考研数学题集第一书

全国十二大考研辅导机构指定用书

2011李永乐考研数学系列之一

数学基础过关660题

数学三

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660 TI (SHUXUESAN)

主编 李永乐

六百六十题 一线名师精选精编 全面覆盖考试要点

六百六十题 以题为核心 深入剖析解题思路

六百六十题 解答详尽 举一反三 规避误区

六百六十题 注重基础 提高能力

六百六十题 深受广大学子信赖

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

考研数学题集第一书

全国十二大考研辅导机构指定用书

2011 李永乐考研数学系列之一

数学基础过关 660 题

数学三

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660 TI (SHUXUESAN)

主编 李永乐

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

2011年全国硕士生入学统一考试数学基础过关660题.3/李永乐主编.—西安:西安交通大学出版社,2010.2

(金榜考研系列丛书.数学篇)

ISBN 978-7-5605-3441-1

Ⅰ.①2… Ⅱ.①李… Ⅲ.①高等数学—研究生—入学考试—习题 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第019380号

敬告读者

本书封面贴有专用防伪标识,凡有防伪标识的为正版图书,请读者注意识别。

数学基础过关660题(数学三)

主　　编:李永乐
策　　划:张伟　陈丽
责任编辑:张梁
装帧设计:金榜图文设计室
出版发行:西安交通大学出版社
地　　址:西安市兴庆南路10号(邮编:710049)
电　　话:(029)82668315　82669096(总编办)
　　　　(029)82668357　82667874(发行部)
印　　刷:保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本:787mm×1092mm　1/16
印　　张:20.75
字　　数:492千字
版　　次:2010年2月第1版
印　　次:2010年2月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5605-3441-1/O·313
定　　价:38.00元

图书如有印装质量问题,请与印刷厂联系调换　　电话:(010)82570560

前　言

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习备考用书，几年来本书逐步得到了广大考生的信任与好评。内容包括高等数学（微积分）、线性代数、概率论与数理统计，题型为选择题（400）与填空题（260）。在题目的编制设计上我们有两个基本构思：一是选择题与填空题的模拟题，二是为解答题铺路的基础板块。

从教育部考试中心公布的统计结果来看：2005 年选择题难度0.662，填空题难度 0.649；2006 年选择题难度 0.661，填空题难度 0.605；2007 年选择题难度 0.481，填空题难度0.585；2008 年选择题难度 0.582，填空题难度 0.580。是不是丢分丢的有点多了？对于往届考生的失误要引以为戒，应当重视选择题、填空题的复习。

硕士研究生入学考试的性质是“具有选拔功能的水平考试”，而“考查考生对基础知识的掌握程度，是数学考试的重要目标之一”，同时“由于数学学科本身的特点，考生的数学成绩历来相关较大，这说明数学学科的考试选拔性质更加突出”. 近年来，一些考生的失误“并不是因为缺乏灵活的思维和敏锐的感觉，而恰恰是因对数学大纲中规定的基础知识和基本理论的掌握还存在某些欠缺，甚至有所偏废所致”。因此，希望广大考生要按考试大纲踏实、认真、全面系统地复习，心态要平和，戒浮噪，要循序渐进，不断积累，逐步步提高。

希望本书的修订再版能对同学们的复习备考有更大的帮助。对书中不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

祝考生复习顺利，心想事成，考研成功！

编　者

2010 年 2 月

目 录

第一部分 选择题

第二部分 填空题

第一部分　选择题

微 积 分

线 性 代 数

概率论与数理统计

参 考 答 案

第一部分 选择题

微积分

线性代数

概率论与数理统计

参考答案

微积分

1 设 $x_n \leqslant a \leqslant y_n$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}(y_n - x_n) = 0$，则 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$

(A) 都收敛于 a. (B) 都收敛，但不一定收敛于 a.

(C) 可能收敛，也可能发散. (D) 都发散. [ ]

2 设 $x_n \leqslant z_n \leqslant y_n$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}(y_n - x_n) = 0$，则 $\lim\limits_{n\to\infty} z_n$

(A) 存在且等于零. (B) 存在但不一定等于零.

(C) 不一定存在. (D) 一定不存在. [ ]

3 设有数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$，且 $\{x_n\}$ 为无界数列，$\lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0$，$\lim\limits_{n\to\infty} z_n = 1$，则必有

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

(B) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$.

(C) 存在正整数 N，当 $n > N$，有 $x_n > y_n$.

(D) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n z_n$ 不存在. [ ]

4 下列叙述正确的是

(A) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = \infty$.

(B) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$，$\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \infty$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = \infty$.

(C) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$，$\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \infty$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$.

(D) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$，$\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \infty$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$. [ ]

5 设 $f(x) = e^{x^2}$，$f[\varphi(x)] = 1 + x$，且 $\varphi(x) \geqslant 0$，则 $\varphi(x)$ 在其定义域内是

(A) 有界函数. (B) 周期函数.

(C) 单调增加函数. (D) 单调减少函数. [ ]

6 下列极限正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{x} = 1$. (B) $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{1}{x} = 1$.

(C) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$ 不存在. (D) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin x}{x} = 1$. [ ]

7 函数 $f(x)=\dfrac{e^{-\frac{1}{x}}\ |x-1|\ \sin(x-3)}{x(x-1)(x-2)(x-3)^2}$ 在下列哪个区间内有界

(A) $(0,1)$.　(B) $(1,2)$.　(C) $(2,3)$.　(D) $(3,4)$.　[　　]

8 当 $x\to 0$ 时,与 $\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^3}{3}$ 等价无穷小量是

(A) $\sqrt{1-x^3}-1$.　(B) $e^{1-\cos x^2}-1$.

(C) $\int_0^{\sin x}\sin t^2\,dt$.　(D) $\ln\dfrac{x}{\sin x}$.　[　　]

9 当 $x\to 0$ 时,$e^x(1+Bx+Cx^2)-1-Ax$ 比 x^3 高阶无穷小,则

(A) $A=1,B=-\dfrac{2}{3},C=\dfrac{1}{6}$.　(B) $A=\dfrac{1}{3},B=-\dfrac{2}{3},C=\dfrac{1}{6}$.

(C) $A=1,B=\dfrac{2}{3},C=\dfrac{1}{6}$.　(D) $A=\dfrac{1}{3},B=\dfrac{2}{3},C=-\dfrac{1}{6}$.　[　　]

10 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上连续,则 $x=0$ 是函数 $g(x)=\dfrac{\int_0^{x^2}f(x^2-t)\,dt}{x}$ 的

(A) 可去间断点.　(B) 跳跃间断点.

(C) 无穷间断点.　(D) 振荡间断点.　[　　]

11 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+e^{\frac{2}{x}})}{\ln(1+e^{\frac{1}{x}})}+\dfrac{e^{a|x|}-1}{x}, & x\neq 0,\\ b, & x=0,\end{cases}$ 要使 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续,则必须

(A) $a=1,b=-1$.　(B) $a=-1,b=1$.

(C) $a=-1,b=-1$.　(D) (A),(B),(C) 都不正确.　[　　]

12 把 $x\to 0$ 时的无穷小量 $\alpha=\left(\dfrac{3+x^3}{3}\right)^x-1,\beta=\sin^3 x,\gamma=1-\cos 2x$ 排列起来,使排在后面的是前一个的高阶无穷小,则正确的排列次序是

(A) β,γ,α.　(B) γ,β,α.　(C) α,β,γ.　(D) γ,α,β.　[　　]

13 设 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{\tan x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}, & 0<x\leqslant\dfrac{\pi}{4},\\ a, & x=0,\\ \dfrac{e^{-\cos x}-e^{-1}}{bx^2}, & x<0,\end{cases}$ 在 $(-\infty,\dfrac{\pi}{4}]$ 上连续,则

(A) $a=1,b=\dfrac{1}{2}e^{-\frac{1}{3}}$.　(B) $a=0,b=1$.

(C) $a=e^{\frac{1}{3}},b=\dfrac{1}{2}e^{-\frac{4}{3}}$.　(D) $a=e^{-\frac{1}{3}},b=2e^{\frac{1}{3}}$.　[　　]

14 当 $x \to 0$ 时，$f(x) = \dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$ 是

(A) 无穷小量. (B) 无穷大量.

(C) 有界非无穷小量. (D) 无界非无穷大量. [ ]

15 设 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 连续，且满足 $f(x) = \dfrac{1}{2}(x - x_0) + o((x - x_0))(x \to x_0)$，则 $y = f(x)$ 在 x_0 处的微分 $\mathrm{d}y\Big|_{x=x_0}$ 当 $x \to x_0$ 时是$(x - x_0)$ 的

(A) 等价无穷小. (B) 同阶非等价无穷小.

(C) 高阶无穷小. (D) 低阶无穷小. [ ]

16 曲线 $f(x) = \dfrac{1 + e^{-x^2}}{1 - e^{-x^2}} + \dfrac{x\,|\,x\,|}{(x-1)(x-2)}$，在$(-\infty, +\infty)$ 内有

(A)2 条水平渐近线，2 条垂直渐近线. (B)3 条水平渐近线，2 条垂直渐近线.

(C)2 条水平渐近线，3 条垂直渐近线. (D)3 条水平渐近线，3 条垂直渐近线. [ ]

17 曲线 $y = \dfrac{1 - e^{\frac{1}{x}}}{x + e^{\frac{1}{x}}} + \ln(1 + e^x)$ 渐近线的条数为

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3. [ ]

18 设 $f(x)$ 对一切 x_1, x_2 满足 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$，$f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续，设 x_0 为不等于零的任意实数，则

(A) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 不存在. (B) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 存在，但 $f(x)$ 在 x_0 处不连续.

(C) $f(x)$ 在 x_0 处连续. (D) $f(x)$ 在 x_0 处的连续性不确定. [ ]

19 $f(x) = \dfrac{\ln(1 + x^2)}{a - e^{bx}}$ 在$(-\infty, +\infty)$ 上连续，$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$，则 a, b 满足

(A)$a < 0, b < 0$. (B)$a > 0, b > 0$.

(C)$a \leqslant 0, b > 0$. (D)$a \geqslant 0, b < 0$. [ ]

20 “$f(x)$ 在 x_0 点连续”是$|f(x)|$在 x_0 点连续的

(A) 充分条件，但不是必要条件. (B) 必要条件，但不是充分条件.

(C) 充分必要条件. (D) 既不是充分，也不是必要条件. [ ]

21 设 $f(x) = \begin{cases} [1 + \ln(1 + x)]^{\frac{2}{x}}, & x > 0 \\ b, & x \leqslant 0 \end{cases}$，$g(x) = \begin{cases} \dfrac{3\sin(x - 1)}{x - 1}, & x > 1 \\ e^{2ax} - e^{ax} + 1, & x \leqslant 1 \end{cases}$，

若 $f(x) + g(x)$ 在$(-\infty, +\infty)$ 上连续，则有

(A)$a = e^2, b = \ln 2$. (B)$a = \ln 2, b = e^2$.

(C)$a = \ln 2$，b 为任意实数. (D)$b = e^2$，a 为任意实数. [ ]

22 设 $f(x)=\begin{cases}(x+1)\arctan\dfrac{1}{x^2-1}, & x\neq\pm1,\\ 0, & x=\pm1,\end{cases}$ 则

(A) $f(x)$ 在点 $x=1$ 连续,在点 $x=-1$ 间断.
(B) $f(x)$ 在点 $x=1$ 间断,在点 $x=-1$ 连续.
(C) $f(x)$ 在点 $x=1,x=-1$ 都连续.
(D) $f(x)$ 在点 $x=1,x=-1$ 都间断. [ ]

23 函数 $f(x)=(1+x)^{x/\tan(x-\frac{\pi}{4})}$ 在 $(0,2\pi)$ 内的间断点的个数为

(A)1. (B)2. (C)3. (D)4. [ ]

24 方程 $x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n=0(a_1,a_2,\cdots,a_n$ 为常数$)$,且 $a_n<0$,则

(A) 方程没有实根. (B) 不能确定方程是否有实根.
(C) 方程至少有一个正实根. (D) 方程至少有一个负实根. [ ]

25 设 p 是自然数,则 $\lim\limits_{n\to\infty}n\left[\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{\frac{1}{p}}-1\right]=$

(A) 不存在. (B)0. (C)p. (D) $\dfrac{1}{p}$. [ ]

26 $f(x)$ 在 $x=0$ 的一个邻域内有定义,且 $f(0)=0$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导等价于

(A) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x^2)}{x^2}$ 存在. (B) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f^2(x)}{x}$ 存在.

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}}$ 存在. (D) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(e^x-1)}{x}$ 存在. [ ]

27 设函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内有定义,$x_0\in(a,b)$,若当 $x\in(a,b)$ 时,恒有 $|f(x)-f(x_0)|\leqslant(x-x_0)^2$,则 $x=x_0$ 必是 $f(x)$ 的

(A) 间断点. (B) 连续但不可导点.
(C) 可导点且 $f'(x_0)\neq0$. (D) 可导点且 $f'(x_0)=0$. [ ]

28 设 α 是实数,$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^\alpha}\cos\dfrac{1}{x-1}, & x>1,\\ 0, & x\leqslant1,\end{cases}$ $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导,则 α 的取值为

(A)$\alpha<-1$. (B) $-1\leqslant\alpha<0$.
(C)$0\leqslant\alpha<1$. (D)$\alpha\geqslant1$. [ ]

29 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1-x^3)}{x}\cdot\sin\dfrac{1}{x}, & x<0,\\ 1-\cos\sqrt{x}, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 极限不存在.　　(B) 极限存在,但不连续.

(C) 连续但不可导.　　(D) 可导.　　[　　]

30 对任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$,有 $f(x+1)=f^2(x)$,且 $f(0)=f'(0)=1$,则 $f'(1)=$

(A)0.　　(B)1.

(C)2.　　(D) 以上都不正确.　　[　　]

31 设 $f(x)$ 在 x_0 处可导,则下列结论中正确的是

(A) 存在 x_0 的某个邻域 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$,对该邻域内任一异于 x_0 的点 a,$\lim\limits_{x\to a}f(x)$ 存在,但在 a 处 $f(x)$ 不连续.

(B) 存在 x_0 的某个邻域 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$,$f(x)$ 在该邻域内连续,但不可导.

(C) 存在 x_0 的某个邻域 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$,$f(x)$ 在该邻域内可导.

(D) 以上结论均不正确.　　[　　]

32 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 x_0 处均可导,且当 $|x-x_0|<\delta(\delta>0)$ 时有 $f(x)\leqslant h(x)\leqslant g(x)$,又 $f(x_0)=g(x_0)$,$f'(x_0)=g'(x_0)$,则

(A)$h(x)$ 在 x_0 处不可导.

(B)$h(x)$ 在 x_0 处可导,但 $h'(x_0)\neq f'(x_0)$.

(C)$h(x)$ 在 x_0 处可导,且 $h'(x_0)=f'(x_0)$.

(D) 不能确定 $h(x)$ 在 x_0 处的可导性.　　[　　]

33 设函数 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, & x\neq 0,\\ f(0), & x=0,\end{cases}$ 其中 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导,$f'(0)\neq 0$,$f(0)=0$,则 $x=0$ 是 $F(x)$ 的

(A) 连续点.　　(B) 第一类间断点.

(C) 第二类间断点.　　(D) 连续点或间断点不能由此确定.　　[　　]

34 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导,下列命题错误的是

(A) 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$,则 $f(0)=0$.

(B) 若 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x}=1$,则 $f'(0)=1$.

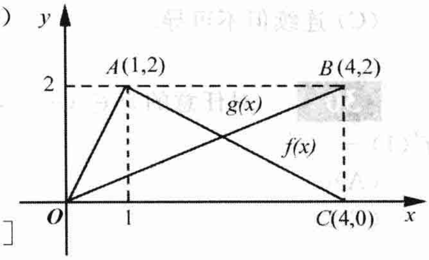
(C) 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(e^x-1)}{x}=1$,则 $f'(0)=1$.

(D) 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(-x)}{x}=1$,则 $f'(0)=1$.　　[　　]

35 设 $g(x)$ 可微，$h(x)=e^{\sin 2x+g(x)}$，$h'\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$，$g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=2$，则 $g\left(\frac{\pi}{4}\right)=$

(A) $-\ln 2-1$. (B) $\ln 2-1$. (C) $-\ln 2-2$. (D) $\ln 2-2$. [ ]

36 如图所示，$g(x)$ 的图形是直线段 OB，$f(x)$ 的图形是折线段 OAC，$u(x)=f[g(x)]$，则 $u'(4)=$



(A) $\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{1}{2}$.

(C) $-\frac{1}{3}$. (D) $-\frac{2}{3}$. [ ]

37 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 (a,b) 上可导，考虑下列叙述：

(1) 若 $f(x)>g(x)$，则 $f'(x)>g'(x)$ (2) 若 $f'(x)>g'(x)$ 则 $f(x)>g(x)$

则

(A)(1)、(2) 都正确. (B)(1)、(2) 都不正确.

(C)(1) 正确，但(2) 不正确. (D)(2) 正确，但(1) 不正确. [ ]

38 $f(0)=0$，$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(1-\cos x)}{x^2}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导的

(A) 充分非必要条件. (B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件. (D) 既非充分条件又非必要条件. [ ]

39 设 $f(x)$ 二阶可导，且 $f'(x)<0$，$f''(x)>0$，$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$，则当 $\Delta x>0$ 时有

(A) $\Delta y>\mathrm{d}y>0$. (B) $\Delta y<\mathrm{d}y<0$.

(C) $\mathrm{d}y>\Delta y>0$. (D) $\mathrm{d}y<\Delta y<0$. [ ]

40 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 存在二阶导数，且 $f(x)=-f(-x)$，当 $x<0$ 时有 $f'(x)<0$，$f''(x)>0$，则当 $x>0$ 时，有：

(A) $f'(x)<0,f''(x)>0$. (B) $f'(x)>0,f''(x)<0$.

(C) $f'(x)>0,f''(x)>0$. (D) $f'(x)<0,f''(x)<0$. [ ]

41 对任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$，有 $f(x+a)=f^2(x)$，且 $f(0)=f'(0)=1$，则 $f'(a)=$

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 以上都不正确. [ ]

42 设 $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-b}{x-a}=A$，则 $\lim\limits_{x\to a}\frac{\sin f(x)-\sin b}{x-a}=$

(A) A. (B) $\sin b$. (C) $A\sin b$. (D) $A\cos b$. [ ]

43 设函数 $f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{|x|}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0, \end{cases}$ 则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$

(A) $\begin{cases} \arctan\dfrac{1}{|x|}-\dfrac{|x|}{1+x^2}, & x\neq 0, \\ \dfrac{\pi}{2}, & x=0. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} \arctan\dfrac{1}{|x|}-\dfrac{x}{1+x^2}, & x\neq 0, \\ \dfrac{\pi}{2}, & x=0. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} \arctan\dfrac{1}{|x|}+\dfrac{x}{1+x^2}, & x\neq 0, \\ \dfrac{\pi}{2}, & x=0. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \arctan\dfrac{1}{|x|}-\dfrac{|x|}{1+x^2}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0. \end{cases}$ [ ]

44 设 $f(x)$ 有连续的二阶导数，且 $f(a)=0$，则函数

$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{\sin(x-a)}, & x\neq a, \\ f'(a), & x=a, \end{cases}$ 在 $x=a$ 处

(A) 不连续.

(B) 连续，但 $g'(a)$ 不存在.

(C) $g'(a)$ 存在，但 $g'(x)$ 在 $x=a$ 处不连续.

(D) $g'(x)$ 在 $x=a$ 处连续. [ ]

45 设 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导，则函数 $|f(x)|$ 在点 $x=a$ 处不可导的充分必要条件是：

(A) $f(a)=0$，且 $f'(a)=0$. (B) $f(a)=0$，且 $f'(a)\neq 0$.

(C) $f(a)>0$，且 $f'(a)>0$. (D) $f(a)<0$，且 $f'(a)<0$. [ ]

46 设 $f(x)=|(x-1)(x-2)^2(x-3)^3|$，则 $f'(x)$ 不存在的点个数是

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3. [ ]

47 设 $F(x)=g(x)\varphi(x)$，$\varphi(x)$ 在 $x=a$ 处连续但不可导，$g'(a)$ 存在，则 $g(a)=0$ 是 $F(x)$ 在 $x=a$ 处可导的

(A) 充分必要条件. (B) 充分非必要条件.

(C) 必要非充分条件. (D) 非充分非必要条件. [ ]

48 函数 $f(x)=(x^2-x-2)|x^3-x|$ 的不可导点的个数是

(A)3. (B)2. (C)1. (D)0. [ ]

49 设 $f(x)-f(a)=2(x-a)^2+(x-a)^2|x-a|$，则 $f''(a)=$

(A)0. (B)2. (C)4. (D) 以上均不正确. [ ]

50 设函数 $f(x)$ 在$[a,b]$上有定义，在开区间(a,b)内可导，则

(A) 当 $f(a)\cdot f(b)<0$ 时，存在 $\xi\in(a,b)$，使 $f(\zeta)=0$.

(B) 对任何 $\xi\in(a,b)$，有$\lim\limits_{x\to\xi}[f(x)-f(\xi)]=0$.

(C) 当 $f(a)=f(b)$ 时，存在 $\xi\in(a,b)$，使 $f'(\xi)=0$.

(D) 存在 $\xi\in(a,b)$，使 $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$. [ ]

51 以下四个命题中正确的是

(A) 若 $f'(x)$ 在$(0,1)$内连续，则 $f(x)$ 在$(0,1)$内有界.

(B) 若 $f'(x)$ 在$(0,1)$内有界，则 $f(x)$ 在$(0,1)$内有界.

(C) 若 $f(x)$ 在$(0,1)$内连续，则 $f(x)$ 在$(0,1)$内有界.

(D) 若 $f(x)$ 在$(0,1)$内有界且在$(0,1)$内可导，则 $f'(x)$ 在$(0,1)$内有界. [ ]

52 已知在$(-\infty,+\infty)$上 $f'(x)=\dfrac{1}{1+e^{x^2}}+1$，且 $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x^2}{x+1}-ax-b)=\lim\limits_{x\to\infty}[f(x+1)-f(x)]$，则

(A) $a=1,b=0$.　　(B) $a=0,b=1$.

(C) $a=1,b=1$.　　(D) $a=1,b=-2$. [ ]

53 设函数 $y=f(x)$ 在$(0,+\infty)$内有界且可导，则

(A) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=0$.

(B) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)$ 存在时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=0$.

(C) 当 $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=0$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to0^+}f'(x)=0$.

(D) 当 $\lim\limits_{x\to0^+}f'(x)$ 存在时，必有 $\lim\limits_{x\to0^+}f'(x)=0$. [ ]

54 设 $f(x)$ 处处可导，则下面命题正确的是

(A) 若 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$，则必有 $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=-\infty$.

(B) 若 $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=-\infty$，则必有 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.

(C) 若 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$，则必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty$.

(D) 若 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty$，则必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$. [ ]

55 设 $f(x)=\varphi(x)\sin x$，$\varphi(x)>0$ 且 $\varphi'(x)+\varphi(x)>0$，则 $f(x)$ 在$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$内的符号为

(A) $f(x)>0$.　　(B) $f(x)<0$.

(C) $f(x)=0$.　　(D) 不能确定 $f(x)$ 的符号. [ ]

56 设当 $x\geqslant a$ 时 $|f'(x)|\leqslant g'(x)$，则当 $x\geqslant a$ 时

(A) $|f(x)|\leqslant g(x)$.　　(B) $|f(x)-f(a)|\geqslant g(x)-g(a)$.

(C) $|f(x)-f(a)| \leqslant g(x)-g(a)$. (D)(A)、(B)、(C) 均不正确. [ ]

57 已知函数 $f(x)$ 当 $x>0$ 时满足 $f''(x)+3[f'(x)]^2=x\ln x$,且 $f'(1)=0$,则

(A) $f(1)$ 是函数 $f(x)$ 的极大值.

(B) $f(1)$ 是函数 $f(x)$ 的极小值.

(C) $(1,f(1))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(D) $f(1)$ 不是函数 $f(x)$ 的极值,$(1,f(1))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点. [ ]

58 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,则下列结论中正确的是

(A) 如果 x_0 是 $f(x)$ 的极值点,则 $f'(x_0)=0$.

(B) 如果 $(x_0,f(x_0))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点,则 $f''(x_0)=0$.

(C) 如果 x_0 是 $f(x)$ 的极值点,则 $(x_0,f(x_0))$ 一定不是曲线 $f(x)$ 的拐点.

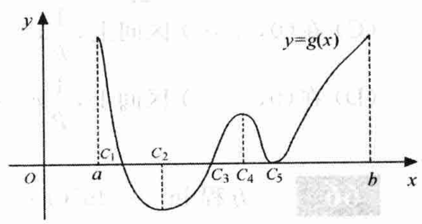
(D) 如果 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导,且 $f'(a)\cdot f'(b)<0$,则至少存在 $x_0\in(a,b)$ 使 $f'(x_0)=0$. [ ]

59 设函数 $f(x)$ 为可导函数,且 $f'(x)$ 严格单调递增,则

$F(x)=\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 在 $(a,b]$ 内

(A) 有极大值. (B) 有极小值. (C) 单调减少. (D) 单调递增. [ ]

60 $f(x)$ 为二阶可导函数.设当 $x\in(a,b)$ 时,$f'(x)=g(x)$,而 $y=g(x)$ 的图形如图所示,则 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内



(A) 有 3 个极值点,2 个拐点.

(B) 有 3 个极值点,3 个拐点.

(C) 有 2 个极值点,3 个拐点.

(D) 有 2 个极值点,2 个拐点. [ ]

61 某种商品的单价为 P,售出的商品数量 Q 可以表示为 $Q=\dfrac{a}{P+b}-c$,其中 a,b 和 c 均为正数,且 $a>bc$,则

(A) P 增加时销售额增加.

(B) P 增加时销售额减少.

(C) 存在正数 P_0,当 $0<P<P_0$ 时,销售额随 P 的增加而增加.

(D) 存在正数 P_0,当 $P>P_0$ 时,销售额随 P 的增加而增加. [ ]

62 设某商品的需求函数 $Q=320-4P$,其中 Q,P 分别表示需求量和价格,如果该商品需求弹性的绝对值等于 1,则商品的价格是

(A) 10. (B) 20. (C) 30. (D) 40. [ ]

63 设$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$,且$f''(x)>0$,则

(A)$x<0$ 时 $f(x)<x$,$x\geqslant 0$ 时,$f(x)\geqslant x$.

(B)$x<0$ 时 $f(x)>x$,$x\geqslant 0$ 时,$f(x)\leqslant x$.

(C)$f(x)\leqslant x$.

(D)$f(x)\geqslant x$. [ ]

64 下列不等式成立的是

(A) 在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$内,$\displaystyle\int_0^x\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t<x$.

(B) 在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$内,$\displaystyle\int_0^x\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t>x$.

(C) 在$(-\infty,0)$内,$\displaystyle\int_0^x\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t<x$.

(D) 在$(0,+\infty)$内,$\displaystyle\int_0^x\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t<x$. [ ]

65 设 p,q 是大于 1 的常数,且$\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=1$,如下不等式成立的是

(A) 在$(0,1)$区间上,$\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}>x$ 且在$(1,+\infty)$区间上,$\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}<x$.

(B) 在$(0,1)$区间上,$\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}<x$ 且在$(1,+\infty)$区间上,$\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}>x$.

(C) 在$(0,+\infty)$区间上,$\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}\geqslant x$.

(D) 在$(0,+\infty)$区间上,$\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}\leqslant x$. [ ]

66 方程 $\ln^2x+\ln^2(1-x)=2\ln^2 2$ 在$(0,1)$内根的个数为

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3. [ ]

67 设 $y=f(x)$ 在区间$[0,1]$上不恒为常数,且连续可导,如果 $f(0)=f(1)$,则在$(0,1)$内

(A)$f'(x)$ 恒为零.

(B)$f'(x)>0$.

(C)$f'(x)<0$.

(D) 在$(0,1)$内存在两点 ξ_1 和 ξ_2 使 $f'(\xi_1)$ 和 $f'(\xi_2)$ 异号. [ ]

68 设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 点连续,$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$,则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处

(A) 导数存在,且 $f'(a)\neq 0$. (B) 导数不存在.

(C) 取得极大值. (D) 取得极小值. [ ]