通向金牌之路

金版奥赛教程

数学 八年级

◎ 张惠东 付群跃 主编

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

金版奥赛教程

- ★ 数学（七、八、九年级）
- ★ 英语（七、八、九年级）
- ★ 物理（八、九年级）
- ★ 化学（初中分册）
- ★ 生物（初中分册）

ISBN 978-7-308-07223-6

定价：30.00元

通向金牌之路

金版奥赛教程

数学(八年级)

主　编　张惠东　付群跃

编　委　张惠东　付群跃　杨　健
　　　　黄寿礼　陈秀华　杨　军
　　　　周海华　江锦元

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

金版奥赛教程. 数学. 八年级/张惠东,付群跃主编.
杭州:浙江大学出版社,2009. 12
ISBN 978-7-308-07223-6

Ⅰ. 金… Ⅱ. ①张…②付… Ⅲ. 数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 221968 号

金版奥赛教程·数学(八年级)
张惠东 付群跃 主编

责任编辑 沈国明
文字编辑 肖 冰
封面设计 刘依群
出版发行 浙江大学出版社
(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)
(网址:http://www.zjupress.com)
排 版 杭州大漠照排印刷有限公司
印 刷 临安市曙光印务有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 19.75
字 数 492 千
版 印 次 2010 年 1 月第 1 版 2010 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-308-07223-6
定 价 30.00 元

编 写 说 明

中小学学科竞赛是我国覆盖面最广、参加人数最多、影响最大的一项中小学生课外活动。据不完全统计，全国每年有三百多万高中学生参与各类学科竞赛活动。尤其是近年来，我国选手在国际数学奥林匹克（简称 IMO）、国际物理奥林匹克（简称 IPHO）、国际化学奥林匹克（简称 ICHO）等活动中成绩斐然，更是吸引了许多有创新能力和天赋的学生参与学科竞赛活动。学科竞赛之所以备受广大学生关注和参与，究其原因是学科竞赛不仅具有很强的挑战性、探究性，而且对塑造和培养学生思维修养和创新意识方面大有裨益。

浙江大学出版社本着为我国基础教育改革、发展和学科竞赛做点有益事情的心愿，在精心研究了多年国内外竞赛命题规律、博采国内外优秀试题的基础上，邀请了全国各地竞赛命题专家、金牌教练，组织编写了"金版奥赛教程"系列丛书。丛书涵盖数学、英语、物理、化学、生物、信息技术六大学科，包括从小学到高中各个层次，共计 30 多个品种。

丛书的最大特点：

一是起点低，目标高。本丛书以学科基础知识为起点，适用的对象是学有余力或对该学科有兴趣的学生；编写的依据是各学科竞赛大纲，同时兼顾新课程标准教材，对竞赛涉及的课外知识给予适当补充，不同层次的学生可以合理取舍。

二是作者阵容强大。作者队伍既有来自一线的资深特级教师、金牌教练，也有来自高等学府的命题研究专家、命题专家，还有来自国家层面上的国家级教练、领队。

鉴于时间仓促，书中定有不少纰漏，请读者批评指正。

2009 年 3 月

目　　录

第1讲

全等三角形

竞赛热点

1. 三角形的边角性质

(1) 边与边的关系：任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边.

(2) 角与角的关系：三角形三个内角之和等于180°，任意一个外角等于和它不相邻的两个内角之和.

(3) 边与角的关系：在一个三角形中，等边对等角，等角对等边；大边对大角，大角对大边.

2. 全等三角形

(1) 基本概念：a. 全等形：能够完全重合的两个图形叫做全等形；

b. 全等三角形：能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形.

(2) 性质：a. 全等三角形的对应边、对应角、对应边上的高、中线、对应角的角平分线分别相等；

b. 全等三角形的周长、面积分别相等.

(3) 判定：a. 边边边(SSS)；b. 边角边(SAS)；c. 角边角(ASA)；d. 角角边(AAS)；e. 斜边直角边(HL).

(4) 构造三角形全等常用的基本方法："平移"、"翻折"、"旋转"、"截长补短"、"倍长中线"等.

3. 角平分线的性质定理及其逆定理

角平分线上的点到角的两边的距离相等；到角的两边的距离相等的点在角的平分线上.

解题示范

例1 如图1-1，已知$\triangle ABC$中，$\angle B=60°$，$\angle A$、$\angle C$的平分线AD、CE相交于O.

求证：$DC+AE=AC$.

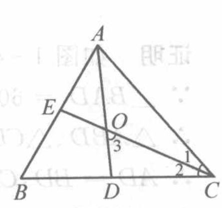

图1-1

思路分析 在AC上截取AH，再证$\triangle AEO\cong\triangle AHO$，$\triangle HOC\cong\triangle DOC$，可得$DC+AE=AH+HC=AC$.

证明 在AC上截取$AH=AE$，连OH，设$\angle HOC$为$\angle 4$. ∵ AO平分$\angle A$，$AO=AO$.

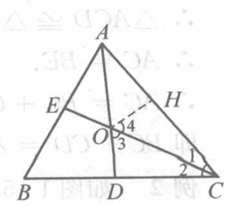

图1-2

∴ $\triangle AEO\cong\triangle AHO$，∴ $\angle AEO=\angle AHO$.

∵ $\angle AEO=\angle 2+\angle B$，$\angle AHO=\angle 4+\angle 1$.

又 ∵ $\angle 1=\angle 2$，∴ $\angle 4=\angle B=60°$.

∴ $\angle BAC+\angle ACB=180°-60°=120°$，

$\therefore \angle 1+\angle CAO=60^\circ=\angle 3$，$\therefore \angle 3=\angle 4$，

又 $\because \angle 1=\angle 2$，$OC=OC$，

$\therefore \triangle CHO \cong \triangle CDO$，$\therefore CH=DC$.

又 $\because AC=AH+CH$，$\therefore DC+AE=AC$.

举一反三 证明线段的和、差、倍、分关系，一般是将其转化为证两条线段相等. 通常采用的方法有：① 将较长的线段分成两段；② 将较短的线段延长，使它等于两条线段之和.

思考题

1. 如图 1－3(1)，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=60^\circ$，$\angle ACB=40^\circ$，P、Q 分别在 BC、CA 上，并且 AP、BQ 分别为 $\angle BAC$、$\angle ABC$ 的角平分线，求证：$BQ+AQ=AB+BP$.

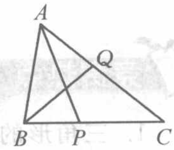

图 1－3(1)

解 如图 1－3(2) 延长 AB 至 D，使 $BD=BP$，连结 DP，$\because \angle ABC=\angle D+\angle BPD=2\angle D=80^\circ$，$\angle D=40^\circ$，$\therefore \angle D=\angle C$.

又 $\because \angle DAP=\angle CAP$，$AP=AP$，

$\therefore \triangle DAP \cong \triangle CAP$，$\therefore AD=AC$.

即 $AB+BD=AB+BP=AC$.

又 $\because \angle ABC=80^\circ$，$BQ$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle QBC=\angle C=40^\circ$，

$\therefore BQ=QC$.

$\therefore BQ+AQ=AB+BP$.

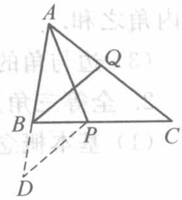

图 1－3(2)

2. 如图 1－4，已知四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle BAD=60^\circ$，$\angle BCD=120^\circ$，求证：$BC+DC=AC$.

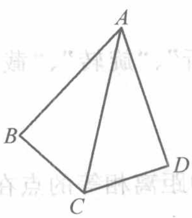

图 1－4(1)

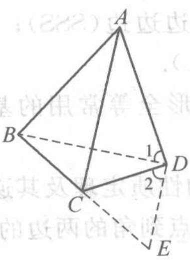

图 1－4(2)

证明 如图 1－4(2)，延长 BC 至 E，使 $CE=CD$，连 BD、DE.

$\because \angle BAD=60^\circ$，$AB=AD$，$\angle BCD=120^\circ$，

$\therefore \triangle ABD$、$\triangle CDE$ 均为等边三角形.

$\therefore AD=BD$，$CD=DE$，$\angle 1=\angle 2=60^\circ$.

$\therefore \angle ADC=\angle BDE$.

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BED$.

$\therefore AC=BE$.

$\therefore AC=BC+CE=BC+CD$.

即 $BC+CD=AC$.

例 2 如图 1－5，五边形 $ABCDE$ 中，$AB=AE$，$BC+DE=CD$，$\angle BAE=\angle BCD=120^\circ$，$\angle ABC+\angle AED=180^\circ$，连结 AD，求证：

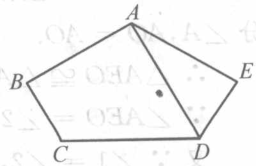

图 1－5

AD 平分 $\angle CDE$.

思路分析 方法 1：由 $\angle ABC+\angle AED=180°$，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转 $120°$ 到 $\triangle AEF$，再证 $\triangle ACD\cong\triangle AFD$，可得 $\angle ADC=\angle ADE$.

方法 2：由 $CD=BC+DE$，在 CD 上截取 CF，使得 $CF=DE$，再证 $\triangle BCF\cong\triangle FDE$，$\triangle ABF\cong\triangle AEF$ 及 $\triangle ACF\cong\triangle ADE$ 可得 $\angle ADC=\angle ADE$.

证明

证法 1：如图 1-6，连结 AC，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转 $120°$ 到 $\triangle AEF$.

因为 $AB=AE$，$\angle BAE=120°$，

所以 AB 与 AE 重合，

又因为 $\angle ABC+\angle AED=180°$.

所以 D,E,F 在一条直线上，$AC=AF$.

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle AFD$ 中，$DE+EF=DE+BC=CD$，

所以 $\triangle ACD\cong\triangle AFD$，

所以 $\angle ADC=\angle ADF$，即 AD 平分 $\angle CDE$.

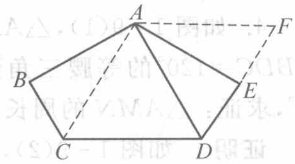

图 1-6

证法 2：如图 1-7，在 CD 上取 $CF=DE$，连结 BF、EF、AF、AC.

因为 $BC+DE=CD$，

所以 $FD=BC$.

因为 $\angle BAE=\angle BCD=120°$，

$\angle ABC+\angle AED=180°$.

所以 $\angle FDE=(5-2)\times180°-120°-120°-180°=120°$[五边形内角和 $=(5-2)\times180°$]，

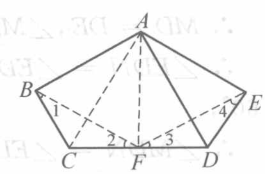

图 1-7

所以 $\triangle BCF\cong\triangle FDE$(SAS).

所以 $BF=FE$，$\angle1=\angle3$，$\angle2=\angle4$，

所以 $\triangle ABF\cong\triangle AEF$(SSS).

所以 $\angle BAF=\angle EAF=\dfrac{120°}{2}=60°$，

$$\angle AFB=\angle AFE=\frac{1}{2}(180°-\angle2-\angle3)=\frac{1}{2}(180°-\angle2-\angle1)$$

$$=\frac{1}{2}\times120°=60°.$$

所以 $\triangle ABF$ 和 $\triangle AEF$ 均为等边三角形.

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle ADE$ 中，$AF=AE$，$CF=DE$，

$\angle AFC=60°+\angle2=60°+\angle4=\angle AED$，

所以 $\triangle ACF\cong\triangle ADE$，$\angle ADE=\angle ACF$，$AC=AD$，$\angle ACF=\angle ADF$.

所以 $\angle ADE=\angle ADF$，即 AD 平分 $\angle CDE$.

举一反三 “图形旋转”、“截长补短”是构造全等三角形的常用方法.

思考题

3. 如图 1-8(1)，各边都相等的五边形 $ABCDE$ 中，$\angle ABC=2\angle DBE$，求 $\angle ABC$.

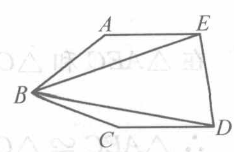

图 1-8(1)

解 如图 1-8(2)，将 $\triangle ABE$ 绕点 B 顺时针旋转 $\angle ABC$ 得 $\triangle BCF$，连 DF.

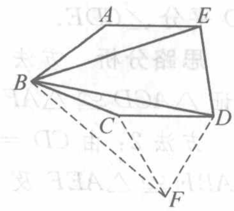
图 1-8(2)

$\because \angle DBF = \angle DBC + \angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC = \angle DBE$,

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle DBF$(SAS).

$\therefore DF = DE$.

即 $\triangle CDF$ 为等边三角形.

同时由 $CF = CD = CB$ 得 C 为 $\triangle DBF$ 的外心.

故 $\angle ABC = 2\angle DBF = \angle DCF = 60°$,

即 $\angle ABC = 60°$.

4. 如图 1-9(1),$\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形,$\triangle BDC$ 是顶角 $\angle BDC=120°$ 的等腰三角形,点 M、N 分别在 AB、AC 上,且 $\angle MDN=60°$,求证:$\triangle AMN$ 的周长为 2.

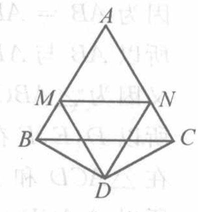
图 1-9(1)

证明 如图 1-9(2),在 AC 的延长线上截取 $CE = BM$,连 DE.

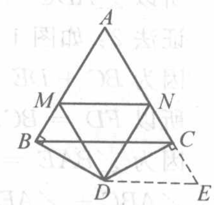
图 1-9(2)

$\because \angle ABC = \angle ACB = 60°$,

$\angle DBC = \angle DCB = 30°$,

$\therefore \angle DBA = \angle ACD = 90°$.

又 $\because BD = DC$,

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BDM \cong \mathrm{Rt}\triangle CDE$.

$\therefore MD = DE, \angle MDB = \angle EDC$.

$\therefore \angle EDN = \angle EDC + \angle NDC = \angle MDB + \angle NDC = 120° - 60° = 60°$,

$\therefore \angle MDN = \angle EDN$.

又 $\because MD = DE, ND = ND, \angle MDN = \angle EDN$,

$\therefore \triangle MDN \cong \triangle EDN$.

$\therefore MN = NE$.

$\therefore AM + AN + MN = AM + MB + AN + NC = AB + AC = 2$.

例 3 如图 1-10 所示,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle ACB = 90°$,$AC = BC$,直线 l 经过顶点 C,过 A、B 两点分别作 l 的垂线 AE、BF,E、F 为垂足.

(1) 当直线 l 不与底边 AB 相交时,求证:$EF = AE + BF$.

(2) 将直线 l 绕点 C 顺时针旋转,使 l 和底边 AB 相交于点 D. 请你探索直线 l 在如下位置时,EF、AE、BF 之间的关系(直接写出结论):① $AD > BD$;② $AD = BD$;③ $AD < BD$.

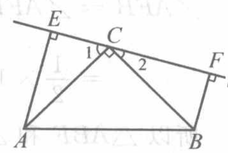
图 1-10

思路分析 (1) 从证明 $\triangle AEC \cong \triangle CFB$ 入手.

(2) 先画出图形,然后从探究 $\triangle AEC \cong \triangle CFB$ 入手,找出 EF、AE、BF 之间的关系.

解 (1) 因为 $AE \perp CE$,$BF \perp CF$,所以 $\angle AEC = \angle CFB = 90°$,又 $\angle ACB = 90°$,所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90°$,因为 $\angle 1 + \angle EAC = 90°$,所以 $\angle 2 = \angle EAC$,

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle CFB$ 中 $\begin{cases} \angle AEC = \angle CFB, \\ \angle EAC = \angle 2, \\ AC = BC. \end{cases}$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle CFB$(AAS). $\therefore AE = CF, EC = BF$(全等三角形对应边相等).

所以 $EF = CF + CE = AE + BF$.

(2) 当直线 l 与 AB 相交时,由 AD 与 BD 的大小关系画出下图 1-11.

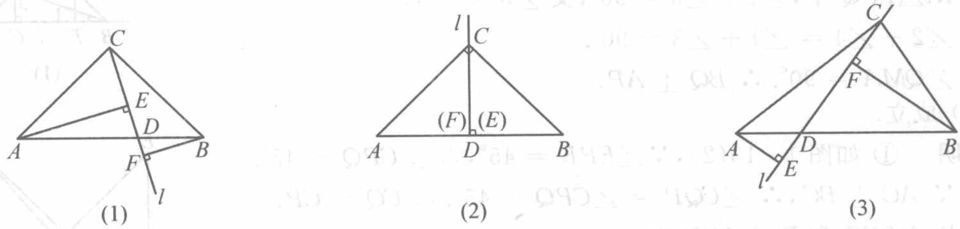

图 1-11

从图形上观察,结合 $\triangle AEC \cong \triangle CFB$ 可以得到如下结论:

当 l 交 AB 于 D,且 $AD > BD$ 时,有 $EF = AE - BF$.

当 l 交 AB 于 D,且 $AD = BD$ 时,有 $EF = 0$.

当 l 交 AB 于 D,且 $AD < BD$ 时,有 $EF = BF - AE$.

举一反三 解决此类题型时,要注意条件的变化对结论的影响,一般可分为两类.一类是条件变化结论相应也发生变化,另一类是条件变化但结论不变.

思考题

5. (2008 年河北中考题) 如图 1-12(1),$\triangle ABC$ 的边 BC 在直线 l 上,$AC \perp BC$,且 $AC = BC$;$\triangle EFP$ 的边 FP 也在直线 l 上,边 EF 与边 AC 重合,且 $EF = FP$.

(1) 在图 1-12(1) 中,请你通过观察、测量,猜想并写出 AB 与 AP 所满足的数量关系和位置关系;

(2) 将 $\triangle EFP$ 沿直线 l 向左平移到图 1-12(2) 的位置时,EP 交 AC 于点 Q,连结 AP,BQ. 猜想并写出 BQ 与 AP 所满足的数量关系和位置关系,请证明你的猜想;

(3) 将 $\triangle EFP$ 沿直线 l 向左平移到图 1-12(3) 的位置时,EP 的延长线交 AC 的延长线于点 Q,连结 AP,BQ. 你认为(2) 中所猜想的 BQ 与 AP 的数量关系和位置关系还成立吗?若成立,给出证明;若不成立,请说明理由.

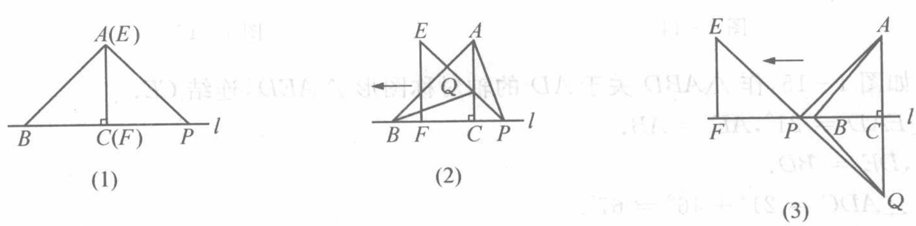

图 1-12

解 (1) $AB = AP$;$AB \perp AP$.

(2) $BQ = AP$;$BQ \perp AP$.

证明 ① 由已知,得 $EF = FP$,$EF \perp FP$,$\therefore \angle EPF = 45°$.

又 $\because AC \perp BC$,$\therefore \angle CQP = \angle CPQ = 45°$. $\therefore CQ = CP$.

在 $Rt\triangle BCQ$ 和 $Rt\triangle ACP$ 中,

$BC = AC$,$\angle BCQ = \angle ACP = 90°$,$CQ = CP$,

$\therefore Rt\triangle BCQ \cong Rt\triangle ACP$,$\therefore BQ = AP$.

② 如图 1-13(1),延长 BQ 交 AP 于点 M.

$\because$ Rt$\triangle BCQ \cong$ Rt$\triangle ACP$,$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

在 Rt$\triangle BCQ$ 中,$\angle 1 + \angle 3 = 90°$,又 $\angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle 2 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 3 = 90°$.

$\therefore \angle QMA = 90°$. $\therefore BQ \perp AP$.

(3) 成立.

证明 ① 如图 1-13(2),$\because \angle EPF = 45°$,$\therefore \angle CPQ = 45°$.

又 $\because AC \perp BC$,$\therefore \angle CQP = \angle CPQ = 45°$. $\therefore CQ = CP$.

在 Rt$\triangle BCQ$ 和 Rt$\triangle ACP$ 中,

$BC = AC$,$\angle BCQ = \angle ACP = 90°$,$CQ = CP$,

$\therefore$ Rt$\triangle BCQ \cong$ Rt$\triangle ACP$. $\therefore BQ = AP$.

② 如图 1-13(3),延长 QB 交 AP 于点 N,则 $\angle PBN = \angle CBQ$.

$\because$ Rt$\triangle BCQ \cong$ Rt$\triangle ACP$,$\therefore \angle BQC = \angle APC$.

在 Rt$\triangle BCQ$ 中,$\angle BQC + \angle CBQ = 90°$,

$\therefore \angle APC + \angle PBN = 90°$. $\therefore \angle PNB = 90°$.

$\therefore QB \perp AP$.

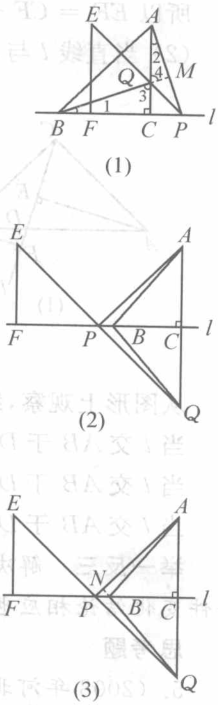

图 1-13

例 4 (2007 年北京市中学生数学竞赛题(八年级))如图 1-14,在$\triangle ABC$ 中,$\angle ABC=46°$,D 是边 BC 上的一点,$DC=AB$,$\angle DAB=21°$. 试确定$\angle CAD$ 的度数.

思路分析 先作 $\triangle ABD$ 关于 AD 的轴对称图形 $\triangle AED$,再证 $\triangle ADE \cong \triangle CED$,进而可得 $\angle ODE = \angle OED = \angle OAC = \angle OCA = 46°$,$\angle DAC = 67°$($O$ 为 AE 和 DC 的交点).

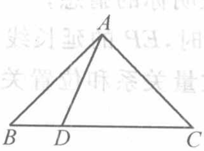

图 1-14

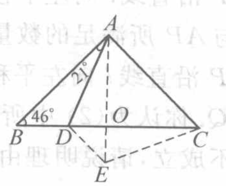

图 1-15

解 如图 1-15,作 $\triangle ABD$ 关于 AD 的轴对称图形 $\triangle AED$,连结 CE.

则 $\angle EAD = 21°$,$AE = AB$.

所以,$DE = BD$.

易知 $\angle ADC = 21° + 46° = 67°$.

故 $\angle ADE = \angle ADB = 180° - 67° = 113°$,

$\angle CDE = 113° - 67° = 46°$.

因为 $DC = AB$,

所以 $\triangle CDE \cong \triangle ABD \cong \triangle AED$.

设 O 为 AE 和 DC 的交点.

因为 $\angle ODE = \angle OED = 46°$,

于是,$OD = OE$.

又 $DC = AE$,则

$AO = CO \Rightarrow \angle OCA = \angle OAC$

$\Rightarrow \angle COE = 2\angle ACO$.

易知 $\angle COE = \angle ODE + \angle OED = 92°$.

因此，$2\angle ACO = \angle COE = 92°$.

从而，$\angle ACO = 46° = \angle OAC$.

所以，$\angle DAC = \angle DAE + \angle EAC = 67°$.

举一反三 探索构造全等三角形，利用全等三角形对应角相等的性质证明、讨论角与角之间的关系是常用的基本方法之一.

思考题

6.（2004年北京竞赛题）如图1-16(1)，点 C 在线段 AB 上，$DA \perp AB$，$EB \perp AB$，$FC \perp AB$，且 $DA = BC$，$EB = AC$，$FC = AB$，$\angle AFB = 51°$，求 $\angle DFE$ 的度数.

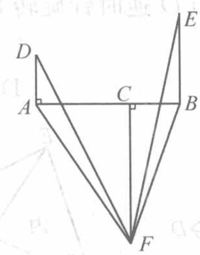

图1-16(1)

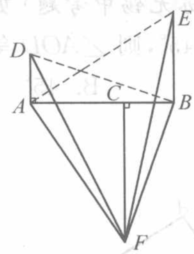

图1-16(2)

解 连结 BD，AE.

在 $\triangle DAB$ 和 $\triangle BCF$ 中，$DA = BC$，$AB = CF$，

$\angle DAB = \angle BCF = 90°$，

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle BCF$.

$\therefore \angle DBA = \angle BFC$，$BD = BF$.

$\therefore \angle DBA + \angle ABF = 90°$，即 $\angle DBF = 90°$.

$\therefore \triangle DBF$ 是等腰直角三角形.

故 $\angle BFD = 45°$. 又 $\angle AFB = 51°$，

$\therefore \angle AFD = \angle AFB - \angle BFD = 51° - 45° = 6°$，

同理，$\angle EFB = 6°$.

$\therefore \angle DFE = \angle AFB - \angle AFD - \angle EFB = 51° - 6° - 6° = 39°$.

7.（2008年全国初中数学竞赛天津赛区竞赛题）如图1-17(1)，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 40°$，$\angle BAD = 30°$. 若 $AB = CD$，则 $\angle ACD$ 的大小为________(度).

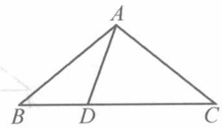

图1-17(1)

解 如图1-17(2)所示，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 所在直线对折，使点 B 落在点 E 位置，得 $\triangle AED$，AE 与 CD 交于点 O.

因为 $\triangle AED \cong \triangle ABD$，

所以 $\angle 1 = \angle BAD = 30°$，$\angle 2 = \angle B = 40°$.

由 $\angle 4$ 为 $\triangle ABD$ 的一个外角得

$\angle 4 = \angle BAD + \angle B = 70°$.

故在 $\triangle ADE$ 中，$\angle 3 = 180° - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 4) = 40°$.

所以，$\angle 2 = \angle 3 \Rightarrow OD = OE$.

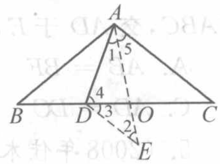

图1-17(2)

又 AE 为 AB 沿 AD 对折得到,有 $AE = AB$,而 $AB = CD$,则 $CD = AE$.
故 $CD - OD = AE - OE \Rightarrow OC = OA$.
所以 $\angle ACD = \angle 5$.
因为在 $\triangle ABC$ 中,
$\angle B + \angle BAD + \angle 1 + \angle 5 + \angle ACD = 180°$,
故 $\angle ACD = \frac{1}{2}(180° - 40° - 30° - 30°) = 40°$.

能力测试

能力测试

1. (2008 年江苏无锡中考题)如图 1 - 18,$\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 $80°$ 到 $\triangle OCD$ 的位置,已知 $\angle AOB = 45°$,则 $\angle AOD$ 等于 ( )

A. $55°$　B. $45°$　C. $40°$　D. $35°$

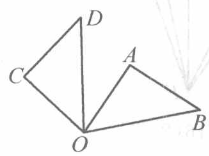

图 1 - 18

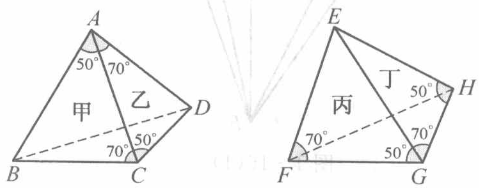

图 1 - 19

2. (2008 年台湾中考题)如图 1-19,有两个三角锥 $ABCD$、$EFGH$,其中甲、乙、丙、丁分别表示 $\triangle ABC$、$\triangle ACD$、$\triangle EFG$、$\triangle EGH$. 若 $\angle ACB = \angle CAD = \angle EFG = \angle EGH = 70°$,$\angle BAC = \angle ACD = \angle EGF = \angle EHG = 50°$,则下列叙述正确的是 ( )

A. 甲、乙全等,丙、丁全等　B. 甲、乙全等,丙、丁不全等
C. 甲、乙不全等,丙、丁全等　D. 甲、乙不全等,丙、丁不全等

3. 小军一不小心把一块三角形的玻璃打碎成了三块,如图 1 - 20,现在他要去玻璃店配一块完全一样的玻璃,那么最省事的方法是 ( )

A. 带①去　B. 带②去
C. 带③去　D. 带①和②去

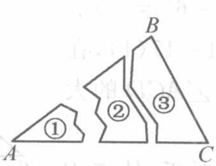

图 1 - 20

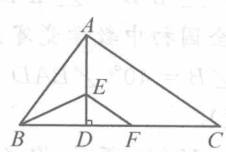

图 1 - 21

4. (2008 年山东潍坊中考题)如图 1 - 21,Rt$\triangle ABC$ 中,$AB \perp AC$,$AD \perp BC$,BE 平分 $\angle ABC$,交 AD 于 E,$EF \parallel AC$,下列结论一定成立的是 ( )

A. $AB = BF$　B. $AE = ED$
C. $AD = DC$　D. $\angle ABE = \angle DFE$

5. (2008 年佳木斯市中考题)如图 1-22,$\angle BAC = \angle ABD$,请你添加一个条件:________,使 $OC = OD$(只添一个即可).

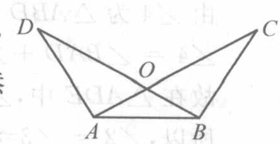

图 1 - 22

6. (2006年河北中考题)如图1-23所示,已知点C是$\angle AOB$平分线上一点,点P、P'分别在边OA、OB上.如果要得到$OP=OP'$,需要添加以下条件中的某一个即可,请你写出所有可能正确的序号________.

① $\angle OCP=\angle OCP'$;② $\angle OPC=\angle OP'C$;③ $PC=P'C$;④ $PP'\perp OC$.

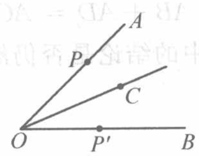

图1-23

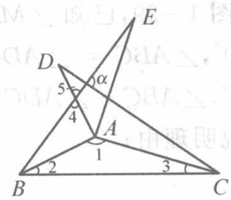

图1-24

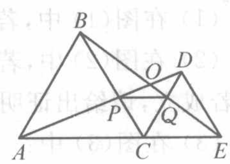

图1-25

7. 如图1-24所示,$\triangle ABE$和$\triangle ADC$是$\triangle ABC$分别沿着边AB,AC翻折180°形成的.若$\angle 1:\angle 2:\angle 3=28:5:3$,则$\angle\alpha$的度数为________.

8. (2008年荷泽市中考题)如图1-25,C为线段AE上一动点(不与点A,E重合),在AE同侧分别作正三角形ABC和正三角形CDE,AD与BE交于点O,AD与BC交于点P,BE与CD交于点Q,连结PQ.以下五个结论:

① $AD=BE$; ② $PQ\parallel AE$; ③ $AP=BQ$; ④ $DE=DP$; ⑤ $\angle AOB=60°$.

其中恒成立的结论有________(把你认为正确的序号都填上).

9. (2008年南宁市中考题)如图1-26,在$\triangle ABC$中,D是BC的中点,$DE\perp AB$,$DF\perp AC$,垂足分别是E、F,$BE=CF$.

(1) 图中有几对全等的三角形?请一一列出;

(2) 选择一对你认为全等的三角形进行证明.

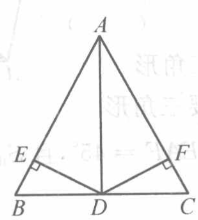

图1-26

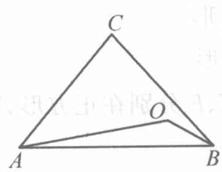

图1-27

10. 如图1-27,$\triangle ABC$中,$AC=BC=5$,$\angle ACB=80°$,O为$\triangle ABC$中一点,$\angle OAB=10°$,$\angle OBA=30°$,求线段AO的长.

11. (2008年齐齐哈尔中考题)如图1-28,已知:正方形$ABCD$中,$\angle MAN=45°$,$\angle MAN$绕点A顺时针旋转,它的两边分别交CB,DC(或它们的延长线)于点M,N.

当$\angle MAN$绕点A旋转到$BM=DN$时(如图1-28中图(1)),易证$BM+DN=MN$.

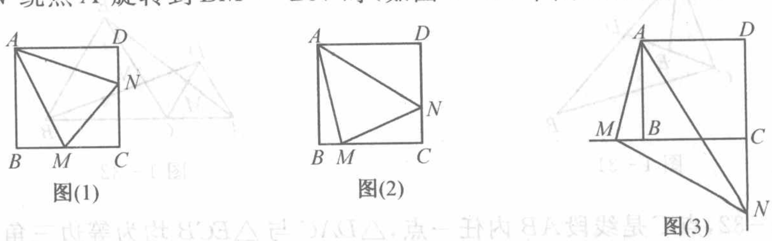

图1-28

(1) 当$\angle MAN$绕点A旋转到$BM \neq DN$时(如图1-28中图(2)),线段BM,DN和MN之间有怎样的数量关系?写出猜想,并加以证明.

(2) 当$\angle MAN$绕点A旋转到如图1-28中图(3)的位置时,线段BM,DN和MN之间又有怎样的数量关系?请直接写出你的猜想.

12. (2008年山东临沂中考题)如图1-29,已知$\angle MAN$,AC平分$\angle MAN$.

(1) 在图(1)中,若$\angle MAN=120^\circ$,$\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$,求证:$AB+AD=AC$;

(2) 在图(2)中,若$\angle MAN=120^\circ$,$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$,则(1)中的结论是否仍然成立?若成立,请给出证明;若不成立,请说明理由;

(3) 在图(3)中:

① 若$\angle MAN=60^\circ$,$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$,则$AB+AD=$ ________ AC;

② 若$\angle MAN=\alpha(0^\circ<\alpha<180^\circ)$,$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$,则$AB+AD=$ ________ AC(用含α的三角函数表示),并给出证明.

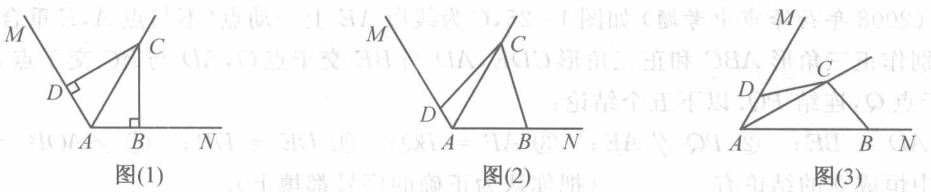

图1-29

冲击金牌

13. (2008年全国初中数学竞赛海南赛区竞赛题)如图1-30,在线段AE同侧作两个等边$\triangle ABC$、$\triangle CDE$($\angle ACE<120^\circ$),P、M分别是线段BE、AD的中点,则$\triangle CPM$是 ( )

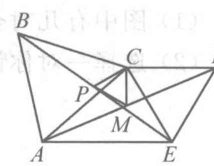

图1-30

A. 钝角三角形　　B. 直角三角形

C. 等边三角形　　D. 非等腰三角形

14. 已知点E、F分别在正方形$ABCD$的边BC、CD上,$\angle EAF=45^\circ$,且$S_{正方形ABCD}:S_{\triangle AEF}=5:2$.则$AB:EF=$ ( )

A. $5:2$　　B. $25:4$　　C. $\sqrt{5}:2$　　D. $5:4$

15. 如图1-31,在$\triangle ABC$中,$\angle BAC=60^\circ$,$BC=18$,D是AB上一点,$AC=BD$,E是CD的中点,则AE的长是 ( )

A. 12　　B. 9　　C. $9\sqrt{3}$　　D. 以上都不对

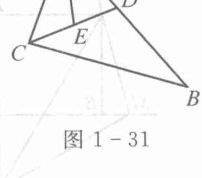

图1-31

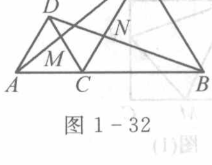

图1-32

16. 如图1-32,点C是线段AB内任一点,$\triangle DAC$与$\triangle ECB$均为等边三角形,且在AB同侧,连结AE交CD于点M,连结BD交CE于点N.得等式:

① $AE = BD$，　② $CM = CN$，　③ $AM = DN$，　④ $BN = EM$.

当 $\triangle DAC$ 绕点 C 旋转时，上述4个等式恒成立的　　　　　（　　）

A. 恰有1个　　　　　　　　　　　　B. 恰有2个

C. 恰有3个　　　　　　　　　　　　D. 4个全是

17. 如图1－33，$\triangle ABD$、$\triangle CED$ 均为等边三角形，$AC = BC$，$AC \perp BC$. 若 $BE = \sqrt{2}$，则 $CD =$ ________.

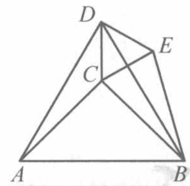

图1－33

18. 在 $\triangle ABC$ 中，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D，CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 E. 若 $BE + CD = BC$，则 $\angle A$ 的度数为________.

19. $\triangle ABC$ 的内心为 I，$\angle B$ 的平分线交 AC 于点 P. 若 $AP + AB = BC$，且 $AB = 3$，$BC = 5$，则 AI 的值为________.

20. 已知 P 是中心为 O 的正方形 $ABCD$ 内一点，$AP \perp BP$，$OP = \sqrt{2}$，$PA = 6$. 则正方形 $ABCD$ 的边长为________.

21. 已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，$GA = 5$，$GB = 12$，$GC = 13$. 则 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高为________.

22. 如图1－34，在正方形 $ABCD$ 中，E、F 分别是边 BC、CD 上的点，满足 $EF = BE + DF$，AE、AF 分别与对角线 BD 交于点 M、N. 求证：

(1) $\angle EAF = 45°$；

(2) $MN^2 = BM^2 + DN^2$.

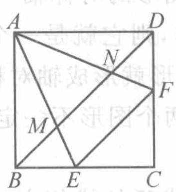

图1－34

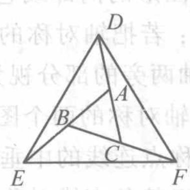

图1－35

23. 如图1－35，已知 $\triangle ABC$，延长 AB 到点 E，使 $BE = AC$；延长 BC 到点 F，使 $CF = AB$；延长 CA 到点 D，使 $AD = BC$. 若得到的 $\triangle DEF$ 是等边三角形，求证：$\triangle ABC$ 也是等边三角形.

24. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 30°$，BM 是中线，$AC = 2a$. 若沿 BM 将 $\triangle ABC$ 折叠，那么，两个 $\triangle ABM$ 和 $\triangle BCM$ 重叠部分的面积恰好等于 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$. 试求 $\triangle ABC$ 的面积（用含 a 的式子表示）.