

沈翔平  
赵小平

编著

教  
华东师大版  
辅

新

课  
程



# 高中数学应用问题

新  
题  
型

师范大学出版社

新课程·新题型



# 高中数学 应用问题

(第四版)

沈翔 赵小平 编著

华东师范大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

高中数学应用问题/沈翔,赵小平编著.—4 版.上海:华东师范大学出版社,2004.1

(高考新题型)

ISBN 7-5617-1789-x

I. 高... II. ①沈... ②赵... III. 数学课-高中-升学参考资料  
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 074010 号

## 高中数学应用问题

编 著 沈 翔 赵小平

策划组稿 倪 明

特约编辑 陈信漪

封面设计 黄惠敏

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

门市(邮购)电话 021-62869887

门市地址 华东师大校内先锋路口

业务电话 上海地区 021-62232873

华东 中南地区 021-62458734

华北 东北地区 021-62571961

西南 西北地区 021-62232893

业务传真 021-62860410 62602316

<http://www.ecnupress.com.cn>

社 址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

印 刷 者 江苏德胜印刷有限公司

开 本 890×1240 32 开

印 张 11

字 数 318 千字

版 次 2004 年 1 月第四版

印 次 2004 年 1 月第一次

书 号 ISBN 7-5617-1789-x/G · 808

定 价 13.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

## 第一版序

1993年，严士健、苏式冬和我访问国家考试中心，建议在高考试题中加入数学应用题。杨学为主任、任子朝同志深表赞成，几经宣传和努力，遂有近几年来高考中数学应用题的重视。从数学素质教育的发展看，这一变化恐怕是历史性的。但愿这一势头能保持下去，并形成数学教育界的共识。

中国古代数学一向有实用的传统。数学教学中重视数学应用也并非新问题。在小学里，数学应用题是教学的重点和难点，从未有人持异议。到了初中，学了平面几何，数学品味趋于抽象，逻辑推理不断加强，数学应用渐有淡出之势。不过，数学应用并未绝迹，诸如浓度问题、行程问题等仍有出现，平行四边形与铁栅门的关系等也总要提及。只是被某种错误观念的误导，大家不太重视罢了。

一到高中，情况变得越发严重。一个时期以来，主张数学应用被称为“实用主义”、“短视行为”、“犯文革时期的错误”，似乎数学离现实生活越远越好。“掐头去尾烧中段”式的纯数学推理，成为惟一的选择。高考题中出现应用题，本是顺理成章的例行公事，到头来竟要上电视特别“宣传公告”，也是够令人遗憾的了。

那么，高中数学究竟该教怎样的应用题？有多少应用题的类型？有哪些应用题可考？数学教学和高考数学命题的实践已向我们提出更高的要求。我们曾有一册《中学数学问题集》，那是给教师看的。现在，沈翔、赵小平、康合太三位老师为高中学生编了这些数学应用题，按数学专题编排，便于掌握和复习，可以说填补了一项空白。

据说，“第二次世界大战以来，数学上最重要的变化是数学应用的加强”。我国的数学发展如何重视应用，乃是一篇大文章。《高中数学应



用问题》的出版,也许是这篇大文章中的一个小段落。编写应用题不容易,这大概是不错的。

隆冬时节,盼望春消息。任重而道远,愿和大家共勉。审稿之余,兼有此序。

张奠宙

1997年元旦于华东师大



## 前 言

数学应用和数学的历史可说一样长。古代结绳记数、分配财产、丈量土地导致算术、代数、几何的相继产生。我国最著名的数学典籍《九章算术》就是 246 个实际应用问题的汇集。注重实际应用，是中国古代数学的优良传统。

一个伟大的数学学派曾在古希腊出现。他们追求精神上的创造，研究纯粹的、抽象的数学，从公理出发，运用逻辑的演绎推理，形成严密的学术体系。一个杰出的代表是欧几里得的《几何原本》。通篇是定义、定理、证明、推论，至于有什么用，他们是不管的。它体现了体力和脑力劳动分工之后，科学发展的新阶段：创造了纯粹而严密的科学体系，却远离了现实生活。

从此以后，数学就从两个方向发展着。一方面是纯粹数学。例如哥德巴赫猜想、费马大定理等世界名题，成为世人关注的焦点，一旦有所突破，可被视为人类思想史上的大事。至于非欧几何、拓扑学、抽象群论等等，虽说开始时看不到和实际的直接关系，但是只要是好的数学知识，往往在若干年后会发现有实际应用。陈省身在 20 世纪 40 年代研究的纤维丛理论，到了 20 世纪 70 年代，竟成为物理学上由杨振宁等发现的规范场理论的数学工具，这种世界的统一性，令人不可思议。

另一方面，应用数学在不断地迅猛发展。现实世界毕竟是数学发展的源泉。从 17 世纪以来，社会发展和生产需要一直是数学发展的主要推动力。牛顿从物理学需要发明了微积分，反过来，第谷·布拉赫 (Tycho Brahe) 用数学方法发现了海王星；蒸汽机推动了运动学和热力学的发展，促使数学分析学走向新的高峰；电磁学的基本规律是用微分方程写的。时至 20 世纪，喷气机和航天器的制造与导航，CT 扫描的医疗设备，组织大规模战争的运筹方案，本质上都是数学技术。由于数学家的工作大多是在前期和幕后完成的，当鲜花和掌声送给一项重大的



科学成就的时候，其中的数学含量，数学技术的重要性往往不被人们所知道。一个鲜明的反差是，纯粹数学的成果是数学家独立完成的，往往更容易为人们所熟知。在中国，很少人知道我国数学家在制造原子弹、导弹和卫星中的作用，而陈景润研究哥德巴赫猜想的成就却是家喻户晓的。这种情况，在中学数学教学中也有所反映。

数学一直是中学里的主干课程。为什么要学那么多的数学？一般认为，数学是“能力筛子”、“思想的体操”，无非是“升学需要”、“思想健身”而已。至于有什么用，对不起，不必问。由于大跃进年代、文革时期“过火”地联系实际，破坏了数学知识的系统性，一旦拨乱反正，便专注于纯粹数学的要求。一个时期以来，人们提起“数学应用”，犹如谈虎而色变，以致许多人把数学应用看作“实用主义”，讥为“短视行为”。其实，数学应用能力是基础数学教育的重要组成部分。数学是一个整体。数学以实践为源头，又以实践为终结。有头有尾的数学才是完整的数学知识。中学里的数学内容，多半是纯粹的数学基础知识。然而，接触现实生活中的数学现象，获取比较完整的数学知识，是必要的，也是可能的。那种“掐头去尾烧中段”的做法，把数学知识局限在逻辑推导的范围里，乃是对数学的一种曲解。受以上偏见的影响，高考数学试卷中一度“纯粹数学化”，应用问题几乎绝迹。多年来，国家考试中心做了大量的工作，情况有了根本的改变。

现在国家提倡数学素质教育，而提高数学应用能力是其中的重要一环。本书收入的这些应用问题，就是试图为高中数学教学提供一些范例。我们的宗旨是，围绕“高中数学教学大纲”和“高中数学课程标准”的基本要求，避免出现其他行业的生僻技术名词，尽量贴近学生的日常生活，特别是反映社会主义市场经济的现实。许多题目是自编的，或根据已有题目改编的，一部分也参考了国际上流行的应用问题。过去的某些应用问题，诸如行程问题、工程问题、浓度问题等之类，我们只选用、改编一小部分。

愿本书能有利于新一轮的课程改革，为培养学生的数学应用意识和应用能力添砖加瓦，起一点抛砖引玉的作用。

编 者

# 目 录

|   |           |
|---|-----------|
| 前 言 .....   | 1         |
| <b>第一章 方程和方程组 .....</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 经销方案(1) 1.2 市场信息(2) 1.3 价格膨胀率(3) 1.4 重铸新<br>合金(4) 1.5 煤气收费标准(5) 1.6 订货零件数(6) 1.7 航速问题(7)<br>1.8 轿车的耗费(8) 1.9 等分液体(9) 1.10 电脑的利润(10) 1.11 个人所<br>得税(11) 1.12 合金铜棒的利用率(12) 1.13 诺贝尔基金的年收益率(14)<br>1.14 安静小区的分贝(15) 1.15 水桶中剩余的水(16) 练习(17)  |           |
| <b>第二章 复数 .....</b>   | <b>19</b> |
| 2.1 荒岛寻宝(19) 2.2 行船与风速(20) 2.3 物体平衡(21) 2.4 草原<br>漫步(23) 2.5 值班室的位置(24)   |           |
| <b>第三章 立体几何 .....</b>   | <b>26</b> |
| 3.1 降雨量的测定(26) 3.2 冰箱的设计(27) 3.3 量杯上的刻度(28)<br>3.4 工件的体积(28) 3.5 坡面上的树影(29) 3.6 S形上坡(30) 3.7 遮阳棚<br>的角度(31) 3.8 空心球的沉浮(33) 3.9 铆钉的质量(34) 3.10 缠绕铁<br>丝(35) 3.11 蜂窝煤的热效应(36) 3.12 较短航线(38) 3.13 飞机的速度(39)<br>3.14 飞行的高度(41) 3.15 飞行安全(42) 3.16 罐头设计方案(44)<br>3.17 萤石的特征(45) 3.18 冰淇淋的包装(46) 3.19 木料密度(47)<br>3.20 圆锥面材料改圆柱面(48) 3.21 上海的“平改坡”(49) 3.22 无盖长方体<br>水箱(50) 3.23 粮仓的容积(51) 练习(53) |           |
| <b>第四章 函数及其图象 .....</b>   | <b>55</b> |
| 4.1 高山气温(55) 4.2 跳伞后的下落距离(55) 4.3 运费函数(56)<br>4.4 计算机的成本、售价和利润(57) 4.5 学生暑假旅游(58) 4.6 水塔的进水量(59)<br>4.7 商品的需求总量(60) 4.8 折扣商品的标价(61) 4.9 子弹的高度(61)<br>4.10 旅馆定价(62) 4.11 边际函数(63) 4.12 休闲小区(64)<br>4.13 包装与价格(65) 4.14 心脏病发病人数(66) 4.15 咖啡冷却时间(66)   |           |

|                              |                     |                       |
|------------------------------|---------------------|-----------------------|
| 4.16 镭的衰变(68)                | 4.17 古莲子的年代(69)     | 4.18 月产量函数(70)        |
| 4.19 支架的最大承受力(71)            | 4.20 农业生产规模(72)     | 4.21 美国共和党和民主党的席位(74) |
| 4.22 列车流通量(75)               | 4.23 最佳投资(75)       | 4.24 广告效应(76)         |
| 4.25 选择运输工具(76)              | 4.26 化肥供求(77)       | 4.27 树木种植方案(79)       |
| 4.28 修通公路(79)                | 4.29 湖泊治污(81)       | 练习(82)                |
| <b>第五章 分段函数</b> ..... 86     |                     |                       |
| 5.1 对口扶贫(86)                 | 5.2 自来水收费(87)       | 5.3 因特网的费用(88)        |
| 5.4 商品的日销售额(89)              | 5.5 舞会盈利额(90)       | 5.6 交纳公积金(91)         |
| 5.7 修理厂的位置(92)               | 5.8 批发量与优惠率(93)     | 5.9 船间距离(93)          |
| 5.10 快车追慢车(94)               | 5.11 隧道车流量(95)      | 5.12 出租车计价问题(97)      |
| 练习(98)                       |                     |                       |
| <b>第六章 三角函数</b> ..... 101    |                     |                       |
| 6.1 东方明珠塔的高度(101)            | 6.2 最佳位置(101)       | 6.3 照明灯的高度(103)       |
| 6.4 天线的高度(104)               | 6.5 光线折射的距离(105)    | 6.6 海上测距(106)         |
| 6.7 塔与路的距离(107)              | 6.8 滚珠的个数(108)      | 6.9 两人距离(109)         |
| 6.10 看卫星的范围(110)             | 6.11 两地间的距离(111)    | 6.12 旋转的风车(113)       |
| 6.13 计算机投影仪(115)             | 6.14 港口水深(117)      | 6.15 足球场上的射门位置(118)   |
| <b>第七章 直线与二次函数</b> ..... 122 |                     |                       |
| 7.1 加工吊环(122)                | 7.2 模糊的图纸(123)      | 7.3 放映机的反光镜面(125)     |
| 7.4 空中缆线(126)                | 7.5 弹道曲线(127)       | 7.6 射箭的高度(129)        |
| 7.7 送肥区域(130)                | 7.8 通风塔的半径(131)     | 7.9 抛体的最远距离(132)      |
| 7.10 水库溢流(133)               | 7.11 标准圆柱的直径(135)   | 7.12 台风经过的时间(137)     |
| 7.13 烟筒接口(138)               | 7.14 两人合用一辆自行车(140) | 7.15 直线围成的曲线(142)     |
| 7.16 钢材的利用率(144)             | 7.17 怎样坐出租车(144)    | 7.18 水压与深度(145)       |
| 7.19 水电站的位置(146)             | 7.20 刹车距离与速度(147)   | 7.21 桅杆问题(148)        |
| 7.22 铁芯的截面(149)              | 7.23 改建跑道(149)      | 7.24 薄片的重心(151)       |
| 7.25 跳台跳水(152)               | 7.26 追截走私船(154)     | 练习(156)               |
| <b>第八章 不等式和极值</b> ..... 159  |                     |                       |
| 8.1 维生素的最经济搭配(159)           | 8.2 窗框尺寸(160)       | 8.3 事故的主要责任者(161)     |
| 8.4 光线的强度(162)               | 8.5 附加税的确定(162)     | 8.6 经营效益(163)         |
| 8.7 商品的价位(164)               | 8.8 最大限速(165)       | 8.9 漏斗的最大容量(166)      |
| 8.10 漏斗的最省用料(168)            | 8.11 行车时刻表的误差(169)  | 8.12 可变电阻(171)        |
| 8.13 船速和费用(172)              | 8.14 选点筑路(173)      | 8.15 圆桶的最佳            |

|         |               |           |              |           |                  |            |
|---------|---------------|-----------|--------------|-----------|------------------|------------|
| 尺寸(174) | 8.16          | 购粮方式(175) | 8.17         | 存款期限(177) | 8.18             | 木梁的强度(178) |
| 8.19    | 进货次数(179)     | 8.20      | 最佳调拨(180)    | 8.21      | 工人分组(182)        |            |
| 8.22    | 公平收购(183)     | 8.23      | 提价方案(184)    | 8.24      | 出售时机(185)        |            |
| 8.25    | 狭路相逢(185)     | 8.26      | 测绘队人数(187)   | 8.27      | 产量的确定(187)       |            |
| 8.28    | 油库位置(188)     | 8.29      | 利税增长率问题(189) | 8.30      | 水库的容量(190)       |            |
| 8.31    | 产量与利润(190)    | 8.32      | 速度与成本(191)   | 8.33      | 驾驶员血液中的酒精含量(193) |            |
| 8.34    | 双层玻璃窗的功效(193) | 8.35      | 订货策略(195)    | 练习(195)   |                  |            |

## 第九章 数列和极限 ..... 198

|      |              |                 |              |                |                   |
|------|--------------|-----------------|--------------|----------------|-------------------|
| 9.1  | 圆钢堆垛(198)    | 9.2             | 胶片的长度(198)   | 9.3            | 收割庄稼(200)         |
| 9.4  | 运输卡车的行程(201) | 9.5             | 资金增长率(201)   | 9.6            | 鱼产量的增减(203)       |
| 9.7  | 匹萨饼的块数(203)  | 9.8             | 兔子的繁殖(204)   | 9.9            | 登楼方案(206)         |
| 9.10 | 球的弹跳距离(207)  | 9.11            | 售房付款方案(208)  | 9.12           | 汽车费用(208)         |
| 9.13 | 配制农药(209)    | 9.14            | 餐厅选菜(210)    | 9.15           | 零存整取的利息(211)      |
| 9.16 | 如果没买车(213)   | 9.17            | 分期付款的方案(213) | 9.18           | 筹款购房计划(214)       |
| 9.19 | 技术改造(215)    | 9.20            | 购置和租赁(216)   | 9.21           | 投资方案的选择(217)      |
| 9.22 | 平均年成本(218)   | 9.23            | 选购发动机(219)   | 9.24           | 事故赔偿金(220)        |
| 9.25 | 木材砍伐量(221)   | 9.26            | 投资回收(223)    | 9.27           | 贷款经营(224)         |
|      | 9.28         | 闸门的压力(225)      | 9.29         | 股票的价值(227)     | 9.30 贷款购房(228)    |
|      | 9.31         | 科赫岛(229)        | 9.32         | 贫困地区脱贫奔小康(230) | 9.33 开发西部(232)    |
|      | 9.34         | 网络公司的市场占有率(232) | 9.35         | 茶树培植(234)      | 9.36 商店的酬宾方式(235) |
|      | 9.37         | 河水的含沙量(237)     | 9.38         | 装配线上的经验公式(237) | 9.39 与病毒抢时间(238)  |
|      | 练习(239)      |                 |              |                |                   |

## 第十章 排列组合和概率统计 ..... 246

|         |                 |       |           |       |               |
|---------|-----------------|-------|-----------|-------|---------------|
| 10.1    | 电话号码升位(246)     | 10.2  | 选派翻译(246) | 10.3  | 焊接点脱落(247)    |
| 10.4    | 高考志愿表(248)      | 10.5  | 弹子滚动(248) | 10.6  | 抽签摸彩(250)     |
| 10.7    | 六面骰子和十二面骰子(251) | 10.8  | 限时约会(253) | 10.9  | 投篮命中率(253)    |
| 10.10   | 算“24”点的牌组(254)  | 10.11 | 风险决策(255) | 10.12 | 申购者摇号购股票(255) |
| 10.13   | 模拟决斗(256)       | 10.14 | 求职(258)   | 10.15 | 赌博的规则(259)    |
| 10.16   | 试验决策(259)       | 10.17 | 投资期望(261) | 10.18 | 交通事故认定(262)   |
| 练习(262) |                 |       |           |       |               |

## 第十一章 线性规划 ..... 264

|      |             |      |                |      |           |
|------|-------------|------|----------------|------|-----------|
| 11.1 | 最佳时速(264)   | 11.2 | 最少用料(265)      | 11.3 | 最大利润(266) |
| 11.4 | 养鸡场的围栏(268) | 11.5 | 获利最大的运输方案(269) | 11.6 | 调运方案(270) |
| 11.7 | 私人办学(271)   | 11.8 | 限制排污(272)      | 11.9 | 客房装修(274) |



11.10 书桌书橱安排(275)

**参考答案**..... 276

**附录**

**高考应用题选编**..... 294

**第四版后记**..... 337



# 第一章 方程和方程组

## § 1.1 经销方案

某服装经销商甲,库存有进价每套 400 元的品牌 A 服装 1 200 套,售出价为每套 600 元,正常销售时每月可卖出 100 套,一年内刚好卖完.现在市场上流行品牌 B 服装,此品牌服装进价为每套 200 元,售出价为每套 500 元,每月可卖出 120 套(两种服装的市场行情互不受影响).目前有一可进品牌 B 服装的机会,若这一机会错过,估计一年内进不到这种服装.可是,经销商甲手头无流动资金可用,只有低价转让品牌 A 服装.经与经销商乙协商,达成协议,转让价格(元/套)与转让数量(套)有如下关系:

|             |       |       |       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 转让数量<br>(套) | 1 200 | 1 100 | 1 000 | 900 | 800 | 700 | 600 | 500 | 400 | 300 | 200 | 100 |
| 价格<br>(元/套) | 240   | 250   | 260   | 270 | 280 | 290 | 300 | 310 | 320 | 330 | 340 | 350 |

现在,经销商甲面临三种选择:

方案 1: 不转让品牌 A 服装,也不经销品牌 B 服装;

方案 2: 全部转让品牌 A 服装,用转让来的资金购品牌 B 服装后,经销品牌 B 服装;

方案 3: 部分转让品牌 A 服装,用转让来的资金购品牌 B 服装后,经销品牌 B 服装,同时也经销品牌 A 服装.

问:(1) 经销商甲选择方案 1 与方案 2 一年内分别获得利润各多少元?



(2) 经销商甲选择哪种方案可以使自己在一年内获得最多利润? 若选用方案 3, 请问他转让给经销商乙的品牌 A 服装的数量是多少(精确到百套)? 此时他在这一年共得利润多少元?

**解** 成本是  $1200 \times 400 = 480000$ (元).

(1) 若选方案 1, 获利  $1200 \times 600 - 480000 = 240000$ (元);

若选方案 2, 得转让款  $1200 \times 240 = 288000$ (元), 可购进品牌 B 服装  $288000 \div 200 = 1440$ (套), 一年内刚好卖完可获利  $1440 \times 500 - 480000 = 240000$ (元).

(2) 设转让品牌 A 服装  $x$  套, 则转让价格是每套  $\left(360 - \frac{x}{10}\right)$  元,

得转让款  $x\left(360 - \frac{x}{10}\right)$  元, 可购进品牌 B 服装  $\frac{x\left(360 - \frac{x}{10}\right)}{200}$  套, 全部售出品牌 B 服装后得款  $\frac{5}{2}x\left(360 - \frac{x}{10}\right)$  元, 此时, 还剩品牌 A 服装  $(1200 - x)$  套, 全部售出品牌 A 服装后得款  $600(1200 - x)$  元, 共获利

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2}x\left(360 - \frac{x}{10}\right) + 600(1200 - x) - 480000 \\ &= -\frac{1}{4}(x - 600)^2 + 330000. \end{aligned}$$

故当  $x = 600$  套时, 可得最多利润是 330000 元.

## § 1.2 市场信息

某市场信息中心采集了一些供求信息, 对菜椒的市场需求量和供给量进行调查后得到如表 1 和表 2 所示的数据.

表 1 菜椒市场需求量信息表

|             |    |      |      |     |    |
|-------------|----|------|------|-----|----|
| 每千克价格 $P$ 元 | 2  | 2.4  | 2.6  | 2.8 | 4  |
| 需求量 $Q$ 吨   | 40 | 38.5 | 36.5 | 36  | 30 |

表 2 菜椒市场供给量信息表

|             |    |     |     |      |    |
|-------------|----|-----|-----|------|----|
| 每千克价格 $P$ 元 | 2  | 2.8 | 3.4 | 4    | 5  |
| 供给量 $Q$ 吨   | 29 | 34  | 37  | 40.5 | 47 |

试求市场的供需平衡点(即供给量与需求量相等的情形).

**解** 以横轴为供给量(或需求量),纵轴为价格,由所给数据在  $Q-O-P$  坐标系内描点,然后寻找近似的供给线和需求线. 它的供给线近似于直线  $6P - Q + 17 = 0$ , 需求线近似于直线  $5P + Q - 50 = 0$ , 供给线与需求线的交点,就是市场供需平衡点. 此点坐标可由方程组

$$\begin{cases} 6P - Q + 17 = 0, \\ 5P + Q - 50 = 0 \end{cases}$$

解出,即  $(3, 35)$ . 这说明当供给量与需求量接近 35 吨时,市场达到供需平衡,此时菜椒价格在每千克 3 元左右.

**说 明** 作出表 1、表 2 中相应的点,可以看出近似地在一条直线上,解答中给出两条直线方程,读者可提出另外直线方程,列方程组求解.

### § 1.3 价格膨胀率

在英国,1961 年时,一所新房子以 3 500 英镑的价格出售,而 1981 年,它却以 34 000 英镑的价格再次出售. 20 年来,这所房子没有什么变化,但价格却上涨了. 假定这 20 年来,价格膨胀率不变,那么这所房子的价格膨胀率是多少(忽略房子的折旧因素)?

另一方面,一加仑汽油,在 1961 年的价格是 33 便士;而在 1983 年,一加仑汽油的价格却上涨到 184 便士. 对房价与汽油价分别所反映的价格膨胀率进行比较,哪一个高?

又若上面的价格膨胀率一直保持到 2010 年不变,那么在 2010 年,房价和汽油价格将分别是多少?

**解** 设初始价格为  $a$ , 价格膨胀率为  $x\%$ , 第  $(n+1)$  年的价格为  $y_n$ , 那么

$$y_n = a \cdot (1 + x\%)^n.$$



对于房屋价格,有

$$34\,000 = (1 + x\%)^{20} \times 3\,500,$$

近似得

$$1 + x\% = 1.12,$$

即

$$x\% = 12\%.$$

同样,对于汽油价格,有

$$184 = (1 + x\%)^{22} \times 33,$$

近似得

$$1 + x\% = 1.081,$$

即

$$x\% = 8.1\%.$$

以上表明,房价的膨胀率为 12%,高于汽油价的膨胀率 8.1%.

若按上面的价格膨胀率发展到 2010 年,那么房价将是

$$34\,000(1 + 12\%)^{29} \approx 909\,498 \text{ (英镑),}$$

汽油价格将是

$$184(1 + 8.1\%)^{27} \approx 1\,507 \text{ (便士).}$$

## § 1.4 重铸新合金

有三块合金,第一块是 60% 的铝和 40% 的铬,第二块是 10% 的铬和 90% 的钛,第三块是 20% 的铝、50% 的铬和 30% 的钛,现将它们铸成一块含钛 45% 的新的合金,试问在新的合金中,铬的百分比为多少?

**解** 设在一个单位重量的新合金中,含第一、第二、第三块合金的重量分别是  $x$ 、 $y$ 、 $z$ . 于是可知其中铬的重量

$$\alpha = 0.4x + 0.1y + 0.5z,$$

其中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  满足

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ 0.9y + 0.3z = 0.45, \\ x, y, z \geq 0. \end{cases}$$

它等价于

$$\begin{cases} y = 0.5x + 0.25, \\ z = -1.5x + 0.75, \\ 0 \leq x \leq 0.5. \end{cases}$$

于是  $\alpha$  可用  $x$  来表示：

$$\alpha = -0.3x + 0.4, \quad 0 \leq x \leq 0.5.$$

由此  $\alpha$  的取值范围为

$$0.25 \leq \alpha \leq 0.4,$$

即在新的合金中，铬的含量为 25% 至 40%.

**说 明** 此题选自前苏联的一道高考题.

## § 1.5 煤气收费标准

某家庭今年一月份、二月份和三月份煤气用量和支付费用如下表所示：

| 月 份   | 用 气 量             | 煤 气 费 |
|-------|-------------------|-------|
| 一 月 份 | 4 米 <sup>3</sup>  | 4 元   |
| 二 月 份 | 25 米 <sup>3</sup> | 14 元  |
| 三 月 份 | 35 米 <sup>3</sup> | 19 元  |

该市煤气收费的方法是：

$$\text{煤气费} = \text{基本费} + \text{超额费} + \text{保险费}.$$

若每月用气量不超过最低额度  $A$  米<sup>3</sup> 时，只付基本费 3 元和每户每月定额保险费  $C$  元；若用气量超过  $A$  米<sup>3</sup>，超过部分每米<sup>3</sup> 付  $B$  元。已知保险费  $C$  不超过 5 元，根据上面的表格求  $A$ 、 $B$ 、 $C$ .

**解** 设每月用气量为  $x$  米<sup>3</sup>，支付费用为  $y$  元，根据题意知

$$y = \begin{cases} 3 + C, & 0 \leq x \leq A, \\ 3 + B(x - A) + C, & x > A. \end{cases} \quad (1)$$

$$(2)$$



由题意知,  $C \leq 5$ , 因此  $3 + C \leq 8$ , 从表格中看出二、三月份的费用均大于 8, 故用气量  $25 \text{ 米}^3$ 、 $35 \text{ 米}^3$  均应大于最低额度  $A \text{ 米}^3$ , 故而将  $x = 25$ ,  $x = 35$  分别代入(2)得

$$\begin{cases} 14 = 3 + B(25 - A) + C, \\ 19 = 3 + B(35 - A) + C. \end{cases} \quad (3)$$

由(4) - (3) 得  $B = 0.5$ , (5)

代入(3)得  $A = 3 + 2C$ . (6)

我们再分析一月份的用气量是否超过最低额度, 不妨假设  $4 > A$ , 将  $x = 4$  代入(2)得

$$4 = 3 + 0.5[4 - (3 + 2C)] + C,$$

即  $4 = 3.5 - C + C$ ,

这是矛盾的. 因此  $4 \leq A$ , 此时付款方式应选(1)式, 则有

$$3 + C = 4, \quad C = 1,$$

再代入(6)得

$$A = 5.$$

所以  $A = 5, \quad B = 0.5, \quad C = 1$ .

## § 1.6 订货零件数

一位师傅每小时可做的零件数多于 5 个(整数), 而每一个徒弟每小时做的零件数比师傅做的少 2 个. 又, 这位师傅为完成该零件的一项订货花费了若干(整数)个小时; 如果由两个徒弟去完成该项订货所花费时间比师傅少 1 小时, 求订货的零件总数.

**解** 设师傅每小时做  $x$  个零件, 完成该项订货需  $t$  小时, 则

$$xt = 2(x - 2)(t - 1),$$

$$t = 2 + \frac{4}{x - 4}.$$

