	12
考点剖析与应试对策	13
考点 1 充要条件的判断/13	
考点 2 充要条件的证明/13	
考点 3 充要条件的探索/13	
必备知识自主梳理	14
模拟预测题组	14
双语考题	15
第二章 不等式	16
第 2 - 1 讲 不等关系与不等式	16
高考资讯精确导航	16

最新三年高考真题组	16
考点剖析与应试对策	17
考点 1 利用不等式的性质判定不等关系/17	
考点 2 不等式性质的应用/17	
考点 3 比较数(式)的大小/17	
考点 4 利用不等式性质解决范围问题/18	
必备知识自主梳理	18
模拟预测题组	18
双语考题	19
第 2 - 2 讲 一元二次不等式及其解法	20
高考资讯精确导航	20
最新三年高考真题组	20
考点剖析与应试对策	21
考点 1 一元二次不等式的解法/21	
考点 2 已知一元二次不等式的解集,求其他问题/21	
考点 3 含参数的一元二次不等式的解法/22	
考点 4 不等式恒成立的问题/22	
必备知识自主梳理	23
模拟预测题组	23
双语考题	24
第 2 - 3 讲 基本不等式及其应用	25
高考资讯精确导航	25
最新三年高考真题组	26
考点剖析与应试对策	26
考点 1 利用基本不等式比较大小问题/26	
考点 2 利用基本不等式证明不等式问题/26	
考点 3 求函数的最值问题/27	
考点 4 基本不等式的灵活运用/27	
考点 5 利用基本不等式解实际应用题/27	
必备知识自主梳理	28
模拟预测题组	28
双语考题	29
第 2 - 4 讲 不等式的综合应用	30
高考资讯精确导航	30
最新三年高考真题组	30
考点剖析与应试对策	31
考点 1 求最值或确定参数的范围/31	
考点 2 不等式与函数的综合问题/32	
考点 3 不等式与解析几何、立体几何的综合问题/32	
考点 4 不等式的实际应用/33	
考点 5 不等式与数列的综合问题/33	
考点 6 建立函数关系式利用均值不等式求最值/34	



必备知识自主梳理	34
模拟预测题组	34
双语考题	35

第三章 函数 36

第3-1讲 函数的基本概念	36
高考资讯精确导航	36
最新三年高考真题组	36
考点剖析与应试对策	37
考点1 求函数的定义域/37	
考点2 求函数的值域或最值/37	
考点3 求函数解析式/38	
考点4 用图像法表示函数/38	
考点5 映射的概念/38	
考点6 分段函数及简单应用/38	
必备知识自主梳理	39
模拟预测题组	40
双语考题	41
第3-2讲 函数的基本性质	42
高考资讯精确导航	42
最新三年高考真题组	42
考点剖析与应试对策	43
考点1 有关函数单调性的问题/43	
考点2 有关函数奇偶性的问题/43	
考点3 有关函数周期性的问题/44	
考点4 函数性质的综合应用/44	
必备知识自主梳理	44
模拟预测题组	45
双语考题	46
第3-3讲 指数和指数函数、幂函数	47
高考资讯精确导航	47
最新三年高考真题组	48
考点剖析与应试对策	48
考点1 指数函数的单调性和特殊点/48	
考点2 指数函数的概念及性质/48	
考点3 幂的运算和指数函数的性质/48	
考点4 幂函数的性质与图像/49	
考点5 幂函数的概念和性质/49	
必备知识自主梳理	50
模拟预测题组	51
双语考题	52
第3-4讲 对数与对数函数	53
高考资讯精确导航	53
最新三年高考真题组	54
考点剖析与应试对策	54
考点1 对数运算和对数函数性质/54	
考点2 对数函数性质及应用/54	
考点3 对数函数的图像及应用/55	
考点4 指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0, a\neq 1$) 互为反函数/55	
考点5 对数的综合应用/56	
必备知识自主梳理	56
模拟预测题组	57
双语考题	58

第3-5讲 函数的图像 59

高考资讯精确导航	59
最新三年高考真题组	60
考点剖析与应试对策	61

 考点1 知式选图/61

 考点2 知图选式/61

 考点3 图像变换/62

必备知识自主梳理	62
----------	----

模拟预测题组	63
--------	----

双语考题	65
------	----

第3-6讲 函数与方程 66

高考资讯精确导航	66
最新三年高考真题组	66
考点剖析与应试对策	67

 考点1 函数的零点所在的大致区间问题/67

 考点2 利用图像解决有关函数的零点个数问题/68

 考点3 利用判别式确定函数的零点个数问题/68

 考点4 用二分法求方程的近似解/68

 考点5 利用函数单调性(结合二分法)求解方程的根的问题/68

必备知识自主梳理	69
----------	----

模拟预测题组	70
--------	----

双语考题	71
------	----

第3-7讲 函数模型及其应用 72

高考资讯精确导航	72
最新三年高考真题组	73
考点剖析与应试对策	74

 考点1 运用一次函数的性质解决某些

 简单的实际问题/74

 考点2 运用二次函数的性质解决实际问题/75

 考点3 指数函数的图像和性质的应用/75

 考点4 对数函数的图像和性质的应用/76

必备知识自主梳理	76
----------	----

模拟预测题组	77
--------	----

双语考题	79
------	----

第四章 三角函数 80

第4-1讲 三角函数的基本概念及关系	80
高考资讯精确导航	80
最新三年高考真题组	80
考点剖析与应试对策	81

 考点1 任意角概念的理解/81

 考点2 三角函数定义的考查/82

 考点3 同角关系式的化简与求值/82

 考点4 诱导公式的运用/83

必备知识自主梳理	83
----------	----

模拟预测题组	84
--------	----

双语考题	85
------	----

第4-2讲 两角和与差的三角函数 86

高考资讯精确导航	86
最新三年高考真题组	86
考点剖析与应试对策	87

 考点1 利用和差角公式和倍角公式进行化简求值/87



考点 2 利用和差角公式和倍角公式证明简单的三角恒等式/88	116
考点 3 和差角公式和倍角公式的综合应用/88	116
必备知识自主梳理 89	89
模拟预测题组 89	89
双语考题 90	90
第 4 - 3 讲 三角恒等变换 91	91
高考资讯精确导航 91	91
最新三年高考真题组 92	92
考点剖析与应试对策 92	92
考点 1 三角化简/92	92
考点 2 三角求值/93	93
考点 3 三角证明/94	94
考点 4 综合问题中的三角变换/94	94
必备知识自主梳理 95	95
模拟预测题组 95	95
双语考题 96	96
第 4 - 4 讲 三角函数的图像和性质 97	97
高考资讯精确导航 97	97
最新三年高考真题组 98	98
考点剖析与应试对策 99	99
考点 1 三角函数的定义域与值域/99	99
考点 2 三角函数的单调性和奇偶性/99	99
考点 3 三角函数的周期性/100	100
考点 4 对称中心和对称轴/100	100
考点 5 三角函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像与解析式/101	101
考点 6 三角函数的图像变换/102	102
必备知识自主梳理 102	102
模拟预测题组 103	103
双语考题 104	104
第 4 - 5 讲 正、余弦定理 105	105
高考资讯精确导航 105	105
最新三年高考真题组 106	106
考点剖析与应试对策 106	106
考点 1 直接利用定理求解三角形的基本量/106	106
考点 2 利用定理判断三角形的形状/106	106
考点 3 对定理和面积公式综合应用的考查/107	107
考点 4 对定理与向量等知识交会的考查/107	107
必备知识自主梳理 108	108
模拟预测题组 108	108
双语考题 109	109
第 4 - 6 讲 与测量和几何计算有关的实际问题 110	110
高考资讯精确导航 110	110
最新三年高考真题组 111	111
考点剖析与应试对策 112	112
考点 1 测量距离问题/112	112
考点 2 测量高度问题/112	112
考点 3 测量角度问题/112	112
考点 4 与几何有关的问题/113	113
必备知识自主梳理 113	113
模拟预测题组 114	114
双语考题 115	115
第 4 - 7 讲 三角函数的综合应用 116	116
高考资讯精确导航 116	116
最新三年高考真题组 117	117
考点剖析与应试对策 118	118
考点 1 三角函数的最值及综合应用/118	118
考点 2 三角函数公式性质的综合应用/118	118
考点 3 三角函数与其他知识的综合应用/119	119
考点 4 三角函数与实际问题的综合应用/119	119
必备知识自主梳理 120	120
模拟预测题组 120	120
双语考题 122	122
第五章 导数及其应用 123	123
第 5 - 1 讲 导数概念及其几何意义、导数的运算 123	123
高考资讯精确导航 123	123
最新三年高考真题组 124	124
考点剖析与应试对策 124	124
考点 1 导数的定义/124	124
考点 2 已知曲线上一点,求过这一点的切线方程/125	125
考点 3 已知曲线外一点,求过这一点的切线方程/125	125
考点 4 已知斜率求切线方程或切点的坐标/125	125
必备知识自主梳理 125	125
模拟预测题组 126	126
双语考题 127	127
第 5 - 2 讲 导数的应用(单调、极值、最值) 128	128
高考资讯精确导航 128	128
最新三年高考真题组 128	128
考点剖析与应试对策 130	130
考点 1 利用导数研究函数的单调性/130	130
考点 2 利用导数研究函数的切线问题/130	130
考点 3 利用导数研究函数的极值问题/131	131
考点 4 利用导数研究函数的最值问题/131	131
考点 5 利用导数研究函数的综合应用题/132	132
考点 6 利用导数构造函数来证明不等式/132	132
考点 7 运用导数解决实际问题/133	133
考点 8 利用导数解决恒成立问题/134	134
必备知识自主梳理 134	134
模拟预测题组 134	134
双语考题 135	135
第 5 - 3 讲 定积分与微积分基本定理 136	136
高考资讯精确导航 136	136
最新三年高考真题组 136	136
考点剖析与应试对策 137	137
考点 1 计算定积分的值/137	137
考点 2 定积分在物理中的应用/137	137
考点 3 定积分在几何中的应用/138	138
必备知识自主梳理 138	138
模拟预测题组 138	138
双语考题 139	139
第六章 平面向量 140	140
第 6 - 1 讲 平面向量的概念与线性运算 140	140



高考资讯精确导航	140	第 7 - 2 讲 等差数列	165
最新三年高考真题组	140	高考资讯精确导航	165
考点剖析与应试对策	141	最新三年高考真题组	166
考点 1 向量的线性运算/141		考点剖析与应试对策	166
考点 2 单位向量的灵活运用/141		考点 1 等差数列基本概念的考查/166	
考点 3 共线向量的判断/142		考点 2 等差数列的基本运算/166	
必备知识自主梳理	142	考点 3 等差数列性质的灵活应用/167	
模拟预测题组	143	考点 4 等差数列的综合应用/168	
双语考题	143	必备知识自主梳理	168
第 6 - 2 讲 平面向量的基本定理及坐标表示	144	模拟预测题组	169
高考资讯精确导航	144	双语考题	170
最新三年高考真题组	145	第 7 - 3 讲 等比数列	171
考点剖析与应试对策	145	高考资讯精确导航	171
考点 1 平面向量基本定理的运用/145		最新三年高考真题组	172
考点 2 平面向量的坐标运算/145		考点剖析与应试对策	172
考点 3 向量坐标运算的综合应用/146		考点 1 等比数列的基本公式与概念/172	
必备知识自主梳理	146	考点 2 等比数列的基本运算/173	
模拟预测题组	147	考点 3 等比数列的性质及其应用/173	
双语考题	148	考点 4 等比数列的综合应用/174	
第 6 - 3 讲 平面向量的数量积	149	必备知识自主梳理	175
高考资讯精确导航	149	模拟预测题组	175
最新三年高考真题组	150	双语考题	176
考点剖析与应试对策	150	第 7 - 4 讲 数列的综合应用	177
考点 1 向量数量积的基本概念与运算/150		高考资讯精确导航	177
考点 2 利用数量积解决有关垂直和夹角问题/151		最新三年高考真题组	178
考点 3 平面向量数量积的应用/151		考点剖析与应试对策	178
必备知识自主梳理	152	考点 1 等差、等比数列的概念与基本公式/178	
模拟预测题组	152	考点 2 等差、等比数列的综合问题/179	
双语考题	153	考点 3 常见的几种特殊数列求和/180	
第 6 - 4 讲 向量的应用	154	必备知识自主梳理	181
高考资讯精确导航	154	模拟预测题组	181
最新三年高考真题组	155	双语考题	182
考点剖析与应试对策	155	第八章 计数原理	183
考点 1 向量在平面几何中的应用/155		第 8 - 1 讲 排列与组合	183
考点 2 向量在解析几何中的应用/155		高考资讯精确导航	183
考点 3 向量在函数中的应用/156		最新三年高考真题组	184
考点 4 向量在物理中的应用/157		考点剖析与应试对策	184
必备知识自主梳理	157	考点 1 合理分类,严防重复/184	
模拟预测题组	158	考点 2 恰当分步,谨防遗漏/184	
双语考题	159	考点 3 特殊位置,优先考虑/185	
第七章 数 列	160	考点 4 限制条件,优先考虑/185	
第 7 - 1 讲 数列的概念	160	考点 5 有序问题,选空位插入/185	
高考资讯精确导航	160	考点 6 相邻元素,要用捆绑/185	
最新三年高考真题组	160	考点 7 正难则反,总体淘汰/186	
考点剖析与应试对策	161	必备知识自主梳理	186
考点 1 给出数列的前几项,写出数列的通项/161		模拟预测题组	186
考点 2 已知数列的前 n 项和 S_n ,求数列的通项公式/161		双语考题	187
考点 3 已知数列的递推式,求数列的通项公式/162		第 8 - 2 讲 二项式定理	188
必备知识自主梳理	163	高考资讯精确导航	188
模拟预测题组	163	最新三年高考真题组	188
双语考题	164	考点剖析与应试对策	189
		考点 1 求展开式中的特定项/189	



考点 2 求展开式中的某项(或某些项)的系数/189	
考点 3 求参数/189	
考点 4 二项式与极限交会/189	
必备知识自主梳理 190	
模拟预测题组 190	
双语考题 191	
第九章 概率与统计 192	
第 9-1 讲 古典概型、几何概型 192	
高考资讯精确导航 192	
最新三年高考真题组 193	
考点剖析与应试对策 194	
考点 1 随机事件的概率/194	
考点 2 互斥事件的概率/194	
考点 3 古典概型/194	
考点 4 与放回抽样和不放回抽样有关的概率问题/195	
考点 5 与长度、角度有关的几何概型/195	
考点 6 与面积(体积)有关的几何概型/196	
必备知识自主梳理 196	
模拟预测题组 197	
双语考题 198	
第 9-2 讲 n 次独立重复试验的概率及随机变量的分布列 199	
高考资讯精确导航 199	
最新三年高考真题组 200	
考点剖析与应试对策 200	
考点 1 条件概率的概念、性质与互斥事件的概率/200	
考点 2 独立事件与对立事件的概率/201	
考点 3 n 次独立重复试验的概率/201	
考点 4 离散型随机变量 ξ 的分布列/202	
考点 5 超几何分布/203	
考点 6 二项分布/203	
必备知识自主梳理 204	
模拟预测题组 205	
双语考题 206	
第 9-3 讲 离散型随机变量的数学期望与方差 207	
高考资讯精确导航 207	
最新三年高考真题组 208	
考点剖析与应试对策 210	
考点 1 离散型随机变量的分布列、数学期望和方差/210	
考点 2 二项分布、两点分布的分布列、数学期望和方差/211	
考点 3 随机变量的数学期望、方差的应用/212	
必备知识自主梳理 214	
模拟预测题组 214	
双语考题 215	
第 9-4 讲 抽样方法与总体分布的估计 216	
高考资讯精确导航 216	
最新三年高考真题组 217	
考点剖析与应试对策 219	
考点 1 抽样方法/219	
考点 2 频率分布表、频率分布直方图与茎叶图/220	
考点 3 平均数与方差的应用/221	
必备知识自主梳理 222	
模拟预测题组 222	
双语考题 224	
第 9-5 讲 回归分析与独立性检验 225	
高考资讯精确导航 225	
最新三年高考真题组 226	
考点剖析与应试对策 227	
考点 1 正态分布/227	
考点 2 用散点图判断相关关系/227	
考点 3 回归直线方程的应用/228	
考点 4 相关程度与模型拟合的效果/229	
考点 5 2×2 列联表/229	
考点 6 三维柱形图/230	
考点 7 相关关系与可信程度/230	
必备知识自主梳理 231	
模拟预测题组 232	
双语考题 233	
第十章 直线和圆的方程 234	
第 10-1 讲 直线与方程 234	
高考资讯精确导航 234	
最新三年高考真题组 235	
考点剖析与应试对策 235	
考点 1 倾斜角与斜率的概念/235	
考点 2 求直线方程/235	
考点 3 两直线的位置关系的判定/236	
考点 4 两条直线所成的角/236	
考点 5 点到直线的距离、两平行线间的距离/237	
考点 6 直线方程的应用/237	
考点 7 直线系及应用/237	
必备知识自主梳理 238	
模拟预测题组 239	
双语考题 240	
第 10-2 讲 二元一次不等式(组)与简单线性规划问题 241	
高考资讯精确导航 241	
最新三年高考真题组 242	
考点剖析与应试对策 242	
考点 1 二元一次不等式(组)表示的平面区域/242	
考点 2 平面区域内的整点问题/243	
考点 3 平面区域的面积问题/243	
考点 4 线性目标函数求最值问题/243	
考点 5 非线性目标函数求最值问题/244	
考点 6 利用线性规划解决实际问题/244	
必备知识自主梳理 245	
模拟预测题组 245	
双语考题 246	
第 10-3 讲 圆与方程 247	
高考资讯精确导航 247	
最新三年高考真题组 248	
考点剖析与应试对策 248	
考点 1 圆的标准方程的应用/248	
考点 2 圆的一般方程的应用/248	
考点 3 判断圆的存在性/249	
考点 4 根据方程求圆的圆心、半径/249	



考点 5 圆的参数方程的应用/249	
考点 6 求以两点为直径的圆的方程/249	
考点 7 求轨迹是圆的方程/250	
必备知识自主梳理 250	
模拟预测题组 250	
双语考题 251	
第 10 - 4 讲 直线与圆的位置关系 252	
高考资讯精确导航 252	
最新三年高考真题组 253	
考点剖析与应试对策 253	
考点 1 点与圆的位置关系的判定/253	
考点 2 直线与圆的位置关系的判定/254	
考点 3 圆与圆的位置关系的判定/254	
考点 4 求圆的切线方程/254	
考点 5 有关弦长的问题/255	
考点 6 求最值问题/255	
考点 7 圆系方程问题/255	
考点 8 求过两圆交点的直线方程问题/256	
考点 9 中点弦所在的直线方程/256	
必备知识自主梳理 256	
模拟预测题组 257	
双语考题 258	
第十一章 圆锥曲线与方程 259	
第 11 - 1 讲 椭 圆 259	
高考资讯精确导航 259	
最新三年高考真题组 260	
考点剖析与应试对策 261	
考点 1 椭圆的定义/261	
考点 2 椭圆标准方程的应用与求解/261	
考点 3 椭圆的几何性质及其应用/261	
考点 4 直线与椭圆的位置关系问题/262	
必备知识自主梳理 263	
模拟预测题组 263	
双语考题 264	
第 11 - 2 讲 双曲线 265	
高考资讯精确导航 265	
最新三年高考真题组 266	
考点剖析与应试对策 266	
考点 1 双曲线的定义及应用/266	
考点 2 双曲线标准方程及几何性质/267	
考点 3 直线与双曲线的位置关系/267	
考点 4 双曲线的综合应用/268	
必备知识自主梳理 269	
模拟预测题组 269	
双语考题 270	
第 11 - 3 讲 抛物线 271	
高考资讯精确导航 271	
最新三年高考真题组 272	
考点剖析与应试对策 272	
考点 1 抛物线定义的应用/272	
考点 2 抛物线的标准方程与几何性质/273	
考点 3 直线与抛物线的位置关系问题/273	
考点 4 抛物线的综合应用/274	
必备知识自主梳理 274	

模拟预测题组 275	
双语考题 276	
第 11 - 4 讲 圆锥曲线的综合应用 277	
高考资讯精确导航 277	
最新三年高考真题组 278	
考点剖析与应试对策 279	
考点 1 直线与圆锥曲线的交点问题/279	
考点 2 与圆锥曲线有关的焦点问题/280	
考点 3 与圆锥曲线有关的中点弦问题/280	
考点 4 与圆锥曲线有关的定值问题/280	
考点 5 与圆锥曲线有关的最值问题/281	
考点 6 圆锥曲线的实际应用问题/282	
考点 7 圆锥曲线的轨迹问题/282	
必备知识自主梳理 283	
模拟预测题组 284	
双语考题 285	
第十二章 立体几何 286	
第 12 - 1 讲 空间几何体及其三视图和直观图 286	
高考资讯精确导航 286	
最新三年高考真题组 287	
考点剖析与应试对策 288	
考点 1 对有关概念的理解问题/288	
考点 2 有关几何体的结构特征/289	
考点 3 有关几何体的截面图/289	
考点 4 根据几何体的三视图用斜二测画法画直观图/290	
考点 5 从几何体的直观图画三视图/290	
考点 6 利用斜二测画法画几何体的直观图/290	
考点 7 从直观图中求平面图形的面积/291	
必备知识自主梳理 291	
模拟预测题组 292	
双语考题 294	
第 12 - 2 讲 空间几何体的表面积和体积 295	
高考资讯精确导航 295	
最新三年高考真题组 296	
考点剖析与应试对策 297	
考点 1 柱体的表面积问题/297	
考点 2 锥体的表面积问题/297	
考点 3 球体的表面积问题/297	
考点 4 柱体的体积问题/298	
考点 5 锥体的体积问题/298	
考点 6 球体的体积问题/298	
考点 7 球体的截面圆问题/298	
考点 8 球体的球面距离/299	
考点 9 柱体、锥体的外接球、内切球/299	
考点 10 空间几何体的面积比和体积比/299	
考点 11 从三视图中还原实物的直观图,求这个几何体的表面积和体积/300	
必备知识自主梳理 300	
模拟预测题组 301	
双语考题 302	
第 12 - 3 讲 点、线、面之间的位置关系 303	
高考资讯精确导航 303	
最新三年高考真题组 304	

考点剖析与应试对策	304
考点 1 符号的使用	304
考点 2 对平面基本性质的理解	305
考点 3 线共点问题	305
考点 4 直线与直线的位置关系	306
考点 5 对异面直线概念的理解	306
考点 6 异面直线的证明	306
考点 7 异面直线所成的角	306
必备知识自主梳理	307
模拟预测题组	308
双语考题	309
第 12 - 4 讲 线面平行的性质与判定	310
高考资讯精确导航	310
最新三年高考真题组	311
考点剖析与应试对策	312
考点 1 直线与平面平行的判定定理	312
考点 2 平面与平面平行的判定定理	312
考点 3 直线与平面平行的性质定理	312
考点 4 平面与平面平行的性质定理	313
必备知识自主梳理	313
模拟预测题组	313
双语考题	315
第 12 - 5 讲 线面垂直的性质和判定	316
高考资讯精确导航	316
最新三年高考真题组	317
考点剖析与应试对策	318
考点 1 证明直线与直线垂直	318
考点 2 直线和平面垂直的判定定理	318
考点 3 平面和平面垂直的判定定理	318
考点 4 直线和平面垂直的性质定理	319
考点 5 平面和平面垂直的性质定理	319
考点 6 求二面角	319
必备知识自主梳理	320
模拟预测题组	321
双语考题	322
第 12 - 6 讲 空间向量及其运算	323
高考资讯精确导航	323
最新三年高考真题组	324
考点剖析与应试对策	325
考点 1 空间向量的基本定理	325
考点 2 向量的数乘	325
考点 3 向量的数量积	325
考点 4 空间向量的坐标	326
考点 5 空间向量的平行	326
考点 6 空间向量的垂直	326
考点 7 空间向量的交角	326
考点 8 空间向量的模	327
考点 9 利用空间向量证明线面垂直	327
考点 10 利用空间向量证明线线垂直	327
考点 11 利用空间向量证明线面平行	328
必备知识自主梳理	328
模拟预测题组	329
双语考题	330
第 12 - 7 讲 空间的角、空间的距离	331
高考资讯精确导航	331

最新三年高考真题组 332

考点剖析与应试对策 333

 考点 1 异面直线所成的角

 考点 2 直线与平面所成的角

 考点 3 二面角的平面角

 考点 4 两点间的距离

 考点 5 点到直线的距离

 考点 6 两条异面直线的距离

 考点 7 点到平面的距离

 必备知识自主梳理 336

 模拟预测题组 336

 双语考题 337

第十三章 推理与证明 338

第 13 - 1 讲 合情推理与演绎推理 338

 高考资讯精确导航 338

 最新三年高考真题组 339

 考点剖析与应试对策 339

 考点 1 归纳推理的概念及其运用

 考点 2 类比推理的概念及其运用

 考点 3 归纳推理与类比推理的综合运用

 考点 4 新定义、新运算中的类比

 考点 5 三段论推理

 必备知识自主梳理 343

 模拟预测题组 343

 双语考题 344

第 13 - 2 讲 直接证明与间接证明 345

 高考资讯精确导航 345

 最新三年高考真题组 346

 考点剖析与应试对策 347

 考点 1 直接证明的运用

 考点 2 间接证明的运用

 必备知识自主梳理 349

 模拟预测题组 349

 双语考题 350

第 13 - 3 讲 数学归纳法 351

 高考资讯精确导航 351

 最新三年高考真题组 352

 考点剖析与应试对策 353

 考点 1 数学归纳法的概念及其运用

 考点 2 用数学归纳法证明等式问题

 考点 3 用数学归纳法证明整除问题

 考点 4 用数学归纳法证明不等式问题

 必备知识自主梳理 355

 模拟预测题组 355

 双语考题 356

第十四章 算法初步 357

第 14 - 1 讲 算法的含义与程序框图 357

 高考资讯精确导航 357

 最新三年高考真题组 358

 考点剖析与应试对策 360

 考点 1 数值性问题的算法

 考点 2 非数值性的算法

 考点 3 框图的含义



考点 4 写出程序框图的输出结果/361	361
考点 5 补充判断框的内容/361	
必备知识自主梳理 361	
模拟预测题组 362	
双语考题 363	
第 14 - 2 讲 基本算法语句 364	
高考资讯精确导航 364	
最新高考仿真题组 364	
考点剖析与应试对策 365	
考点 1 赋值语句/365	
考点 2 输入语句/366	
考点 3 输出语句/366	
考点 4 条件语句/366	
考点 5 循环语句/367	
必备知识自主梳理 367	
模拟预测题组 368	
双语考题 370	
第 14 - 3 讲 算法的案例 371	
高考资讯精确导航 371	
最新三年高考真题组 372	

第十六章 几何证明选讲 382	
第 16 - 1 讲 几何证明选讲 382	
高考资讯精确导航 382	
最新三年高考真题组 383	
考点剖析与应试对策 383	
考点 1 相似三角形的判定与性质/383	
考点 2 直角三角形中的射影定理/384	
考点 3 三角形中相关计算/384	
考点 4 圆周角定理/384	
考点 5 圆内接四边形的性质与判定/385	
考点 6 圆的切线的判定与性质/385	
考点 7 弦切角的性质/385	
考点 8 与圆有关的比例线段/386	
考点 9 圆锥曲线性质探讨/386	
必备知识自主梳理 386	
模拟预测题组 387	
双语考题 388	

第十七章 矩阵与变换 389	
第 17 - 1 讲 矩阵与变换 389	
高考资讯精确导航 389	
最新三年高考真题组 390	
考点剖析与应试对策 390	
考点 1 几种常见的变换/390	
考点 2 矩阵乘法运算律/391	
考点 3 用矩阵方法解二元一次方程组/391	
考点 4 逆变换和逆矩阵/392	
考点 5 特征值与特征向量/393	
必备知识自主梳理 393	
模拟预测题组 395	

考点剖析与应试对策 372

考点 1 辗转相除法与更相减损术/372	
考点 2 秦九韶算法/373	
考点 3 不同进位制之间的转化/373	
考点 4 算法知识的综合问题/373	
必备知识自主梳理 374	
模拟预测题组 376	
双语考题 377	

第十五章 数系的扩充与复数的引入 378

第 15 - 1 讲 复数的概念及运算 378	
高考资讯精确导航 378	
最新三年高考真题组 378	
考点剖析与应试对策 379	
考点 1 复数概念的应用/379	
考点 2 复数相等的应用/379	
考点 3 复数代数形式的运算/380	
考点 4 复数运算的几何意义/380	
必备知识自主梳理 380	
模拟预测题组 380	
双语考题 381	

部分**双语考题 396****第十八章 坐标系与参数方程 397**

第 18 - 1 讲 坐标系与参数方程 397	
高考资讯精确导航 397	
最新三年高考真题组 398	
考点剖析与应试对策 399	
考点 1 平面直角坐标系中的伸缩变换/399	
考点 2 极坐标方程与直角坐标方程的互化/399	
考点 3 柱坐标系与球坐标系/399	
考点 4 参数方程的综合应用/400	
必备知识自主梳理 400	
模拟预测题组 401	
双语考题 402	

第十九章 不等式选讲 403

第 19 - 1 讲 不等式选讲 403	
高考资讯精确导航 403	
最新三年高考真题组 404	
考点剖析与应试对策 405	
考点 1 不等式基本性质运用/405	
考点 2 求解绝对值不等式/405	
考点 3 均值不等式的应用/405	
考点 4 不等式的证明/405	
考点 5 应用柯西不等式求最值/406	
必备知识自主梳理 406	
模拟预测题组 407	
双语考题 408	

第一章 集合与常用逻辑用语

第1-1讲 集合

高考资讯精确导航

考点透析

考点定位	命题预测
<p>1. 了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系,能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.</p> <p>2. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.在具体情境中,了解全集与空集的含义.</p> <p>3. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.</p> <p>4. 能使用韦恩(Venn)图表示集合的关系及运算.</p>	<p>1. 对于集合含义的理解首先要注意代表元素,高考在这一部分一般以选择题形式出现,有些集合虽然相似,但是代表元素不同,集合表示的含义也不同,因此对这一类题目更需要细心,属于易错题型.</p> <p>2. 对于集合之间的关系的考查,可以涉及多方面知识,可能与解析几何相联系,考查数形结合的应用,也可能进行新的定义,考查对信息的加工与处理能力,考查创新能力等,这类题目一般也是以小题为主,具有一定的难度.</p> <p>3. 近几年的试题加强了对集合运算的考查,尤其注重对解不等式问题的考查,并不断向无限集发展,考查考生的抽象思维能力.利用韦恩图或数轴运算是解决集合问题的常用方法,因此,集合题目处处体现着灵活性.</p>

考点分布

考 点	2007 年		2008 年		2009 年	
	山东 X2 广东 X8	5 分	江苏 T4 山东 X1 辽宁 X1	5 分 5 分 5 分	辽宁 X1 浙江 X1 海南、宁夏 X1 广东 X1 山东 X1 上海 T2	5 分 5 分 5 分 5 分 5 分 4 分
集 合						

注:X 表示选择题,T 表示填空题,J 表示解答题,后面的数字代表题目序号.

应试对策

1.(考点定位 1)集合是高中数学的基础知识,而集合是一个不加定义的描述性概念,所以,要真正理解集合的含义就必须从集合的特性入手,澄清元素与集合的关系,掌握集合中元素的三大特性:确定性、互异性和无序性.这三大特性是集合的灵魂,是集合最基本的特征.

2.(考点定位 1)对于一个集合 A 和给定的元素 a,它们之间的关系是确定的,即 $a \in A$ 或 $a \notin A$ 二者必居其一,而不存在第三种关系.这就要求集合中语言的描述要准确

而不能含糊.再者,一个元素只有和集合中元素的特征描述一致才能构成“属于”关系,例如,元素“平面内的直线 AB”与集合{平面内的圆}是“不属于”关系.

3.(考点定位 2)子集与真子集既有区别,又有联系:集合 A 的真子集一定是其子集,而集合 A 的子集不一定是其真子集;若集合 A 中有 n 个元素,则其子集个数为 2^n ,真子集个数为 $2^n - 1$.这类题有时候可以与排列组合知识相结合进行求解.

清华大学数学科学系简介

清华大学数学系是国内几个最具实力的数学系之一.继 1981 年获得计算数学专业博士点,1984 年获得应用数学专业博士点,1998 年获得基础数学专业博士点之后,2000 年获得了数学一级学科博士学位授予权.在科学研究方面,近年来全系已获得国家及省部级奖 10 余项,其中国家教育部科技进步一等奖 1 项,二等奖 3 项.另外在工科数学教材编写、教学方法研究和教学手段现代化方面成果显著,获国家级优秀教学成果奖 3 项.



4.(考点定位2)全集是一个相对的概念,一个全集又可以是另一个集合的子集或真子集,是我们为研究集合关系临时选定的一个集合.

5.(考点定位2)集合的相等与包含是两个重要的命题点,它们之间既有联系又有区别.一般地,两个集合 A, B 的相等等价于它们互相包含,即“ $A=B \Leftrightarrow A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$ ”.用元素反映即“ $A=B \Leftrightarrow$ 任意 $a \in A$,必有 $a \in B$,且任意 $b \in B$,必有 $b \in A$ ”,这也是证明两个集合相等的主要依据.

6.(考点定位3)在集合的交或并运算中,要注意数学思想方法的应用.例如,数形结合、分类讨论、等价转化等思想,配方法、图示法、判别式法等.

7.(考点定位4)利用韦恩图与数轴表示集合,可以使得集合问题的求解更加直观.韦恩图主要解决有限集合之间的交、并运算关系,数轴主要解决与不等式有关的集合运算关系,这两种题型都是高考的重点,要注意解题的灵活性.

最新三年高考真题组

- (2007 山东 2) 已知集合 $M = \{-1, 1\}$, $N = \left\{x \mid \frac{1}{2} < 2^{x+1} < 4, x \in \mathbb{Z}\right\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
A. $\{-1, 1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{-1\}$ D. $\{-1, 0\}$
- (2007 广东理 8) 设 S 是至少含有两个元素的集合, 在 S 上定义了一个二元运算“ $*$ ”(即对任意的 $a, b \in S$, 对于有序元素对 (a, b) , 在 S 中有唯一确定的元素 $a * b$ 与之对应). 若对于任意的 $a, b \in S$, 有 $a * (b * a) = b$, 则对任意的 $a, b \in S$, 下列等式中不恒成立的是().
A. $(a * b) * a = a$ B. $[a * (b * a)] * (a * b) = a$
C. $b * (b * b) = b$ D. $(a * b) * [b * (a * b)] = b$
- (2008 江苏 4) 若集合 $A = \{x \mid (x-1)^2 < 3x+7, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \cap \mathbb{Z}$ 中有_____个元素.
- (2008 山东 1) 满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是().
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- (2008 辽宁理卷 1) 已知集合 $M = \left\{x \mid \frac{x+3}{x-1} < 0\right\}$, $N = \{x \mid x \leq -3\}$, 则集合 $\{x \mid x \geq 1\} = (\quad)$.
A. $M \cap N$ B. $M \cup N$
C. $\complement_{\mathbb{R}}(M \cap N)$ D. $\complement_{\mathbb{R}}(M \cup N)$
- (2009 辽宁 1) 已知集合 $M = \{x \mid -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x \mid$

$$-5 < x < 5\},$$
 则 $M \cap N = (\quad)$.

- A. $\{x \mid -5 < x < 5\}$ B. $\{x \mid -3 < x < 5\}$
C. $\{x \mid -5 < x \leq 5\}$ D. $\{x \mid -3 < x \leq 5\}$

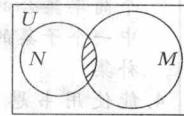
- 7.(2009 浙江 1) 设 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid x > 0\}$, $B = \{x \mid x > 1\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) = (\quad)$.

- A. $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$
C. $\{x \mid x < 0\}$ D. $\{x \mid x > 1\}$

- 8.(2009 海南、宁夏 1) 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$, 则 $A \cap (\complement_N B) = (\quad)$.

- A. $\{1, 5, 7\}$ B. $\{3, 5, 7\}$ C. $\{1, 3, 9\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

- 9.(2009 广东 1) 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x \mid -2 \leq x-1 \leq 2\}$ 和 $N = \{x \mid x = 2k-1, k=1, 2, \dots\}$ 的关系的韦恩(Venn)图如图 1-1-1 所示, 则



阴影部分所示的集合的元素共有().

- A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 无穷个

- 10.(2009 山东 1) 集合 $A = \{0, 2, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, 则 a 的值为().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

- 11.(2009 上海 2) 已知集合 $A = \{x \mid x \leq 1\}$, $B = \{x \mid x \geq a\}$, 且 $A \cup B = \mathbb{R}$, 则实数 a 的取值范围是_____.

考点剖析与应试对策

集合的定义、元素与集合的关系、集合与集合的关系

例 1 (河南郑州) 已知 $P = \{0, 1\}$, $M = \{x \mid x \subseteq P\}$, 则 P 与 M 的关系为().

- A. $P \in M$ B. $P \notin M$ C. $P \subseteq M$ D. $P \supseteq M$

分析: 由“ $x \subseteq P$ ”知集合 M 的元素是集合 P 的子集.

解: $\because P = \{0, 1\}$, $\therefore M = \{x \mid x \subseteq P\} = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$, $\therefore P \in M$, 应选 A.

☞一通百通: 解决集合问题,首先要弄清楚集合中的元素是什么.

变式考题

1.(安徽合肥) 下列空集 \emptyset 与集合 $\{\emptyset\}$ 的关系中, 错误的是().

- A. $\emptyset \in \{\emptyset\}$ B. $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
C. $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$ D. $\emptyset = \{\emptyset\}$

考点 2

弄清集合中元素的本质属性

例 2 (福建漳州) 在 1 到 2007 之间的偶数可以用集合表示为().

- A. $\{x \mid x = 2n, 1 \leq n \leq 1003\}$

- B. $\{x \mid x = 4n+2, 1 \leq n \leq 501, n \in \mathbb{N}\}$

- C. $\{x \mid x = 2n, 1 < n < 1003, n \in \mathbb{Z}\}$

- D. $\{x \mid x = 2n+2, 0 \leq n \leq 1002, n \in \mathbb{Z}\}$

解: 可以逐个进行检验, A 中缺少 $n \in \mathbb{Z}$ 的条件, B 与 C 中显然没有包含所有的偶数, 故答案选 D. 可以验证 D 包含了 1 到 2007 之间的偶数.

☞一通百通: 对于一些元素较多的集合一般使用描述法表示, 而不用列举法进行表示, 因为列举法使这个集合看起来很复杂, 并且不容易发现元素的特征. 使用描述法时要写清楚代表元素, 它是集合含义的具体体现.

变式考题

- 2.(江西南昌) 方程组 $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=-1 \end{cases}$ 的解的集合是().

- A. $\{x=1, y=2\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{(x, y) \mid x=1 \text{ 或 } y=2\}$ D. $\{(1, 2)\}$

考点 3

集合中元素的三个性质

例 3 (河南漯河) 集合 $\{3, x, x^2 - 2x\}$ 中 x 应满足的条件是_____.

解:根据构成集合的元素的互异性, x 应满足
 $\begin{cases} x \neq 3, \\ x^2 - 2x \neq 3, \text{解之得 } x \neq 3 \text{ 且 } x \neq 0 \text{ 且 } x \neq -1. \\ x^2 - 2x \neq x. \end{cases}$

答案: $x \neq 3$ 且 $x \neq 0$ 且 $x \neq -1$.

☞一通百通:集合中元素的互异性在三大特性中占有重要的地位,在很多集合问题中都要对这一特征进行验证.

※变式考题※

3.(山西太原)若 $-3 \in \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 求实数 a 的值.

民: 题目不清晰, 无法解答.

考点4 集合的运算

例4(浙江高考)已知 $U=\mathbb{R}, A=\{x|x>0\}, B=\{x|x \leq -1\}$, 则 $(A \cap \complement_U B) \cup (B \cap \complement_U A)=$ () .

- A. \emptyset B. $\{x|x \leq 0\}$
 C. $\{x|x > -1\}$ D. $\{x|x > 0 \text{ 或 } x \leq -1\}$

分析:本小题主要考查集合的运算,可以通过数轴辅助运算.

解: $\because A \cap \complement_U B=\{x|x>0\}, B \cap \complement_U A=\{x|x \leq -1\}$,
 $\therefore (A \cap \complement_U B) \cup (B \cap \complement_U A)=\{x|x > 0 \text{ 或 } x \leq -1\}$, 故答案选 D.

☞一通百通:求交集、并集、补集,要充分发挥数轴或韦恩图的作用.

※变式考题※

4.(宁夏银川)已知集合 $A=\left\{x \mid \frac{6}{x+1} \geq 1, x \in \mathbb{R}\right\}$, $B=\{x^2-2x-m<0\}$.

(1)当 $m=3$ 时,求 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$;

(2)若 $A \cap B=\{x|-1 < x < 4\}$,求实数 m 的值.

考点5 含参数问题的讨论

例5(北京海淀区)设 $A=\{x|x^2+4x=0\}, B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

分析:若满足 $B \subseteq A$, 则集合 B 须分两种情况求解:

- ①集合 B 中的元素 x 是集合 A 中的元素;
 ②集合 B 为空集.

解:由题意 $A=\{x|x^2+4x=0\}=\{x|x=0 \text{ 或 } x=-4\}=$

$=\{0, -4\}$.

$\because B \subseteq A$, $\therefore B=\emptyset$ 或 $B=\{0\}$ 或 $B=\{-4\}$ 或 $B=\{0, -4\}$.

当 $B=\emptyset$ 时,即 $x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$ 无实根,由 $\Delta<0$, 即 $4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$, 解得 $a<-1$;

当 $B=\{0\}$ 时,由根与系数的关系得

$$0+0=-2(a+1), 0 \times 0=a^2-1 \text{ 且 } \Delta=0 \Rightarrow a=-1;$$

当 $B=\{-4\}$ 时,由根与系数的关系得

$$-4-4=-2(a+1), (-4) \times (-4)=a^2-1 \Rightarrow a \in \emptyset;$$

当 $B=\{0, -4\}$ 时,由根与系数的关系得

$$0-4=-2(a+1), 0 \times (-4)=a^2-1 \Rightarrow a=1.$$

综上可得 $a=1$ 或 $a \leq -1$.

☞一通百通:解含参数的问题,要有分类讨论的意识,分类讨论时要防止在空集上出问题.

※变式考题※

5.(福建厦门)已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}, B=\{x|x^2-mx+2=0\}$, 且 $A \cap B=B$, 求实数 m 的取值范围.

考点6 集合的等价转化

例6(北京东城区)已知集合 $A=\{(x, y) | x^2+mx-y+2=0\}, B=\{(x, y) | x-y+1=0, 0 \leq x \leq 2\}$, 如果 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

分析:如果目光总是停留在集合这一狭窄的知识范围内,此题的解题方法是很难找到的.事实上,它的实际背景是“抛物线 $x^2+mx-y+2=0$ 与线段 $x-y+1=0(0 \leq x \leq 2)$ 有公共点,求实数 m 的取值范围”.

解:由 $\begin{cases} x^2+mx-y+2=0, \\ x-y+1=0(0 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 得

$$x^2+(m-1)x+1=0. \quad ①$$

$\because A \cap B \neq \emptyset$, \therefore 方程①在区间 $[0, 2]$ 上至少有一个实数解.

首先,由 $\Delta=(m-1)^2-4 \geq 0$ 得 $m \geq 3$ 或 $m \leq -1$.

当 $m \geq 3$ 时,由 $x_1+x_2=-(m-1)<0$ 及 $x_1 x_2=1$ 知,方程①只有负根,不符合要求;

当 $m \leq -1$ 时,由 $x_1+x_2=-(m-1)>0$ 及 $x_1 x_2=1>0$ 知,方程①有两个互为倒数的正根,故必有一根在区间 $(0, 1]$ 内,从而方程①至少有一个根在区间 $[0, 2]$ 内.

综上所述,所求 m 的取值范围是 $(-\infty, -1]$.

☞一通百通:正确进行“集合语言”和“普通数学语言”的相互转化,是考生必须具备的一种数学素质.上述解法应用了数形结合的思想,如果注意到抛物线 $x^2+mx-y+2=0$ 与线段 $x-y+1=0(0 \leq x \leq 2)$ 的公共点在线段上,本题也可以利用公共点内分线段的比 λ 的取值范围建立关于 m 的不等式来解.



北京大学计算数学专业简介

北京大学计算数学专业成立于 1955 年,是我国最早建立的计算数学专业之一,并于 80 年代初成为全国首批具有博士学位授予权的专业.五十多年来,本专业为我国计算事业的发展做出了重要的贡献.北京大学计算学科的发展一方面注重基础理论研究,在无限元、涡度法、守恒律差分格式、三维水波等方面开展了深入研究并取得了重要的成果,同时,近年来又在学科的转型,特别是在交叉学科计算科学的发展方面做出了重要的贡献,取得了丰富的科研成果,培养了大批青年科研人才.