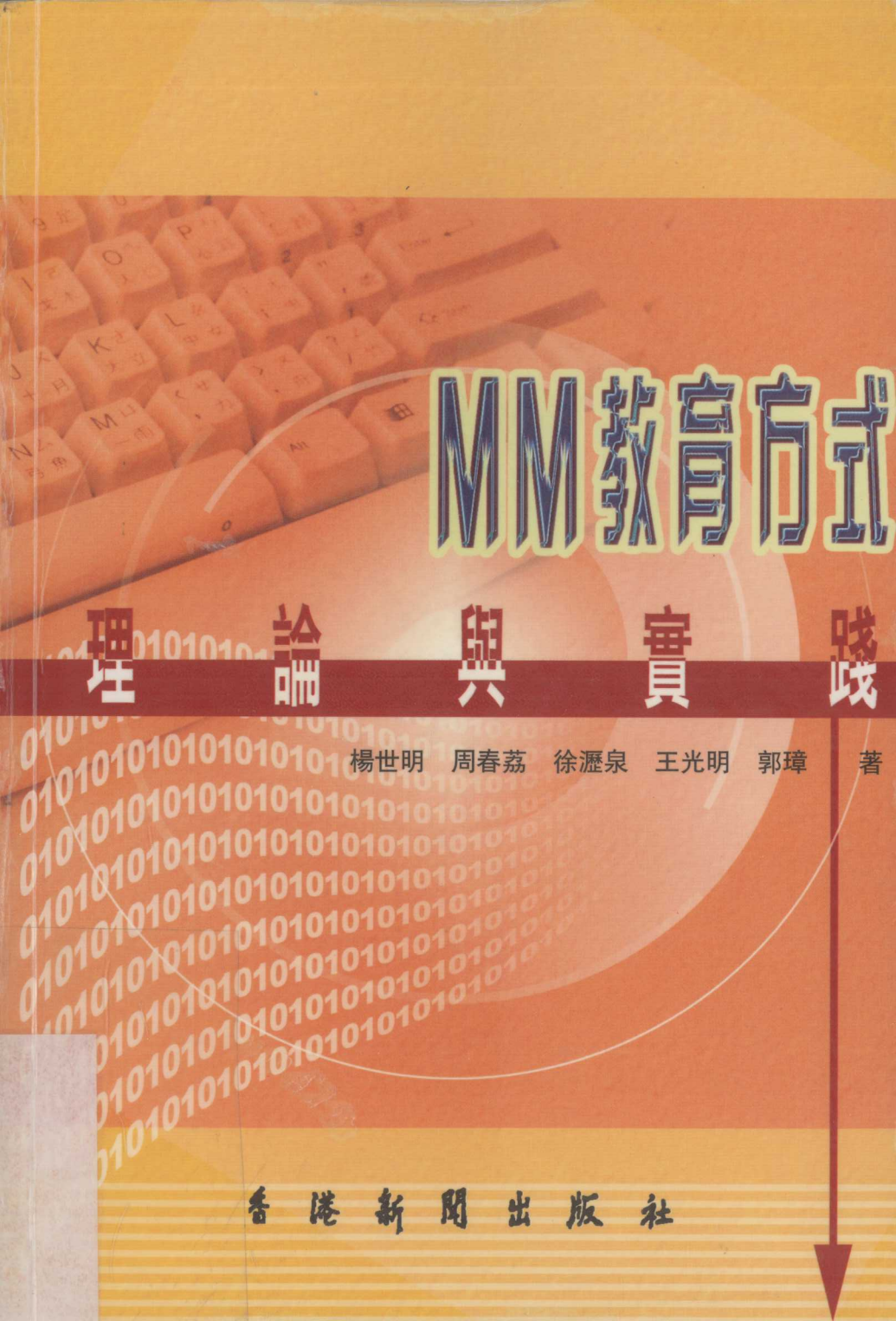




MM教育方式

理 論 與 實 踐

楊世明 周春荔 徐瀝泉 王光明 郭璋 著

香港新聞出版社

G633.603/8

MM教育方式

理 論 與 實 踐

楊世明 周春荔 徐瀝泉 王光明 郭璋 著

香港新聞出版社

書 名: MM教育方式:理論與實踐

著 作 者: 楊世明 周春荔 徐瀝泉

王光明 郭 璋

出 版 社: 香港新聞出版社

社 長: 古廣祥

責任編輯: 師慧青

校 對: 周 冰 陳 森

社 址: 香港元朗青山道 99 - 109 號元朗貿易
中心 24 字樓

電 話: 00852 - 24750383

傳 真: 00852 - 24751168

E - mail: hkpress@netvigator.com

國際書號: ISBN962 - 8753 - 32 - 0

規 格: 850 × 1194 1/32

字 數: 300 千字

版 次: 2002 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

印 刷 者: 中鐵物資印刷廠

定 價: 28 港幣

本書已向香港政府註冊 版權所有 翻印必究

序

记得上世纪 70 年代末我曾应大连市数学会与长春市数学会的邀请,先后为两市的中学数学教师们作了数次讲演,所讲内容无非是宣传乔治·波利亚(G·pólya)的一些数学教学思想方法,目的是希望波利亚的观点、见解能在中国传播后,有助于促进我国中等数学教育水平的提升和育才事业的发展。

1980 年我出版了一本叫做《浅谈数学方法论》的小册子,1983 年又出版了我在两所大学讲课用的《数学方法论选讲》一书。两书很快销售一空,令我不无感动。后者已于 2001 年有第三版问世,与原著相比,增加了两篇附录。

上世纪 80 年代中期至 90 年代,令我深受鼓舞之事有三。一是当年热心倡导科学方法论研究的曲阜师范大学,在徐本顺、任治平教授的策动下曾主办了两次全国性数学方法论研讨会,并培养了三批以方法论为课题的硕士研究生。二是在杨世明、过伯祥、周春荔诸教授的积极筹划下,曾于 1989 年 5 月成功地在北京举行了全国首届“波利亚数学教育思想研讨会”,通过会议使大家更加明确了“要在中国培养波利亚型的数学工作者”的重要意义。三是 1989 年 9 月,作为北京波利亚研究会出席者之一的无锡市教育科学研究所的徐沥泉研究员提出了“MM 实验课题”(即“贯彻数学方法论的教育方式,全面提高学生素质”的数学教育实验),且首次以此为题举行了富于成效的 MM 课题组的开题座谈会,这为 5 年后的

实验成功与收获迈出了重要的一步。

特别值得欣慰的是,“MM 实验”自从 1994 年顺利地通过包括王梓坤、张奠宙、林夏水等教授在内的专家组的鉴定后,MM 教育方式的有效性已逐步获得全国各地教育界的认可。事实上,MM 实验方法与经验从此就由无锡拓展到天津、北京、湖北、河南、河北、新疆、内蒙、山东、福建、甘肃等省、市、自治区,时至今日,可以说 MM 教育方式所到之处,都受到了师、生、家长和教育行政部门的欢迎和支持。

最近,我们还闻知“MM 实验”已由中学扩展到高师。这样,就可以帮助解决“从源头上培养新型数学教师的问题”。由此看来,MM 教育方式的实际意义就更深远了。

确实,“MM 教育方式”可以看成是系统地、切实地将数学科学方法论应用于数学教育的一次成功的、意义重大的尝试。据我所知,12 年来包括徐沥泉、杨世明、周春荔、郭璋在内的一个无形的全国性 MM 课题组,一直活跃在数学教育实验研究的战线上。他们坚持理论与实践相结合的方针,同成百上千位实验教师亲密合作,对 MM 数学教育方式的各个方面,进行了顽强的探索,取得了一系列成果。这些成果已以论文、讲稿、教案、课堂实录等形式散见于国际会议及全国 P. M. 会议文集及十多家中学数学杂志上。

情况如上所述。然而在另一方面,那些希望参与“MM 实验”和很想研究“MM 教育方式”的教师们,却苦于缺乏一份完整的有关资料加以参考。这就是注定《MM 教育方式:理论与实践》一书必须编著和出版的客观原因或动力。

值得高兴的是,在上述客观动力推动下,经过 5 位数学教授与特级教师——周春荔、徐沥泉、郭璋、王光明和杨之(杨世明)等 5 位作者的共同努力,这本比较全面地反映“MM 教育方式”理论与实践概况的著作终于问世了。

我相信任何一位细心的读者都不难发现此书的如下一些特

点:

第一,此书扼要地反思了“MM教育方式”诞生的历史背景,详细地描述了设计与实验过程,以供后继的实验者作参考。

第二,书中对“MM教育方式”进行了完整的表述和细致的说明,并提供了教学设计的案例。

第三,书中从一个独特的角度,简要地阐述了作为“MM教育方式”理论基础的数学方法论以及有关方法论的国内外研究简史。

第四,书中阐明了“MM教育方式”的诸特征。特别是,指出了MM教育方式的理论与操作系统,具有类似于“数学公理化”的特征品格。

第五,鉴于“MM教育方式”毕竟还处于正在成长发展的“新生代”阶段,因此为了促使走向成熟和更显实效,本书还在每章之末,给出了一些有关“问题与课题”以供读者研究。

当然,任何一本著作都不可能尽善尽美的,又何况这是一本综述一种数学教育新方式、新实验的著作,书中想必不乏需要进一步探讨之处。因此在我乐于为此书作序的同时,也乐于为作者们表达热诚欢迎读者不吝指疵的雅意。读者使用此书过程中如发现有价值得讨论的问题,敬希直接与作者们联系为幸。

徐利治

2001/09/27 于北京寓所

目 录

0 绪 论	(1)
§ 1 什么是“MM 教育方式”	(1)
1.1 简述背景	(1)
1.2 一个课例	(3)
1.3 MM 教育方式	(5)
1.4 关键词语界定(1)	(7)
1.5 关键词语界定(2)	(11)
1.6 关键词语界定(3)	(15)
§ 2 MM 教育方式特点、价值及传播概况	(25)
2.1 MM 教育方式特点	(25)
2.2 MM 理论体系公理化特征	(29)
2.3 MM 教育方式的价值	(32)
2.4 MM 方式传播概况	(36)
问题与课题	(38)
1 理论与背景	(40)
§ 1 数学教改的回顾与展望	(40)
1.1 新大纲,新教材	(40)
1.2 教学方法改革实验	(41)
§ 2 现代教育思想、学说简介	(43)
2.1 建构主义学说简介	(43)
2.2 一些代表性的数学教育观点	(51)
§ 3 数学方法论的先驱	(54)
3.1 大师级数学家希尔伯特	(54)
3.2 有为有守的数学教育家傅种孙	(59)

3.3	著名数学教育家乔治·波利亚	(66)
§ 4	数学方法论大意	(80)
4.1	徐利治与数学方法论	(80)
4.2	数学方法论基本内容	(87)
4.3	数学方法论文献集粹	(105)
	问题与课题	(108)
2	MM 实验的设计与实施	(110)
§ 5	引言	(110)
5.1	问题的提出	(110)
5.2	对我国基础数学教育的反思	(112)
§ 6	实验方案的设计	(115)
6.1	初步构想	(115)
6.2	MM 实验方案	(118)
§ 7	组织与实施	(127)
7.1	建立 MM 课题组	(128)
7.2	MM 实验实施步骤设计	(128)
7.3	实验取得阶段性成果	(134)
7.4	实验的基本成果	(144)
§ 8	MM 实验的新阶段	(151)
8.1	新世纪的入场券	(151)
8.2	新阶段的 MM 实验	(155)
8.3	MM 新试点综观	(161)
	问题与课题	(170)
3	高师的 MM 实验	(172)
§ 9	高师数学教育改革回顾	(173)
9.1	培养目标及课程沿革概况	(173)
9.2	观念与授课方式的变化情况	(180)
§ 10	高师数学教育专业的“MM 实验”	(187)

10.1	实验方案的形成过程	(188)
10.2	MM(HT)方式实验方案	(195)
10.3	对高师 MM 实验的若干建议	(206)
	问题与课题	(210)
4	MM 教育方式与现代教育技术	(212)
§ 11	历史的必然	(212)
§ 12	MM 与 CAI 实验教学中的几条原理	(215)
§ 13	MM 与 CAI 联手应用的课例	(229)
	问题与课题	(274)
5	MM 教育方式的应用	(276)
§ 14	课堂教学的设计与实施	(276)
14.1	教学设计的基本原则	(276)
14.2	课堂教学设计	(278)
14.3	课堂教学实施	(283)
§ 15	几项配套改革	(287)
15.1	教学班重组与学法培训	(287)
15.2	数学作业处理方式的改革	(294)
15.3	数学课外活动的指导	(304)
§ 16	教学评价问题	(307)
16.1	传统教学评价简析	(307)
16.2	教师评价	(309)
16.3	学生评价	(312)
	问题与课题	(314)
6	MM 教学设计与课例选析	(316)
	后记	(372)

0 绪 论

本书的目的,是系统地阐释“MM 教育方式”.

什么是“MM 教育方式”?它是怎样产生的?有什么特点?学习和使用难不难?……热心的读者,看了标题,马上会提出一系列问题,希望获得“开门见山”式的解答.

读者的要求是合情合理的.尽管要将“MM 教育方式”完全说清,需要涉及到理论和实际背景,涉及到实验研究的过程,涉及到大量名词术语的界定,但简单地描述一个概貌初步地回答上述问题,是完全可能的.

§ 1 什么是“MM 教育方式”

1.1 简述背景

这里,我们简述“MM 教育方式”产生的背景,详可见“第 1 章”.人们往往有这样的印象:一位刚上岗的数学教师,“过教学关”总要三年五载,成为“老教师”,更要经历很长的时间,少则十年八年,多则一二十年.我们不禁要问:数学教师的成长成熟,为什么像酒之醇化,天然人参之长成,需经历那么长的时间?成熟的教师,他们的“数学教学经验”中,核心的东西到底是什么?

对此,数学教育工作者进行了长久的、多侧面的探索.我国数学教育家傅仲孙(1898.2—1962.1)和美籍匈牙利数学教育家波利亚(G·pólya,1887.12—1985.9),通过一系列的教师培训活动,发现了两条重要线索:

第一,“数学方法论”(如合情推理,一般解题方法)有很高的教

育价值；

第二，任何数学教学方法，都必须具有数学的特征，都必然伴随着对数学的某种认识（哲学思考）。

按此线索，我们就不难推断：那些成熟的教师的“数学教学经验”中，核心的东西，起关键作用的东西，应该是数学方法论（的某些基本原理）的应用。

20 世纪 80 年代，我国开展了一系列数学教学改革实验，有的规模较大，实验校遍及十几个或二十多个省市，也取得了不少研究成果。但到现在为止，绝大多数都销声匿迹了，在惋惜之余，我们应当反思：为什么？是什么样的弱点危及到它们的生存？也许，“销声匿迹”的原因是多方面的，但分析起来，它们自身的“致命”弱点，却很简单，那就是它们大多“或拘泥于数学的一招一式，或置数学的特点于不顾”。实验没有了，改革受挫了，数学教学又回到传统方式，在应试的重负下，师生苦苦挣扎。同时，呼唤着新的改革。教学一线的声声呼唤，正反两方面的经验教训，促使我国一批数学教育的有心人，投身于“数学方法论”及其在数学教学中应用途径的研究。

1989 年 5 月，在我国数学教育家徐利治提出的“把数学方法论用于数学研究和数学教学改革”方针的指导下，在首都师范大学，周春荔和杨之倡议并主持召开了“全国首届波利亚数学教育思想与数学方法论研讨会”。江苏无锡市教育科学研究所（现教研中心）特级教师徐沥泉，出席了这次会议。同年，他设计了一项“贯彻数学方法论的教育方式，全面提高学生素质”数学教育实验（简称 MM 课题或 MM 实验）。经专家论证，于 1989 年 8 月开始实施，经过五年三轮，在数十个教学班的系统实验，1994 年 8 月结题，通过了以王梓坤、徐利治、张奠宙等组成的专家组的严格鉴定，从而产生了 MM 教育方式，并进入边实验、边推广（由无锡推向全国）的阶段。

1.2 一个课例

在给出“MM教育方式”的表述以前,为了使读者有一点感性认识和思想准备,我们先来看一个课例,这是我们从实验点采集的课题:平方差公式.

上课伊始,老师不写“课题”,不说“上什么课”,先把电脑打印的精美的 16 开题条,发给每位同学:

计算:

姓名 _____

① $(a+b)(a-b)=$

② $(3m+2n)(3m-2n)=$

③ $(x-6)(x+6)=$

④ $(1-5y)(1+5y)=$

⑤ $(5ab-1)(1+5ab)=$

⑥ $(b^2-2a^3)(b^2+2a^3)=$

⑦ $(-\frac{1}{2}x+2y)(-\frac{1}{2}x-2y)=$

⑧ $102 \times 98 =$

⑨ $9.9 \times 10.1 =$

⑩ $(m+n)(m^2+n^2)(m-n)=$

师:我们学过了“多项式相乘”,现在举行一个“小小数赛”:看谁做得又准、又快,做完的,请举手示意,现在开始.

(3 分钟,即陆续有人举手,8 分钟,多数同学完毕,到 10 分钟,还有几位同学未做完)

师:A 同学,你做那么快,又很正确,是怎么做的?

生 A:我做了①、②、③,发现乘出的四项中,中间两项总是互相抵销,如:

$$(a+b)(a-b)=a^2+ba-ab-b^2=a^2-b^2$$

$$(3m+2n)(3m-2n)=9m^2+6mn-6mn-4n^2=9m^2-4n^2$$

.....

所以后面就不再算这两项,只算前面两项,这样可以又快又准.

生 B:对于 102×98 ,可以“拆项”变形:

$$102 \times 98 = (100+2)(100-2) = 10000 - 4 = \dots$$

(老师又问其他做得快的同学,大同小异,又问尚未做完的同学)

生 C:我只是在扎扎实实地算,没有想……

师:好,A、B等同学,运用的是一种“公式化”的思想,反映了人类对“简单省力”和“探求规律性”的追求:反复干一件事,人们就要找规律,求简洁,略去无用步骤,吃一堑,长一智嘛!对于单调、繁复的工作,甚至要发明一种“机械”替人去完成(如电脑的发明);公式化思想也是一种对美(简洁美、有序美)的追求.

而那种“光算不想”则是一种不良的学习习惯,只是“扎扎实实地算”,既难以求快,也难以确保“正确”,远非明智之举.

哪位同学再把今天的题目分析一下,找出这个公式,并起个好名字?

生 C(抢着,我来试试):这 10 个小题中,前 7 个都是“两数之和乘以两数之差”,结构完全一样.因此,就预示着一个公式,可以用第一小题的结果来表示:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

名字嘛?可叫做“两数和与差之积展开公式”,……好象啰嗦了一点.

生 D:命名很确切,但长了一点,如果按右边来命名,可叫做“平方差公式”.

师:大家同意吗?噢,好,大家都同意,就叫“平方差公式”.正好,课本上也是这样命名的,真是“英雄所见略同”.(版书:平方差公式)这就是我们本节课要学习的内容.

生 E:⑧、⑨、⑩提示了公式的活用.我再出几道题供大家研究:

$$\textcircled{11} 101^2 - 1 =$$

$$\textcircled{12} (a+1)(a^2+1)((a^4+1)(a^8+1)) =$$

师:非常好!这两道题构思巧妙,寓意深沉,可供大家课后思考,好不好?好,现在,我们用公式检验一下①—⑩的计算结果,并作课本 $\times\times$ 页 $\times\times$ 题,并考虑:①“平方差公式”在应用中,应注意什么?②“应用前景”如何?(何时正用?何时逆用?)③平方差公式的发现,对我们有什么启示?

(下略)

可以多个侧面评价这一课,但现在我们只着重考虑如下几个方面:

第一,通过教学,不仅使学生学到了数学知识、技能(平方差公式及其运用),而且通过教学过程,增进了学生的观察、对比和创造性思维的能力,而从中概括出的“公式化思想”,乃是人类求简、求快、求准的革新思想的一种体现.这里所发挥的数学教育的“功能”,所培养和增进学生的品质、素养,已超越数学(技能、思维…)本身.

第二,这里运用了竞争机制、美学机制、归纳、对比的方法,自然也运用了演绎法.

第三,既发挥教师的主导作用,又尊重和强化学生的主体意识,运用课堂讨论式,把教师的教学过程和学习过程统一在师生共同的探索研究之中,同时在指点学生“如何学习”方面,有所做为.

第四,总而言之,这节课反映了教师对数学的一种全新的认识(它的教育功能,它的逻辑结构),并且在教学中遵循了一些新的基本原则,运用了若干不同于传统教法的新举措.自然,这都是新的数学观和教学观的反映(见第一章).

1.3 MM 教育方式

在徐沥泉设计的“MM 实验”中,“MM 教育方式”采用的是如

下简明概括的表述:

在数学教学中,教师遵循数学本身的发现、发明与创新等规律,遵循学生身心发展和认知的规律,力求使教学、研究和学习同步协调发展,并引导学生不断地自我增进一般科学素养,提高社会文化修养,形成和发展数学品质,全面提高学生素质。

作为一种数学教育方式,我们看到,它已具备了应具有的基本要件:应遵循的规律和原则,应瞄准即欲达到的目标,应采取的基本教学举措等等,并且具有鲜明的 MM 特色,充分体现了数学及数学思维的特征。但很清楚的一点是:它提出的是数学教学的、有一定可操作性的指导思想,目标与手段相结合的基本原则,而不是某种具体的“教学法”或可以直接套用的教学模式。完全符合了“教需有方,然无定法”的教学基本规律。因此,带来的“不利”的一面是:学习和应用需要下功夫,花力气,自觉地进行数学观与教学观的转变,知识与能力的更新,以此为代价,换来的是(MM 教育方式的有利的一面)全新的教学境界,在它的指导下的自由发挥、创造的广阔空间,三年两载努力奋斗,即可成为新世纪所要求的 MM 型的(既能教学,又能搞科研的)数学教师(这是由无锡市、北京市朝阳区的实验很好地证实了的结论)。

如果把这里的表述同前面的课例加以对比,则不难发现,前者就是 MM 教育方式的举例,而事实上,十二年的实验研究,我们已经积累了相当数量的这种课例。也可以说,“MM 教育方式”正是在概括相当数量的这种课例的基础上提出来的。鉴于上面的表述过于概括,可操作性仍不够明显,1995—1997 年间,徐沥泉进行了反复的推敲、思索,终于找到一种更为明确、更具可操作性的表述:

MM 教育方式就是:教师在数学教学的全过程中,充分发挥数学教育的两个功能,自觉地遵循两条基本原则,瞄准三项具体目标,恰当地操作八个变量(运用八项教学措施),从而达到全面提高学生素质的目的。

其中:

MM 教育方式(MMEP):数学方法论的教育方式,代号 MM 是取英文短语“Mathematical methodology education pattern”前两个词头。

教学全过程(I₁₋₈):班级重组、学法培训、备课、上课、辅导、作业处理、学习评价、课外活动指导;

两个功能(II₁₋₂):技术教育功能,文化教育功能;

两条基本原则(III₁₋₂):既教证明,又教猜想原则和教学、学习、研究(发现)同步协调原则;

三项具体目标(IV₁₋₃):引导学生自我增进一般科学素养,自我提高社会文化修养,自我形成和发展数学品质。

八个变量(V₁₋₈):数学返璞归真教育,数学审美教育,数学发现法教育,数学家人品教育,数学史志教育,演绎推理教学,合情推理教学和一般解题方法的教学。

1.4 关键词语界定(1)

为了确切地理解 MM 教育方式,必须逐个弄清它的关键词语,首先对命名及 I—III 逐个说明如下:

1. 关于“MM 教育方式”的命名,至少应当说明如下三点:

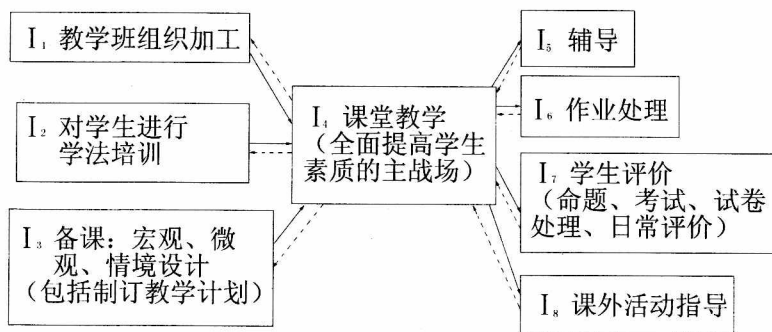
第一,这种数学教育方式,是在运用现代科学,现代科学哲学与数学哲学,现代认知学说(现代心理学、生理学特别是脑科学以及思维科学)的新成果,又紧扣数学科学本身的特点(由数学哲学和数学方法论研究所揭示),对数学教学过程作出的本质分析的基础上,概括和提炼出来的。而“MM 教育方式”的名称,只是表明了它的基本特征,而不是它“仅运用数学方法论”。

第二,它是各种优秀数学教学方法的继承和发展,是它们的“交”,是各种正确的、有价值的教学方案“极限化”,它预示着数学教育的未来。同时,由于它力求恢复数学科学发生发展的基本过程和本来面目,所以也是一种返璞归真的数学教育方式。

第三,在表述中,一方面说的是“发挥”、“遵循”、“瞄准”这些较

为一般性的指令. 另一方面, 发挥的功能, 遵循的原则和瞄准的目标, 以及“操作”的变量, 也都具有一般性, 而非数学教学中的一招一式, 而是达到了“方法论”水平的东西. 比如, “一般解题方法”的教学, 具体的是指波利亚的《解题表》所代表的解题方法论, 它不仅适于“任何数学问题”的求解, 而且作为一种常识和思维规律, 它适用于“任何问题的求解, 而这样培养出来的“解题能力”, 就是人的一般文化素质的重要组成部分. 因此, 它是一种教育方式, 而不是具体的方法, 更不是可以简单套用的模式. 这样, 初学的人似乎不易操作, 但是, 只要认真领会其精神实质, 肯于对自己原有的认识(对数学、对学生、对教学)进行必要的反思, 勇于接受新事物, 再参照若干实例, 就可以入门, 初步地学会运用, 而一旦掌握, 就会进入自由王国, 获得广阔的发挥、创造的空间.

2. 在“MM 教育方式”的表述中的所谓“教学全过程”, 是对教学过程的广义理解, 而不单指“课堂教学”. 但另一方面, 教师的整个教学活动, 又应以“课堂教学”为中心环节, 围绕这个中心而展开(见如下框图):



3. 数学哲学业已探明, 数学既是科学技术的基础和工具(它本身也是一种技术: 数学技术), 又是一种文化, 是各民族文化的重要