

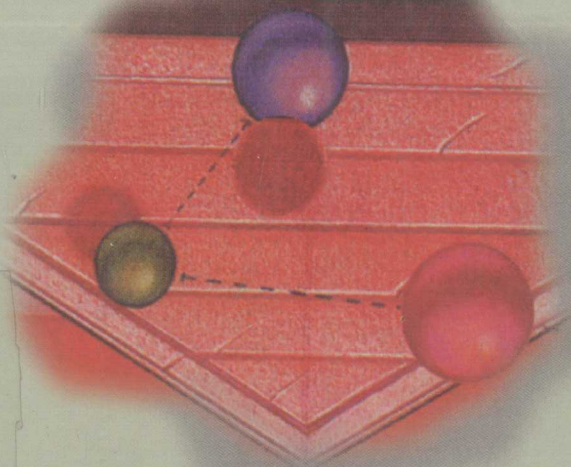
中学教师继续教育丛书

中学数学教育心理研究

王子兴 宋秉信 昌国良 著

◆ 湖南师范大学出版社

数
学



中学数学教育心理研究

王子兴 宋秉信 昌国良 著

湖南师范大学出版社

中学数学教育心理研究

王子兴 宋秉信 昌国良 著

组稿编辑：罗灵山

责任编辑：张宽信

责任校对：刘琼琳

湖南师范大学出版社出版发行

(长沙市岳麓山)

湖南省新华书店经销 望城县湘江印刷厂印刷

850×1168 32开 8印张 201千字

1999年5月第1版 1999年6月第2次印刷

印数：11201—16250册

ISBN7—81031—768—7/G·327

定价：8.00元

前 言

振兴民族的希望在教育，振兴教育的希望在教师。根据终身教育的思想，加强中学教师继续教育的教材建设，积极推进教育观念、教育思想、教学内容、课程体系、教育技术和教学方法的现代化，建立和完善适应 21 世纪基础教育改革和发展需要的中学教师继续教育制度，是造就一支高素质的中学教师队伍的重大举措。

为了使我省中学教师的继续教育能更好地开展，教师的教育教学能力和知识水平能尽快提高，我处从 1998 年 4 月开始，组织一批比较熟悉中学教师继续教育的专家编写了这套中学教师继续教育丛书。本册由王子兴、宋秉信、昌国良著（其中第 1—4 章由王子兴撰写，第 5、6 章由宋秉信撰写，第 7、8 章由昌国良撰写），湖南师范大学李求来教授审稿。

在教材编写过程中，尽管编者倾注了大量心血，力求使教材尽量多反映最新学科知识发

展动态、教育教学改革研究和实践成果，也力求使教材在先进性、科学性与针对性、实效性方面尽量统一，但由于中学教师继续教育教材的编写是一项全新的工作，能否达到预期目的，尚等实践检验。我们衷心希望从事继续教育工作的同志和接受培训的学员，对这套丛书多提宝贵意见，以便使该丛书在今后不断完善。

这套教材的编写出版，参考了国内外、省内外有关资料，也得到了许多专家、教授的热情帮助和精心审定，在此，谨表示诚挚的谢意。

湖南省教育委员会师范教育处
1999年4月24日

目 录

绪 论	(1)
第一章 中学生的特征	(3)
第一节 中学生身心发展的特征	(3)
第二节 中学生学习数学的心理特征	(15)
思考题	(27)
第二章 数学学习的内部与外部动力因素(上)	(28)
第一节 数学学习的动机	(30)
第二节 数学学习的情感与态度	(47)
思考题	(56)
第三章 数学学习的内部与外部动力因素(下)	(58)
第一节 学生的意志	(58)
第二节 教师、家庭环境与奖惩	(64)
思考题	(75)
第四章 数学能力与数学素养	(76)
第一节 数学能力概述	(76)
第二节 数学能力的培养	(89)
第三节 数学素养概述	(99)
第四节 提高数学素养的思考	(104)
思考题	(111)
第五章 心理活动规律在中学数学教学中的应用(上)	(112)
第一节 注意规律的应用	(112)

第二节	感知规律的应用·····	(124)
第三节	观察规律的应用·····	(137)
思考题	·····	(156)
第六章	心理活动规律在中学数学教学中的应用(下)·····	(157)
第一节	思维发展规律的应用·····	(157)
第二节	记忆与迁移规律的应用·····	(177)
思考题	·····	(193)
第七章	中学数学分类教学的心理分析(上)·····	(194)
第一节	数学知识的有意义学习过程·····	(194)
第二节	原名和公理教学的心理分析·····	(201)
第三节	数学概念教学的心理分析·····	(204)
第四节	数学命题教学的心理分析·····	(213)
思考题	·····	(219)
第八章	中学数学分类教学的心理分析(下)·····	(220)
第一节	数学技能教学的心理分析·····	(220)
第二节	数学解题教学的心理分析·····	(229)
思考题	·····	(244)
主要参考文献	·····	(245)

绪 论

数学教育心理学是一门新兴的正在发展着的边缘学科,就其科学性质而言,是数学与教育心理学的典型的交叉学科.数学教育心理学的核心部分是数学学习心理学.数学学习心理学又可称之为数学活动的心理学或数学学习论.而数学学习论正是数学教育心理学所涵盖的内容之一,它为科学地编写数学教材,科学地教与学提供心理学依据.

数学与心理学是两门结构截然不同的科学,这不仅表现在内容方面,而且最主要体现于科学推理的性质上.数学在本质上属于严格的形式演绎体系,其学科结构具有典型的公理化特征.而心理学属于经验科学,它所使用的概念多数从实践或内省的经验中获得,缺乏数学概念所具有的精确性、严密性和单义性.心理学研究必须考虑大量主观的、社会的和自然的因素,得出的结果呈现统计性.尽管心理学与数学存在如此大的差异,但经验的和数学的探索之间仍然存在着深刻的相似性.就像在经验的领域里那样,处理数学问题时我们要作假设、猜测、尝试,做思想的实验,从归纳性结论、类比等等之中获取收益.对这些相似之处的了解便促进了作为交叉学科的数学教育心理学的产生.数学家 Poincaré、Hadamard、polya 和 Freudenthal 等以内省的方式或以数学教学经验为基础所作的描述,如实地阐明了数学推理的心理侧面;而心理学家 Piaget 及其同事,则把数学推理心理拓展成一个研究领域,对数学与逻辑结构的个体发生作了许多阐述.此外,心理学家 Krutetskii 对数学

能力进行了长达 12 年的研究,他的这一研究成果即《中小学生数学能力心理学》在数学教育上的影响,可以与 Piaget 的著作所产生的影响媲美.这些著名数学家和心理学家的工作,无疑对数学教育心理学的产生与发展起了极其重要的作用.为了适应数学教育心理学的理论研究与实际发展的迫切需要,1976 年第三届国际数学教育大会上成立了国际数学教育心理学组织(IGPME,后以 PME 组织闻名),每年聚会一次.PME 的存在极大地推动了数学教育心理学研究的国际合作的发展与新的理论框架的成长,对从事数学教育研究的学者形成了广泛而有价值的影响.数学与数学教育教授 Efraim Fischbein 在 ICMI 研究系列丛书《数学与认知》一书的导言中指出:“我们尚未拥有一个主导性的范式,但可以从总体上断言,数学教育心理学必定能成为数学教育(作为科学知识)的范式.我的整体评价是,目前正在从事的大部分研究与心理学和 PME 组织的活动有关.”事实上,数学教育心理学作为一个相对独立的研究领域,近 20 年来获得了迅速的发展,不仅取得了不少重要的研究成果,而且也在学科的理论建设方面有了实质性的进展.一方面,心理学家、数学家和数学教育家之间通过争论与合作已形成共识,数学教育心理学不应是简单地等同于(教育)心理学+数学例子,而应对数学活动过程中的思维活动作深入的研究,应突出数学活动的特殊性;另一方面,许多学者也已认识到,一般心理学的理论为数学教育心理学的现代研究提供了必要的理论背景,应自觉地以一般心理学的理论为指导去对数学活动的特殊性作出深入的研究.由于认知心理学对于行为主义的取代,从而为数学教育心理学提供了“信息加工”这一新的理论框架,这也必然促进研究的重点转移到对数学活动内在思维活动的研究.总之,在 PME 的推动下,数学教育心理学的研究正在深入发展,如微型计算机环境下数学学习过程的研究,以及高等教育水平上的数学学习研究等均已经开始.

第一章 中学生的特征

中学生是中学数学教育的主体,他们充满着蓬勃生机.中学阶段是人生的过渡时期,也是人生读书的黄金时期.那么,中学生的身心发展有些什么特征?他们学习数学又有些什么心理特征?这是中学数学教育心理研究首先要研究的问题.这两个问题解决了,诸如中学生的数学学习的内部与外部动力因素、数学能力和数学素养、心理活动规律在中学数学教学中的应用,中学数学分类教学的心理分析等课题,便有了一个科学的教育心理学基础或出发点.

本章旨在讨论中学生身心发展的特征和学习数学的心理特征.

第一节 中学生身心发展的特征

一、中学生所处的年龄阶段

根据我国学制,初中生的年龄一般在12~16岁之间,高中生的年龄一般在15~19岁之间.

从人的生理发展来看,初中生的年龄阶段,正处于青春发育期,其生理上正在发生着急剧的变化,进入了人生发育的第二次“生长高峰”(图1-1).身体外形的剧变、内部机能和性的成熟等,对初中生的心理产生了很大影响.可以说,少年期的初中生实际上正处于一种半幼稚半成熟的状态,这一时期是独立性和依赖性、自觉性和幼稚性错综矛盾的时期.

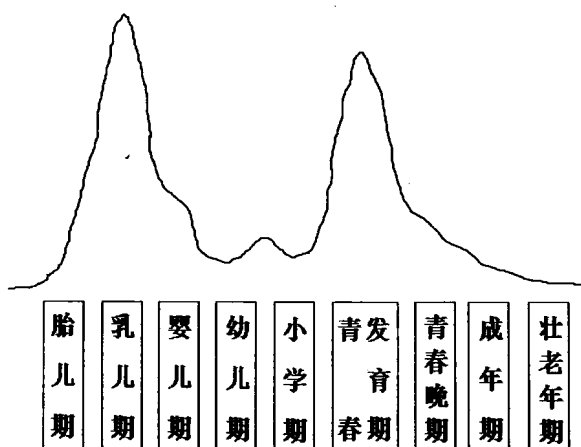


图 1-1 人生的两次“生长高峰”

高中生的年龄阶段,正处于青春晚期,它是人体发育成熟的阶段,也是身体发展的定型阶段.在这个时期中,人体整体生长发育在经过青春期的急骤发育后,进入相对稳定阶段,人体内的组织与器官的机能逐步达到成熟水平.这个时期在生理上是由青少年到成年的过渡期.

二、中学阶段身心发展的特征

中学阶段是一个发展中的动态变化时期,可塑性很大.中学阶段心理发展受到前面各个年龄阶段发展基础的制约,同时也制约着后面各个年龄阶段的发展.中学生的学习心理与其身心发展的特征是紧密相关的.

1. 中学阶段是长身体的关键时期,也是性成熟的时期

在人的整个生长发育过程中,不是平均发展的,而是时快时慢呈波浪式发展.这种生长发育过程既有连续性又有阶段性.人生有两个“生长高峰”期.所谓“生长高峰”是指个体在身心发展过程中,某个阶段的生理发育与其他阶段相比较,其增长速度相对更快的

时期.第一次是在人出生之后的第一年,即乳儿期;第二次就是初中生所处的青春发育期.

(1)身高、体重、胸围的发育

身高、体重、胸围是正确评价身体发育特征和生长速度的主要依据.我国 1985 年对 28 个省、自治区、直辖市 431 631 名城乡 7~22 岁青少年身体测试的一项统计表明(表 1-1)^①:我国男生在

表 1-1 中国 7~22 岁学生身高、体重、胸围三项指标均值表

年龄	男			女		
	身高 (厘米)	体重 (千克)	胸围 (厘米)	身高 (厘米)	体重 (千克)	胸围 (厘米)
7	119.51	20.91	57.53	118.47	20.11	55.68
8	123.96	22.74	59.14	123.12	22.02	57.32
9	128.86	25.02	61.02	128.21	24.35	59.25
10	133.51	27.40	62.91	133.79	27.12	61.49
11	138.27	30.05	64.86	139.74	30.67	64.31
12	142.92	33.02	67.03	145.08	34.56	67.46
13	151.02	38.83	71.16	151.74	40.47	71.96
14	157.25	43.86	74.76	153.99	43.75	74.39
15	162.29	48.56	78.18	155.43	46.31	76.16
16	165.76	52.39	81.14	156.44	48.29	77.47
17	167.54	54.78	83.08	156.97	49.43	78.29
18	168.21	56.09	84.22	157.90	50.07	78.84
19	169.22	56.98	85.49	158.19	50.66	79.60
20	169.53	57.29	85.92	158.47	50.45	79.42
21	169.87	57.63	86.25	158.79	50.43	79.34
22	169.83	57.81	86.85	159.18	50.16	79.00

① 《中国学生体质与健康研究》,人民教育出版社,1987 年.

12~15岁,女生在10~13岁这个年龄阶段中,各项形态指标快速增长。

女生的发育一般早于男生,9岁时的女生已进入快速增长阶段,12岁达到高峰;而12岁的男生才刚刚进入快速增长阶段。从13岁开始,男生的身高、体重、胸围均开始超过女生。作为初中阶段而言,男生在12~15岁的3年中身高增长了19.37厘米,平均年增长6.46厘米;体重平均年增长5.18千克;胸围平均年增长3.72厘米。女生在12~15岁的3年中身高增长了10.35厘米,平均年增长3.45厘米;体重平均年增长3.92千克;胸围平均年增长2.9厘米。进入高中阶段,也就是男女学生在15~18岁这一年龄阶段中,各项形态指标先后出现增长速度减慢,年增长值减少的趋势。高中阶段形态发育虽进入生长缓慢期,但在7~22岁的总增长量中仍有一定的比例。1985年的该项调查表明:高中阶段仍是生长发育的重要时期。这个时期人的新陈代谢与整个生长期一样,还是同化量大于异化量,此时吸收的营养物质除补偿每天消耗以外,还需要较多的营养物质作为机体生长发育的物质基础。

(2)第二性征及性成熟

初中男生的第二性征主要表现为喉头突起,音调变低,上唇出现胡须,长出阴毛和腋毛,肌肉和骨骼发育坚实,体态显得魁梧。初中女生的第二性征主要表现为音调变尖,乳房隆起,长出阴毛,骨盆变宽,臀部变大,皮下脂肪增多,形成丰满的女性体态。

高中男生在15岁左右几乎全部进入变声期,声调变得粗而低沉。18岁左右的男生喉结都已突起,胡须从上唇扩展到下颏,额两鬓向后移,形成宽肩粗壮的“男子汉”形象。此时女生的声调变得尖细高亢,乳房已充分发育,骨盆长得宽大,胸、肩、臀部和皮下脂肪丰满,显露出女性的风姿。

从生殖系统发育情况来看,高中男生正处于性萌动到性成熟

的阶段，高中女生正处于性成熟阶段。这一时期，他们生理的发育已日趋成熟，基本上具备了成年人的体态形貌和生殖能力。然而他们的心理还很不成熟，对突然到来的身体上的变化还不太适应，而社会、家庭似乎又一下子把他们当成大人看待了。这样，他们便处于一种身体上已成了大人，而心理上则处于还来不及从青少年转为成年人的阶段。这种生理发展与心理发展的不同步，身心发展与社会要求之间的矛盾，便构成了高中生性意识的重要特征。这种身心发展的不平衡，使他们经历着生理、心理和社会性的重要调整，教育工作者和家长要引导他们正确处理面临的问题。

2. 中学阶段是智力发展的飞跃时期，也是学习的最佳年龄阶段

(1) 脑和神经系统的发育逐渐成熟

研究资料表明：10岁时，大脑的重量已经是成人的95%，大脑容积也是成人的95%；到12岁时，大脑的重量一般能达到1400克，与成人的平均脑重相等，大脑容积也已接近成人水平。在这之后，脑的重量和容积虽增加甚少，但皮层细胞的机能迅速地发育着。脑电波的研究表明，13~14岁脑电波出现第二个“飞跃”现象（第一个飞跃现象出现在6岁左右），这说明脑皮层细胞在机能上的成熟。解剖学的资料表明，从这个时期一直到20岁左右，脑细胞的内部结构和机能在不断地进行复杂的分化，脑的沟回增多、加深；神经的联络纤维在数量上大大增加。联络神经元的结构和皮层细胞的结构机能在迅速发展，这就是形成联想、概括、抽象思维的物质基础，为中学生系统地、深入地掌握高难度的知识提供了有利的条件。

研究表明，人的智力发展成熟过程与脑神经细胞之间相互建立联系有关。人生下来就有140亿个左右的脑细胞，但孤立的脑细胞不能工作，经环境刺激与学习，彼此建立联系之后，脑的机能才

能发挥作用.这种联系在小学阶段已完成 80%,到高中阶段已接近全部完成.心理学的早期研究认为,人的智力在 15~20 岁之间达到峰值,随后开始逐渐衰退.而新近的研究改变了这种看法,研究表明,人的智力发展要到 25 岁左右才能达到顶峰.

(2) 认知结构的完整体系逐渐形成

认知是人认识世界的心理活动,是复杂的心理过程,即认识过程.认知也是人认识世界的能力.人类共同的基本的实践活动形成人的一般认知能力(即智力),包括观察力、记忆力、思维能力和想象能力(其中思维能力是认知能力的核心),它是人从事任何活动所不可缺少的,具有普遍性.专门活动或专业活动形成人的特殊认知能力,如数学能力、音乐能力、美术能力等属于特殊能力,是从事某种专门或专业活动所必需的.只有一般能力与特殊能力协同发展,才能增强认知结构的适应力.

高中阶段是人生记忆的最佳时期.我国有关研究证明,在同样长的时间里,高中一、二年级学生记住的学习材料的数量,比小学一、二年级学生多四倍,比初中生多一倍多,达到了记忆的“高峰”.高中生处于记忆的全盛时期.

从初中一年级起,中学生大脑皮质神经活动从第一信号系统,即形象信号系统占优势逐渐转向第二信号系统,即语词系统占主导地位.它主要表现在抽象逻辑思维能力的發展上,这种思维的主要特点是正确掌握概念进行恰当判断和合乎逻辑的推理的思维形式.在朱智贤、林崇德的研究中,初一学生在解答形式逻辑思维的试题时得分的百分数已超过了一半(55.50%),这说明在解答需要用抽象逻辑思维才能解答的形式逻辑试题时,已主要运用抽象逻辑来进行思考,而不是主要运用具体形象思维来解决问题.高二学生在解答全部形式逻辑试题时得分的正确率已接近 3/4,则说明运用抽象逻辑思维来解答形式逻辑试题已趋习惯化,虽然离完全成熟还有一段距离,但已基本成熟.因此,该研究认为,中

学生思维发展的年龄特征的总趋向是：形式逻辑思维在初中一年级即开始占优势，高中二年级则趋于基本成熟；认为整个中学阶段，是在校青少年逻辑思维由开始占优势稳步向基本成熟过渡的关键时期。

由于中学生的抽象逻辑思维水平的迅速提高，促使整个智力水平得到飞跃发展，智力操作过程完全内化。

高中生认知结构的完整体系基本形成，认知活动的自觉性明显增强，认知与情意、个性因素协同发展。

总之，中学生观察敏锐，记忆力特强，想象丰富，思想开放、活跃。中学阶段是学习的最佳年龄阶段，也是开始创造、发明的年龄阶段。

人生任何年龄阶段都应珍惜，但对于学习来说，应特别珍惜中学阶段这个黄金时期。“花有重开日，人无再少年。”“盛年不重来，一日难再晨，及时当勉励，岁月不待人。”“劝君莫惜金缕衣，劝君惜取少年时，花开堪折直须折，莫待花落空折枝。”

3. 中学阶段是理想充分发展，人生观、世界观初步形成的时期，也是易犯错误的阶段

中学生对未来充满理想，并且敢想、敢说、敢干，力求实现自己的理想。在整个中学阶段，理想得到充分发展。初中阶段的理想大多是一些具体的形象，而高中阶段的理想，更多的是向一些概括的形象发展；初中阶段的理想，常常只是在一些特殊场合中与现实生活相联系，而高中阶段的理想，发展为能够经常和现实生活相联系。对于未来生活道路的选择，初中阶段比较笼统、肤浅，而高中阶段发展为较现实和具体；初中阶段的理想比较容易变化，而高中阶段的理想则比较稳定，往往经过一定的考虑，与自己的能力、兴趣结合在一起。

中学阶段，随着理想的充分发展，动机、兴趣、情感、态度、意志、性格也得到充分发展。

由于进行爱国主义等方面的教育,使得中学生的民族自尊心逐步形成,个人的理想、动机、兴趣、情感、态度、意志和性格的发展受到道德认识观念的支配,从而把个人的学习与祖国的前途,人民的命运密切联系起来.又由于中学生通过各科知识的学习,逐渐地了解了一些自然和社会发展的基本规律.还由于经历了初中、高中的升学及职业选择等重大生活实践,从对个人前途的关心的现实出发,逐步形成个人对生活意义的认识.此外,随着十几年人生的社会化进程,经历了许多交友的成功与失败,逐渐形成个人对人际关系的认识与态度.随着年龄增长,开始分担家庭成员的责任,进而表现出对社会经济状况的关心,形成个人对社会经济与政治的态度.上述种种,标志着中学生的人生观、世界观初步形成,这是个体心理发展史上的一个重要里程碑,它对中学生的学习、生活和工作,以及智力和个性品德的形成和发展,都起着重要的指导和调节作用.

随着身心各方面的迅速发展和成熟,在社会各种关系和因素的作用下,中学生的心理出现多种矛盾,表现在情绪和情感上,主要是各种各样的欲求日益增长,他们对这些欲求的合理性的认识水平不高的主观状态与社会客观现实之间产生了矛盾.中学生的欲求有合理的和不合理的成分,而社会现实也有合理的和不合理的因素,它们经常处于矛盾的状态.这种不断增长的个体欲求有时得到社会认可或得到满足,有时受到社会的否定而难以实现.这就使他们发生复杂的、摇摆不定的强烈情绪与情感,表现为情绪与情感来得快,平息得也快,常常是暴风雨式的.

初中二年级,12~14岁,这是个“危险年龄”,性吸引、好奇、冲动、情绪起伏、动机强烈、欲望多、意志薄弱、观念模糊,都是导致这个年龄的孩子犯错误的内因.我国有关犯罪心理学的研究证实,青少年犯罪的初犯高峰年龄是在13岁到15岁之间.