工程機率與統計

原著者 Walpole · Meyer
譯著者 傅治天 · 陶治中 · 林定玉

曉園出版社

工程機率與統計

原著者　Walpole · Meyer
譯著者　傅冶天 · 陶治中 · 林定玉

曉 園 出 版 社

譯　序

Probability & Statistics for Engineers & Scientists 一書作者Walpole Myers 為美國著名的機率與統計學家。從本書刊印至三版，可看出其受歡迎之程度，事實上，該書早已列入美國許多知名學府有關工程機率與統計的重要教科書。

本書係針對主修工程、數學、統計、計算機科學及自然科學的學生而編寫。第三版特別加強微分、積分、偏微分及多重積分的部份，且每章節所提及之新觀念，皆以實例說明。

譯者在翻譯過程中特別注重語句暢順及數字校正，期能保持原書的完整與真實。譯書 1.1 至 8.4 由傅治天君和林定玉君悉心完成，自 8.5 後之章節則由陶治中君負責迻譯。

譯者均深信，惟有練習大量習題的求解，始能瞭解機率理論和統計概念。本書的應用實例與習題，無論就質就量而言，均較其它統計學教科書為優。讀者若仔細研讀，勤做習題，當能奠定機率與統計學的基礎。

譯　者　謹誌

原　　序

像本書的前兩版一樣，“工程師和科學家的機率和統計”可做爲主修工程、數學、統計、資訊或其他自然科學學生的初級機率和統計教科書。本書前兩版所揭示的目標仍維持不變。也就是說，我們在設定讀者具有修習微分及積分(包括偏微分及多重積分)的基礎，努力在理論與應用之間求取一平衡。

在第三版中，有助於加強本書對不同科學領域學生適用性的主要改變說明如下：

1. 由不同科學領域實際牽涉統計的研究中選取了許多實際生活上所遭遇的問題和例子。

2. 第三版中的習題緊跟於每一節之後出現，不像前兩版中習題組僅在每章之末出現。

3. 許多章節已經深入改寫並且加入不少新的圖示以助於某些觀念之澄淸。

4. 第二章關於經驗分配(empirical distribution)的內容，加入了用以探求測度所得的某一分配之形狀的枝葉圖(stem and leaf plot)使用方面的新資料。

5. 附錄的表A.1加以擴大，以提供n由1至20之對應累積二項機率和。

6. 假說測試方面的內容已經修訂並加入了關於P值的討論。

7. 應用卡方分配於獨立性檢定和齊一性檢定(test of homogeneity)的內容已經重寫並澄淸。

8. 關於殘差(residual)研究及PRESS殘差應用於交叉效度驗證法的技術，這兩節已經加入在第十章多重線性廻歸內容之中。

9. 在變方分析程序中用以測試數個變方是否相等的巴萊特測驗(Bartlett's test)現在奠基於附錄中表A.10所提供的精確臨界值。

10. 拉丁方格的設計現在列入第十一章，提供了試驗設計的增訂處理。

本書包含了足夠的素材以滿足課程長度的變化及論題的選擇兩項需要。對於只修習每週三小時課程一學期的學生，作者推薦第一章至第五章全部以及選自第六章、第七章、第八章的論題。第一章使用基礎的樣本空間(sample space）來介紹機率理論的基本概念。第二、第三章介紹了離散和連續隨機變數及其機率分配、聯合機率分配，以及數學期望值。第四、第五兩章致力於特殊離散及連續機率分配，也就是科學家和工程師在解答其專業領域的不同問題時最有可能引用的分配。或許在初等教科書中廣泛的使用變換理論於第六章抽樣分配（sampling distirbution）的推導是不尋常的，但是，在第七、第八章之中對於估計程序和假說檢定的處理只有在讀者對於檢定統計量的數學推導有所領悟之後，才能合理的明瞭與鑑賞。

對於那些希望續讀一學期統計學的學生，本書的其餘部份提供了極佳的研究方向其入門內容包括：迴歸理論（regression theory）、線性模式（linear model）、變方分析（analysis-of-variance）程序，以及多種實驗設計（experimental design）的規劃和分析。根據經驗，修習統計學超過一學期的學生往往也選修其他數學甚或電腦方面的課程。因此，我們在第十章處理多重及多項迴歸（polynomial regression）時引入矩陣的使用並假設學者至少有一部微電腦（microcomputer）。然而，因爲矩陣理論（matrix theory）主要用於第十章，教授可以將此內容完全省略或在講授課程中引介矩陣運算的基本概念而無須要求學生先修矩陣理論或線性代數的正式課程。

在本書中，我們一貫採取用例子闡釋新觀念的方法。而只有在解了大量的練習題之後，學者才能對機率論以及統計學的基本概念有所瞭解。因此，我們加入了大量的習題，兼顧理論與應用，所有習題的答案均附於書後。

作者們對於所有協助準備此書的朋友敬致謝忱。我們特別感謝德勃·勃爾對本書第三版的打字和校閱；感謝維州理工學院及州立大學（Virginia Polytechnic Institute and State University）科學及工程諸學系提供了由實際研究得來的許多資料組；也要謝謝麥克米倫公司在編輯上的協助；以及許多的老師、學生和書評家助益良多的建議和鼓勵。

作者感謝劍橋的Sir Qonald A. Fisher 先生以及艾丁堡的奧立佛及巴德公司允印"研究者的統計方法"（Statistical Methods for Research Workers）一書中的附表；感謝E.S.皮爾森教授和Biometrika 信託人允印"統計學家的Biometrika 表"第一册中表8及表18的部份內容；感謝奧立佛及巴德公司允印O.L.戴維斯先生所著"工業實驗的設計分析"一書中的附表；感謝麥克希爾出版公司允印W.J.逖克森及F.J.麥西，Jr.先生所著"統計分析導論"一書中的表A-25d及A-25e；感謝C.艾森哈特，M.W.赫斯特，及W.A.華里斯

諸先生允印“統計分析技巧”一著作中的兩個附表。我們也要向下列學報致謝，他們允印附表使本書順利完成：數理統計年刊（Annals of Mathematical Statistics）印第安那大學教育研究公報，美國Cyanamid 公司的出版刊物、生物統計（Biometrics），Biometrika 第 38 册，以及美國統計協會的定期刊物。

R.E.W.
R.H.M.

目　　錄

第一章
機　　率

1.1 樣本空間

在學習統計學時我們基本上所考慮的便是在某一既定的研究或科學觀察中對於**機會結果**（chance outcomes）的表達和闡釋。例如，我們可以記錄每月發生於Driftwood巷道和Royal Oak車道交叉處的車禍次數，以瞭解是否應裝設交通號誌；我們可以將裝配線上卸下的貨物區分爲“不良品”或“良品”；或者我們有興趣研究當酸的濃度改變時在一化學反應中逸出氣體的體積。因此，統計學家常處理**數值資料**（numerical data）以表示**次數**（counts）或**測定值**（measurements），或致力於可依據某些判斷標準（criterion）而加以分類的**類別資料**（categorical data）。

我們將任何一種資料的記錄，不論其爲數值的或類別的均稱之爲**觀測**（observation）。因此數字2，0，1，2，代表去年元月至四月間在Driftwood巷道和Royal Oak車道交叉處每月所發生的車禍次數，構成了一組觀測。同樣地，類別資料N，D，N，N，D，代表5個貨物的檢視結果（N表良品，D表不良品）也構成了一組觀測記錄。

統計學家用實驗（experiment）這個字眼來描述產生一組資料的程序（process）。投擲一枚銅板便是統計實驗的一個非常簡單的例子，在此實驗裏只有兩種可能的結果，正面（heads）或反面（tails）。另一個實驗可能是發射一枚飛彈和在特定時刻觀測其速度。選民對於新增銷售稅的意見也可考慮爲一個實驗的觀測。我們特別有興趣於經由反覆許多次實驗所得的觀測。在大多數的情況下結果（outcomes）與機會相關，因而無法肯定推斷。如果一位化學家在同一狀況下進行一分析數次，得到不同的測定值，這可視爲實驗的程序中有一種機會的成分。即便反覆投擲一硬幣，我們無法確知某次投擲是否爲正面。然而，我們確知每一次投擲的整體集合的機率。

定義 1.1　一項統計的實驗的所有可能結果所成的集合稱爲樣本空間（sample space），用符號S代表。

在一個樣本空間中每一結果稱爲此樣本空間的一**元素**（element ）或一**分子**（member ），亦可簡稱爲**樣本點**（sample point ）。如果此樣本空間之元素爲有限個，我們可以用逗點分開各分子，並以括弧（brace＝bracket）界定。如此，投擲一硬幣可能出現的結果所組成的樣本空間 S 爲

$$S=\{H,T\},$$

此處 H 和 T 分別代表“正面”和“反面”。

例1.1：

考慮投擲一骰子的實驗。如果我們對出現在頂面的數目有興趣，此樣本空間爲

$$S_1=\{1,2,3,4,5,6\}.$$

如果我們僅對此數目是否爲奇、偶有興趣，樣本空間便爲

$$S_2=\{\text{偶數，奇數}\}$$

例 1.1 說明了描述一實驗結果的樣本空間不只一個。在本例中 S_1 提供的資料比 S_2 多。如果我們知道在 S_1 中的何種元素出現，我們便可以得知在 S_2 中何種元素將出現；然而，若我們只知道 S_2 中的何種元素出現，將不足以判定 S_1 中何種元素將出現。一般而言，能夠提供關於實驗結果最多資訊的樣本空間爲佳。

在某些實驗中以樹形圖（tree diagram）有系統的列出樣本空間中所有元素是有助益的。

例1.2：

一個實驗包含了投擲一硬幣，若出現正面便再投一次。而如果第一次便出現反面，則改投擲骰子一次。爲了列出樣本空間的元素以提供最多的資訊，我們創造如圖 1.1 的樹形圖。現在，沿著樹的不同枝幹便有不同的路徑（path ）

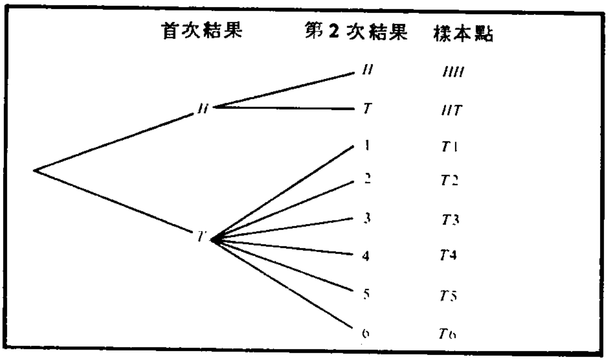

圖1.1 例 1.2 的樹形圖

，指出了不同的樣本點。由左上的枝幹沿第一路徑向右沿伸，我們得到樣本點 HH，指出連續兩次投擲硬幣均得正面的可能性。同理，樣本點 $T3$ 表示首次硬幣出現反面而後骰子出現 3 點的可能性。沿著各路徑前進，我們得到樣本空間

$$S = \{HH, HT, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}.$$

例1.3：

假設在某一製造過程中隨意選取三項貨品。每一貨品均接受檢視，並依不良品，D，或良品，N，加以分類。我們創造如圖 1.2 的樹形圖，以列出樣本空間的元素而提供最多的資訊。今沿樹形圖的不同分枝可得不同的樣本點。由第一條路徑開始，我們可得樣本點 DDD，表示三個受檢物品均為不良品的可能性。當我們沿著其他各路徑前進時，可得樣本空間

$$S = \{DDD, DDN, DND, DNN, NDD, NDN, NND, NNN\}.$$

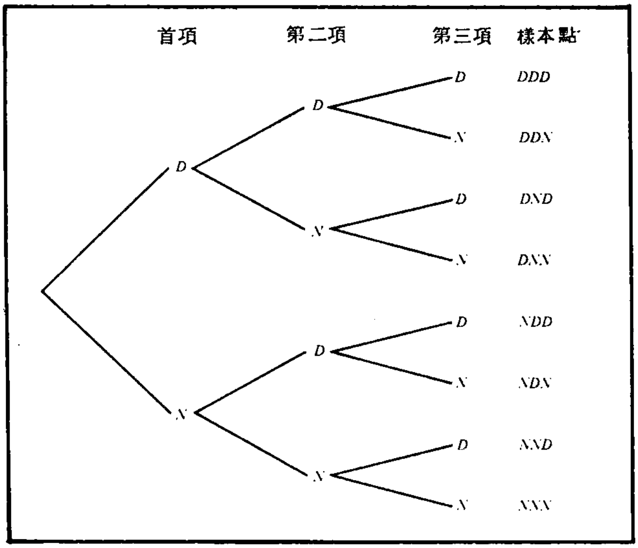

圖 1.2 例 1.3 的樹形圖

有相當多或無限多樣本點的樣本空間最好以一項陳述（statement）或規則（rule）來說明。例如，若某項實驗的結果是世界上人口超過一百萬的都市所成的集合，我們的樣本空間可寫成

$$S = \{\, x \mid x \text{ 是一個人口超過 1 百萬的城市} \,\}$$

可以讀成“ S 是所有使得人口超過一百萬的城市所成的集合”。垂直的一槓讀成“使得”。類似地，若 S 是所有位於以圓點為圓心，2 為半徑之圓的邊界（

boundary ）和其內部（ interior ）的所有點（ x，y ）所成的集合，我們可寫成

$$S=\{(x, y) \mid x^2+y^2 \leq 4\}.$$

我們應該用規則法描述樣本空間或是藉著列出所有的元素來描述樣本空間將視手邊不同的問題而定。規則法有實用的優點，特別是在那些表列所有元素是非常繁複瑣碎的實驗時。

1.2 事 件

在任一給定的實驗裏，我們對某些事件（ events ）的發生的興趣可能比樣本空間中某一特定元素的出現更爲強烈。例如，我們可能對事件 A 有興趣，事件 A 指投擲骰子的結果（點數）可被 3 整除（爲 3 的倍數）。事件 A 將發生於實驗結果是例 1.1 中樣本空間 S_1 的子集合 $A=\{3，6\}$ 中之一元素時。更進一步的舉例說明，我們可能有興趣於事件 B。事件 B 指例 1.3 中不良品數大於 1。事件 B 將發生於實驗結果是樣本空間 S 的子集合 $B=\{DDN, DND, NDD, DDD\}$ 其中之一元素時。

對於每一事件我們分派樣本點的一個收集（ collection ），此收集構成樣本空間的一個子集合。這個子集合包含了對此事件爲眞的所有元素。

> **定義 1.2** 事件（ event ）爲樣本空間之一子集合。

例1.4：

給定樣本空間 $S=\{t \mid t \geq 0\}$，此處 t 指某一電子元件的壽命（以年計），那麼此元件在第五年尾之前失效的事件 A 爲 S 之一子集合。$A=\{t \mid 0 \leq t < 5\}$。

某一事件可能是包含整個樣本空間 S 的子集合，也可能是樣本空間 S 的一個稱爲空集合（ null set ）的子集合，空集合以符號 ϕ 表示，其中不含任何元素。例如，設定事件 A 表在一生物實驗中以肉眼探測某一極微小的有機體，那麼 $A=\phi$。同樣的，若 $B=\{x \mid x$ 表 7 的一個偶因數$\}$，那麼 B 必爲空集合，因爲 7 僅有的因數是 1 和 7。

考慮一個記錄關於某些製造廠中工人吸煙習慣的實驗。一個可能的樣本空間可能將某一個人歸類爲不吸煙者，少量吸煙者，中度吸煙者，或大煙槍。設若吸煙者的子集合爲某事件，那麼所有的不吸煙者對應到一個不同的事件，此事件也是 S 之一子集合，可稱爲吸煙者所成集合的**餘集合**（ complement ）。

定義1.3 樣本空間S中事件A的**餘集合**（complement）是由S中所有不在A中的元素所成之集合。我們以符號A'表事件A之餘集合。

例1.5：

設R爲由52張牌中選中一紅牌之事件，且令S表整副紙牌。那麼R'表選中之牌爲黑牌而不爲紅牌之事件。

例1.6：

考慮樣本空間S=｛書、觸媒、香煙、沈澱物、工程師、鉚釘｝。令A=｛觸媒、鉚釘、書、香煙｝，那麼A'=｛沈澱物、工程師｝。

我們現在考慮某些事件間的運算，新的事件會因而產生。這些新事件將和已知的事件一樣爲樣本空間的子集合。假設A和B是與一實驗相關的兩事件，換言之，A和B是同一樣本空間S的子集合。例如，在擲骰子時，我們可能令A表偶數點出現的事件，而B表大於3的點數出現的事件。那麼子集合A=｛2，4，6｝和B=｛4，5，6｝是同一樣本空間S=｛1，2，3，4，5，6｝的子集合。注意：設若某次投擲的結果是集合｛4，6｝中之一元素時，事件A和事件B均會發生，而集合｛4，6｝恰爲事件A和事件B的**交集**（intersection)。

定義1.4 事件A和事件B的**交集**（intersection）以符號$A\cap B$表示，代表一包含事件A和事件B的共同元素的事件。

例1.7：

令P爲一事件，表示在一大衆化自助餐廳用餐人中任選一人爲納稅人（taxpayer），並令Q表一事件，表該名顧客超過65歲。那麼事件P和Q之交集便是在該自助餐廳中年逾65歲的納稅人。

例1.8：

令M=｛a，e，i，o，u｝且N=｛r，s，t｝；則可得$M\cap N=\phi$。亦即，集合M和集合N沒有共同的元素，因此，二者不可能同時發生。此時事件A和事件B稱爲**互斥**（mutually exclusive）。正式而言，我們有如下定義：

定義1.5 若$A\cap B=\phi$，則稱事件A和事件B爲**互斥**（mutually exclusive