



高等院校“十一五”规划教材·公共基础类

大学物理

王存莲 刘玉富 / 主编



冶金工业出版社

www.cnmp.com.cn

高等院校“十一五”规划教材·公共基础类

大学物理

主 编	王存莲	刘玉富
副主编	张玉英	杨光晔
	赵 春	苏新武

北 京
冶金工业出版社
2009

内 容 简 介

本书是大学物理的基础教学用书, 主要包括力学、热学、电磁学、波动理论和波动光学、近代物理 5 篇共 14 章的内容。

本书作为非物理专业的大学物理教材, 在适度的基础知识与鲜明的结构体系覆盖下, 注意了各部分知识的有机联系, 重点突出, 难度适中。考虑到应用型院校的特点和实际情况, 对例题习题做了精选, 在保证必要的基本训练的基础上, 适当降低其难度, 努力拓宽知识面, 尽量反映新科技发展概况, 是教学改革的一次尝试。

本书适合作为高等院校理工科非物理专业大学物理课程的教材, 也可作为高校人文类专业的物理课程教材或参考书, 亦可作为高校自学考试或函授教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理/王存莲, 刘玉富主编. —北京: 冶金工业出版社,
2009.8
ISBN 978-7-5024-5065-6

I. 大… II. ①王…②刘… III. 物理学—高等学校—教材
IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 140103 号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号, 邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 postmaster@cnmip.com.cn

责任编辑 刘 源

ISBN 978-7-5024-5065-6

北京天正元印务有限公司印刷; 冶金工业出版社发行; 各地新华书店经销

2009 年 8 月第 1 版, 2009 年 8 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16; 20.5 印张; 485 千字; 319 页; 1-3000 册

36.00 元

(本书如有印装质量问题, 本社发行部负责退换)

前 言

本书内容符合国家教育部关于“高等教育要面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的基本要求，是编者总结多年的教学实践经验，参照原国家教委颁发的《高等学校工科本科物理课程教学基本要求》，为高等工科院校各专业编写的大学物理课程教材。本书包括质点运动学、质点动力学、刚体绕定轴转动、气体动理论、热力学基础、静电场、静电场中的导体和电介质、电流的磁场、电磁感应、振动、波动、波动光学、狭义相对论基础、量子物理等 14 章内容，主要介绍一些常用的物理学的基本知识和实际应用。

本书在编写过程中力求突出以下几个方面的特点：

(1) 将一些实际应用有机地渗透到物理规律的学习中，将实用性和适用性体现在教材中的实例、例题和习题中，并突出新。

(2) 选择的语言力求通俗易懂，精炼准确，术语的引入节奏合理，不让读者产生晦涩难懂的感觉。

(3) 每章前提出 1~3 个与本章知识点相关的典型问题作为引入，以启发思考，激发兴趣。内容叙述中体现对这些问题的解决思路。

(4) 章节中第一次涉及的重要概念和定律等，后面括号附英文表达。

(5) 本书还对部分教学内容做了适当调整：删去恒定电流的欧姆定律和直流电路，把电动势的概念放在电磁感应一章；删去磁介质一章，将有关磁介质的基本概念放在电流的磁场一章；振动和波动内容放在波动光学之前讲，使相位概念得到很好的衔接；狭义相对论内容放在了近代物理一篇中，这样更符合物理学发展的时间顺序，突出了相对论和量子力学在近代物理中的两大理论支柱作用。

本书是面向高等院校理工科非物理专业或高校人文类专业的，建议授课时数为 80~100。不同专业在使用时，可根据自身的特点和需要加以取舍。

本书由王存莲、刘玉富任主编，张玉英、杨光晔、赵春、苏新武任副主编，柴常、孙建新、孙丽莉参加编写。

在本书的编写过程中，参考和借鉴了一些国内外的同类优秀教材，使本书编者受益匪浅，在此一并表示诚挚的谢意。

由于编者水平所限，书中如有不足之处敬请使用本书的师生与读者批评指正，以便修订时改进。如读者在使用本书的过程中有其他意见或建议，恳请向编者(bjzhangxf@126.com)踊跃提出宝贵意见。

编 者

目 录

第 I 篇 力 学

第 1 章 质点运动学 1

- 1.1 质点运动及其描述 2
 - 1.1.1 位置矢量 2
 - 1.1.2 运动方程 3
 - 1.1.3 位移 3
 - 1.1.4 速度 4
 - 1.1.5 加速度 6
- 1.2 运动学中的两类基本问题 8
 - 1.2.1 求导类型 8
 - 1.2.2 积分类型 10
- 1.3 圆周运动及其描述 13
 - 1.3.1 圆周运动的角量表示 13
 - 1.3.2 切向加速度和法向加速度 14
 - 1.3.3 角量与线量的关系 15
 - 1.3.4 匀速圆周运动和匀变速
圆周运动的规律 16
- 1.4 相对运动 18
 - 1.4.1 时间与空间 18
 - 1.4.2 相对运动 18
- 习题 20

第 2 章 质点动力学 23

- 2.1 牛顿运动定律概述 单位和量纲 23
 - 2.1.1 牛顿第一定律 23
 - 2.1.2 牛顿第二定律 24
 - 2.1.3 牛顿第三定律 27
 - 2.1.4 物理量的单位和量纲 28
- 2.2 牛顿运动定律的应用 29
 - 2.2.1 第一类基本问题 29
 - 2.2.2 第二类基本问题 30
- 2.3 动量与冲量 动量守恒定律 32
 - 2.3.1 质点的动量定理 33

2.3.2 质点系的动量定理 34

2.3.3 动量守恒定律 35

2.4 功 动能定理 36

2.4.1 变力的功 37

2.4.2 质点的动能定理 39

2.4.3 质点系的动能定理 42

2.5 势能 机械能守恒定律 43

2.5.1 保守力的功 43

2.5.2 势能 46

2.5.3 机械能守恒定律 48

习题 49

第 3 章 刚体绕定轴转动 53

3.1 刚体转动的描述 53

3.1.1 刚体运动的基本形式 53

3.1.2 刚体绕定轴转动的描述 54

3.2 力矩 转动定律 转动惯量 57

3.2.1 力矩 58

3.2.2 转动定律 59

3.2.3 转动惯量 60

3.2.4 刚体的转动动能 60

3.3 角动量 角动量守恒定律 64

3.3.1 质点的角动量和刚体的
角动量 64

3.3.2 刚体定轴转动的角动量
定理 65

3.3.3 刚体定轴转动的角动量
守恒定律 66

习题 70

第 II 篇 热 学

第 4 章 气体动理论 74

4.1 理想气体物态方程 75

4.1.1 气体的物态参量 平衡态 75

4.1.2 理想气体物态方程	76
4.2 理想气体的压强公式	77
4.2.1 理想气体的微观模型	77
4.2.2 分子热运动的基本特征	77
4.2.3 理想气体的压强公式	78
4.3 理想气体分子的平均平动动能 与温度的关系	80
4.4 能量均分定理 理想气体的内能	81
4.4.1 自由度	81
4.4.2 能量均分定理	82
4.4.3 理想气体的内能	83
4.5 麦克斯韦气体分子速率分布律	83
4.5.1 分子的速率分布函数	83
4.5.2 麦克斯韦气体分子速率 分布律	84
4.5.3 3种统计速率	85
习题	87
第5章 热力学基础	90
5.1 热力学第一定律	90
5.1.1 准静态过程 功	90
5.1.2 热力学第一定律	92
5.2 理想气体等值过程 摩尔热容	93
5.2.1 等体过程 定体摩尔 热容	93
5.2.2 等压过程 定压摩尔 热容	94
5.2.3 等温过程	95
5.2.4 绝热过程 等温线和 绝热线	96
5.3 循环过程 卡诺循环	99
5.3.1 循环过程	99
5.3.2 热机和致冷机	100
5.3.3 卡诺循环	101
5.4 热力学第二定律 卡诺定理	105
5.4.1 热力学第二定律	105
5.4.2 可逆过程和不可逆过程	106
5.4.3 卡诺定理	106
习题	107

第III篇 电磁学

第6章 静电场	111
6.1 库仑定律	112
6.2 电场强度	113
6.2.1 电场强度	113
6.2.2 电场强度的计算	114
6.3 电通量 高斯定理	120
6.3.1 电场线	120
6.3.2 电通量	121
6.3.3 静电场的高斯定理	123
6.3.4 高斯定理的应用举例	125
6.4 静电场的环路定理	128
6.4.1 静电场力做功	128
6.4.2 静电场的环路定理	129
6.4.3 电势能	130
6.5 电势	131
6.5.1 电势 电势差	131
6.5.2 点电荷电场的电势	132
6.5.3 电势的计算	132
6.6 等势面 场强与电势的微分关系	135
6.6.1 等势面	135
6.6.2 场强与电势的微分关系	136
习题	137
第7章 静电场中的导体和电介质	140
7.1 静电场中的导体	140
7.1.1 导体的静电平衡条件	140
7.1.2 静电平衡导体上的 电荷分布	141
7.1.3 空腔导体 静电屏蔽	142
7.2 静电场中的电介质	144
7.2.1 电介质的极化	144
7.2.2 电介质中的电场强度 相对电容率	146
7.3 有电介质时的高斯定理	147
7.4 电容器 电容	149
7.4.1 电容器 电容	149
7.4.2 电容器的连接	153

习题	155	10.4 阻尼振动 受迫振动 共振	208
第 8 章 电流的磁场	158	10.4.1 阻尼振动	208
8.1 电流的磁场及其描述	158	10.4.2 受迫振动	209
8.1.1 电流的磁场	158	10.4.3 共振	209
8.1.2 磁场的描述	159	10.5 同方向同频率的两个简谐运动 的合成	210
8.2 毕奥-萨伐尔定律	162	习题	212
8.3 安培环路定理	166	第 11 章 波动	215
8.4 磁场对电流的作用	169	11.1 机械波的形成和描述	215
8.4.1 磁场对运动电荷的作用力	169	11.1.1 机械波的形成	215
8.4.2 磁场对载流导线的作用力	172	11.1.2 机械波的描述	216
8.4.3 磁场对载流线圈的作用力	174	11.1.3 波的基本特征量	216
8.5 磁场中的磁介质	175	11.2 平面简谐波的波函数	217
8.5.1 磁介质及其分类	175	11.2.1 简谐波	217
8.5.2 磁介质的磁化规律	176	11.2.2 平面简谐波的波函数	218
习题	178	11.2.3 波函数的物理意义	218
第 9 章 电磁感应	181	11.3 波的能量和强度	223
9.1 法拉第电磁感应定律 楞次定律	181	11.3.1 波的能量	223
9.1.1 电动势	181	11.3.2 波的强度	224
9.1.2 电磁感应现象 楞次定律	182	11.4 波的叠加和干涉	224
9.1.3 法拉第电磁感应定律	184	11.4.1 惠更斯原理	224
9.2 动生电动势与感生电动势	186	11.4.2 波的叠加原理	225
9.2.1 动生电动势	186	11.4.3 波的干涉	226
9.2.2 感生电动势	188	11.4.4 驻波	228
9.2.3 涡电流	190	习题	230
9.3 自感与互感	191	第 12 章 波动光学	233
9.3.1 自感电动势 自感	192	12.1 相干光	234
9.3.2 互感电动势 互感	193	12.1.1 光的相干性	234
习题	194	12.1.2 相干光的获得	235
第 IV 篇 波动理论和波动光学		12.2 分波阵面干涉 光程	235
第 10 章 振动	197	12.2.1 杨氏双缝干涉实验	235
10.1 简谐运动及其描述	198	12.2.2 光程与光程差	238
10.1.1 简谐运动方程	198	12.2.3 洛埃德镜干涉	240
10.1.2 描述简谐运动的几个 重要物理量	200	12.3 分振幅干涉	241
10.2 简谐运动的矢量图表示法	204	12.3.1 薄膜干涉——等倾干涉	241
10.3 简谐运动的能量	207	12.3.2 薄膜干涉——等厚干涉	245
		12.4 光的衍射	249

12.4.1 光的衍射现象	249	13.3.3 时间间隔的相对性	276
12.4.2 惠更斯-菲涅耳原理	249	习题	277
12.5 单缝的夫琅禾费衍射	251	第 14 章 量子物理	279
12.6 光栅衍射	255	14.1 热辐射 普朗克量子假设	279
12.6.1 光栅	255	14.1.1 黑体辐射	279
12.6.2 光栅衍射	255	14.1.2 普朗克量子假设	281
12.6.3 光栅光谱	257	14.2 光电效应 爱因斯坦的光子理论	283
12.7 光的偏振 马吕斯定律	259	14.2.1 光电效应	283
12.7.1 自然光和偏振光	259	14.2.2 爱因斯坦的光子理论	284
12.7.2 起偏与检偏	260	14.2.3 光的波粒二象性	285
12.7.3 马吕斯定律	261	14.3 玻尔的氢原子理论	286
习题	262	14.3.1 氢原子光谱的规律	286
第 V 篇 近代物理		14.3.2 玻尔的氢原子理论	287
第 13 章 狭义相对论基础	266	14.4 德布罗意波 实物粒子的二象性	290
13.1 狭义相对论产生的背景	266	14.5 不确定度关系	291
13.1.1 经典力学时空观	266	14.6 波函数 薛定谔方程	294
13.1.2 相对性原理	267	14.6.1 波函数	294
13.1.3 电磁定律与相对性原理的矛盾	268	14.6.2 薛定谔方程	296
13.1.4 迈克耳逊-莫雷实验	269	14.7 激光技术的物理基础	298
13.2 狭义相对论的基本原理	271	14.7.1 激光的基本原理	298
13.2.1 爱因斯坦的两个基本假设	271	14.7.2 激光的特性	301
13.2.2 洛伦兹变换	272	14.7.3 激光的应用	302
13.3 狭义相对论的时空观	273	习题	303
13.3.1 同时的相对性	273	习题参考答案	305
13.3.2 长度的相对性	275	参考文献	319

第 I 篇 力 学

力学(mechanics)是物理学的一个分支,物理学的建立就是从力学开始的。以牛顿定律为基础的经典力学是整个物理学的理论基础,经典力学的创立对其他学科的发展影响深远。近代物理中的相对论力学和量子力学的形成都受到经典力学的影响,它们的许多概念和思想都是经典力学概念和思想的发展与改造。不仅如此,经典力学的基础研究不断深化和丰富了人类对基本自然规律的认识,不断为其他学科的发展提供认识工具。目前,经典力学的物理内容仍在深化,经典力学在与其他学科的前沿交叉处迅速发展,形成了多种新的力学分支学科。

经典力学不仅具有很强的基础性,同时又具有广泛的应用性。在一般的工程技术领域,如机械工程、土建与水利工程、爆炸工程、抗震工程、航空与航天技术以及航海技术等,经典力学仍保持着充沛的活力,它的实用性也是学习经典力学的一个重要原因。

力学的研究对象是物体的机械运动。经典力学研究的是弱引力场中宏观物体的低速运动。通常把经典力学分为运动学和动力学。运动学只研究物体运动的规律,不涉及运动状态变化的原因。动力学则研究物体间的相互作用及其对物体运动的影响。

本书经典力学的内容包括质点运动学、质点动力学和刚体力学 3 部分。

第 1 章 质点运动学

质点运动学(particle kinematics)的任务是描述作机械运动的物体在空间的位置随时间变化的关系,而不涉及运动变化的原因。

本章首先定义描述质点运动的物理量,如位置矢量、位移、速度和加速度等,并进而讨论这些量随时间变化的关系。然后讨论曲线运动中的法向加速度和切向加速度以及圆周运动的角量描述。最后将介绍相对运动以及相对运动中的速度相加定理。

位移、速度和加速度是运动学中的重要物理量,它们都具有相对性、瞬时性和矢量性,只有掌握了这些特性,才能正确理解这些物理量的意义,从而掌握物体运动的基本规律。

问题引入:

(1) 一个质点,如果它在一条直线上运动,只要用一条数轴即可描述其运动。如果它在一个平面内运动,且加速度只固定在一个方向上,一般可以建立平面直角坐标系来研究它,并把坐标系的一条轴放在加速度方向上,如平抛运动。当物体的加速度的大小和方向时刻都在变化时,如圆周运动,你会采用什么样的坐标系来研究它呢?

(2) 木星的一个卫星——木卫 1 上面的珞玑火山喷发出的岩块上升高度可达 200km,那么这些石块的喷出速度是多大呢?已知木卫 1 上的重力加速度是 1.80m/s^2 ,而且在木卫 1 上没有空气。

1.1 质点运动及其描述

宇宙中的任何物体都处于永恒的运动中,绝对静止的物体是不存在的。运动是绝对的,静止是相对的,但运动的描述却是相对的。为描述一个物体的运动而选择的参考标准叫做**参考系(reference frame)**。参考系选定后,要想定量地描述物体的位置及其随时间的变化,就必须在参考系上建立适当的**坐标系(coordinate system)**。在力学中常用的是直角坐标系,根据需要,也可以选用极坐标系、自然坐标系和球坐标系等。一般把坐标系的原点和轴固定在参考系上,运动物体的位置就由它在坐标系中的坐标值决定。这样,物体相对坐标系的运动也就是相对于参考系的运动。当参考系选定后,物体运动的性质、轨道形状等也就确定了,且不会因为坐标系的选择不同而有所不同。坐标系选择得当,可以使计算简化。

任何物体均有形状及大小,但在有些问题中,物体的形状及大小对问题的讨论影响不大,可以忽略。这时便可将物体抽象成为一个只有质量而无形状大小的几何点,这样的点称为**质点(particle)**。由两个或两个以上质点所组成的系统称为**质点系(system of particle)**。

质点是一个理想化的模型,它体现了物理学中化繁为简、突出问题的主要方面的研究方法,在实践上和理论上都是有重要意义的。当我们所研究的物体不能被看作质点时,可把整个物体看成由许多质点组成,弄清楚这些质点的运动,就可以弄清楚整个物体的运动。因此,研究质点的运动是研究物体运动的基础。

1.1.1 位置矢量

在坐标系中,质点的位置常用位置矢量表示,简称位矢(position vector)。位矢是从原点指向质点所在位置的有向线段,用矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示。如图 1-1 所示,位矢 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标系 $Oxyz$ 的 3 个坐标轴上的投影分别为 x 、 y 、 z 。所以,质点 P 在直角坐标系 $Oxyz$ 中的位置,既可以用位矢 $\boldsymbol{r}$ 来表示,也可以用坐标 x 、 y 、 z 来表示。引入沿着 x 、 y 、 z 3 轴正方向的单位矢量 $\boldsymbol{i}$ 、 $\boldsymbol{j}$ 、 $\boldsymbol{k}$ 后,那么位矢 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标系 $Oxyz$ 中可以表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \quad (1-1)$$

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦由下式确定

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}; \quad \cos\beta = \frac{y}{r}; \quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \quad (1-2)$$

式(1-2)中 α 、 β 、 γ 分别是 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 、 Oy 轴和 Oz 轴之间的夹角。

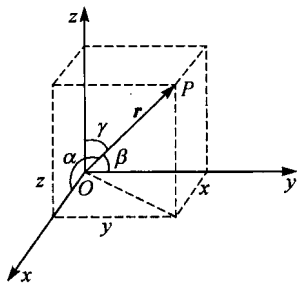


图 1-1 位置矢量

1.1.2 运动方程

当质点运动时, 它相对坐标原点 O 的位矢 $\mathbf{r}$ 是随时间而变化的, 所以, $\mathbf{r}$ 是时间的函数, 即

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-3)$$

式(1-3)称为质点的运动方程。而

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-4)$$

称为运动方程的分量式, 从中消去时间 t 便得到了质点的轨迹方程(locus equation)。如果轨迹是直线, 就叫做直线运动(linear motion); 如果轨迹是曲线, 就叫做曲线运动(curvilinear motion)。如自由落体作的是直线运动, 它的运动方程可写作 $x = \frac{1}{2}gt^2$, 式中 x 的单位为米(m), t 的单位为秒(s), $g = 9.8\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ 。知道了运动方程, 就能确定任一时刻质点的位置, 从而可以确定质点的运动。运动学的重要任务之一, 就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。

1.1.3 位移

设质点沿轨迹 PQ 作一般曲线运动, 时刻 t 质点位于 A , 位矢为 $\mathbf{r}(t)$; 时刻 $t + \Delta t$, 质点位于 B , 位矢为 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$, 如图 1-2 所示。在时间 Δt 内质点位置的变化可用由 A 向 B 所作的矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 来表示, $\Delta\mathbf{r}$ 的大小等于 A 点与 B 点之间的直线距离, 方向由起点 A 指向终点 B , 矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 称为质点在时间 Δt 内的位移(displacement)。

由图 1-2 可知

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (1-5)$$

即质点在某一时间内位矢的增量。

在直角坐标系中, 如图 1-3 所示, 设质点沿轨迹 LM 作一般曲线运动, 时刻 t , 质点位于 P , 位矢为 $\mathbf{r}_1$, 时刻 $(t + \Delta t)$, 位于 Q , 位矢为 $\mathbf{r}_2$, 时间 Δt 内位移为 $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, 由式(1-3)可知

$$\mathbf{r}_1 = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_2 = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k}$$

时间 Δt 内质点的位移为

$$\Delta\mathbf{r} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \quad (1-6)$$

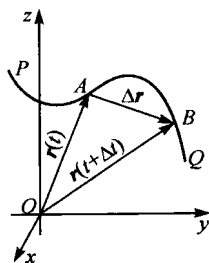


图 1-2 位移图一

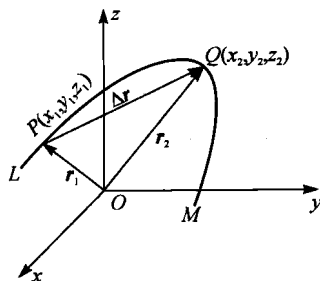


图 1-3 位移图二

令 Δx 、 Δy 、 Δz 分别表示 $\Delta \mathbf{r}$ 沿坐标轴 x 、 y 、 z 的投影, 则有

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}$$

显然

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

$$\Delta z = z_2 - z_1$$

位移和位矢不同, 位矢确定某一时刻质点的位置, 位移则表示某一段时间始末质点位置的变化。位移只反映出一段时间始末质点位置的变化, 它不涉及质点位置变化过程的细节。如图 1-2 所示, 位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的大小虽然等于由 A 到 B 的直线距离, 但这并不意味着质点是从 A 沿直线 AB 移动到 B 的。时间 Δt 内质点从 A 沿轨迹曲线 $\widehat{AB}$ 移动到 B 点所经历路径的长度, 即弧线 $\widehat{AB}$ 的长度, 称为质点在该段时间内的路程。路程是算术量。一般情况下, 某段有限时间内质点位移的大小不等于这段时间内质点所经过的路程。对于相对静止的不同坐标系来说, 位矢依赖于坐标系的选取, 而位移则与坐标系的选取无关。

还要指出的是, 位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 与位矢大小的增量一般是不相等的。设时间 Δt 内位矢大小的增量为 Δr , 则 $\Delta r = |\mathbf{r}(t + \Delta t)| - |\mathbf{r}(t)|$ 。例如, 一质点以半径 R 作匀速圆周运动, 以圆心为原点, 半个周期内质点位移的大小 $|\Delta \mathbf{r}| = 2R$, 位矢大小的增量为 $\Delta r = R - R = 0$ 。

1.1.4 速度

设质点沿轨迹 LM 按运动学方程 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ 作一般曲线运动, 时间 Δt 内质点的位移为 $\Delta \mathbf{r}$, 如图 1-4 所示。质点的位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与发生这个位移所经历的时间 Δt 之比, 称为这一段时间内质点的平均速度, 用 $\bar{\mathbf{v}}$ 表示, 即

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

平均速度是矢量, 其方向与位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向相同。它表示在时间 Δt 内 $\mathbf{r}(t)$ 随时间的平均变化率。

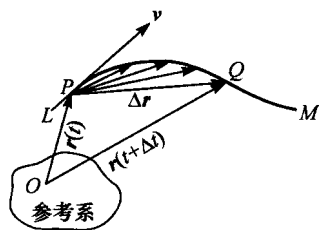


图 1-4 平均速度

平均速度只能对时间 Δt 内质点位置随时间变化的情况作一粗略地描述。

为了精确地描述质点的运动快慢和方向, 可将时间 Δt 无限减小, 并使之趋近于零, 即 $\Delta t \rightarrow 0$, 这样, 质点的平均速度就会趋向于一个确定的极限矢量, 这个极限矢量称为 t 时刻的瞬时速度(instantaneous velocity), 简称速度(velocity), 用 $\boldsymbol{v}$ 表示, 即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \quad (1-8)$$

即速度等于位矢对时间的一阶导数。

速度是矢量, 其大小反映了 t 时刻质点运动的快慢, 其方向就是 t 时刻质点运动的方向。

从速度的定义式(1-7)可知, t 时刻质点速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向就是当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 的极限方向。由图 1-3 可以看出, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, Q 点将趋近于 P 点, $\bar{\boldsymbol{v}}$ 将变得和轨迹上 P 点处的切线重合并指向运动一方, 故 t 时刻质点速度的方向, 沿着该时刻质点所在位置 P 点轨迹的切线, 并指向质点运动的一方。质点在作曲线运动时, 速度沿轨迹的切线方向, 如转动雨伞, 水滴将沿切线方向离开雨伞等。

速度的大小 $|\boldsymbol{v}| = \left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right|$ 常称速率(speed), 速率是标量,

恒取正值。

在直角坐标系中, 设时刻 t , 质点在 P 点, 位矢为 $\boldsymbol{r}$, 速度为 $\boldsymbol{v}$, 如图 1-5 所示。由于 $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$, 根据速度的定义, 有

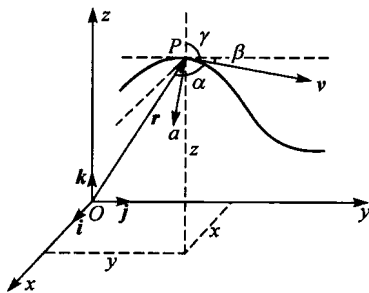


图 1-5 速度

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}) \\ &= \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} \end{aligned}$$

用 v_x 、 v_y 、 v_z 分别表示速度 $\boldsymbol{v}$ 沿坐标轴 x 、 y 、 z 的投影, 则有

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \quad (1-9)$$

显然

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

即速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影, 等于质点对应该轴的坐标对时间的一阶导数。

速度的大小和方向可表示为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v}; \quad \cos \beta = \frac{v_y}{v}; \quad \cos \gamma = \frac{v_z}{v}$$

式中 α 、 β 、 γ ——分别表示速度 $\mathbf{v}$ 与 x 、 y 、 z 3 个坐标轴的夹角。

如果已知用直角坐标系表示的质点运动学方程 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ ，就可以通过求导得出质点在任意时刻 t 速度的大小和方向。

【例 1-1】 设质点的运动方程为 $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$ ，其中 $x(t) = (1\text{m}\cdot\text{s}^{-1})t + 2\text{m}$ ， $y(t) = (\frac{1}{4}\text{m}\cdot\text{s}^{-2})t^2 + 2\text{m}$ 。

(1) 求 $t_1 = 2\text{s}$ 及 $t_2 = 4\text{s}$ 的位置矢量。

(2) 从 2s 末到 4s 末质点的位移。

(3) 求 $t = 3\text{s}$ 时的速度。

(4) 作出质点的运动轨迹图。

解：(1) 将 $t_1 = 2\text{s}$ 及 $t_2 = 4\text{s}$ 分别代入运动方程，得这两个时刻的位置矢量分别为

$$\mathbf{r}_1(t) = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

$$\mathbf{r}_2(t) = 6\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$$

(2) 从 2s 末到 4s 末质点的位移为

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2(t) - \mathbf{r}_1(t) = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

(3) 由题意可得速度分量分别为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}, \quad v_y = \left(\frac{1}{2}\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\right)t$$

故 $t = 3\text{s}$ 时的速度分量为 $v_x = 1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ， $v_y = 1.5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。于是 $t = 3\text{s}$ 时，质点的速度为 $\mathbf{v} = (1\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\mathbf{i} + (1.5\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\mathbf{j}$ 。

速度的值为 $v = 1.8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，速度 $\mathbf{v}$ 与 x 轴之间的夹角为

$$\theta = \arctan \frac{1.5}{1} = 56.3^\circ$$

(4) 由已知运动方程 $x = (1\text{m}\cdot\text{s}^{-1})t + 2\text{m}$ ， $y = (\frac{1}{4}\text{m}\cdot\text{s}^{-2})t^2 + 2\text{m}$ ，

消去 t 得轨迹方程 $y = (\frac{1}{4})x^2 - x + 3\text{m}$ 并可作如图 1-6 所示的质点运动轨迹图。

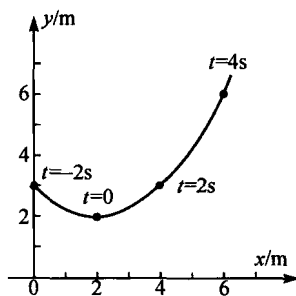


图 1-6 例 1-1 图

1.1.5 加速度

质点运动时，它的速度大小和方向都可能随时间变化，加速度就是描述速度变化情况的物理量。

设质点沿轨迹 LM 作一般曲线运动。时刻 t 质点位于 P ，速度为 $\mathbf{v}(t)$ ；时刻 $(t + \Delta t)$ ，质点位于 Q ，速度为 $\mathbf{v}(t + \Delta t)$ ，如图 1-7 所示。用 $\Delta \mathbf{v}$ 表示时间 Δt 内质点速度的增量，有

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t) \quad (1-10)$$

速度增量 $\Delta \mathbf{v}$ 和 $\mathbf{v}(t)$ 、 $\mathbf{v}(t + \Delta t)$ 之间的关系如图 1-8 所示。质点速度增量 $\Delta \mathbf{v}$ 与其所经历的时间 Δt 之比，称为这一段时间内质点的平均加速度，用 $\bar{\mathbf{a}}$ 表示，即

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1-11)$$

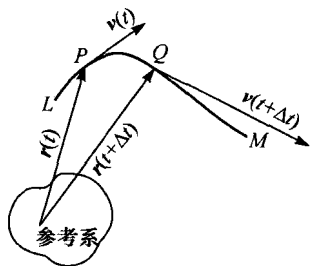


图 1-7 速度变化

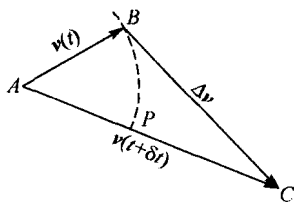


图 1-8 速度增量

平均加速度只能对质点速度随时间变化的情况作一粗略的描述。

为了精确地描述质点速度的变化情况，可将时间 Δt 无限减小，并使之趋近于零，即 $\Delta t \rightarrow 0$ ，这样，质点的平均加速度就会趋向于一个确定的极限矢量，这个极限矢量称为 t 时刻的**瞬时加速度**(instantaneous acceleration)，简称**加速度**(acceleration)，用 $\mathbf{a}$ 表示，即

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (1-12)$$

考虑到 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ，加速度还可以表示为

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1-13)$$

即加速度等于速度对时间的一阶导数，或位矢对时间的二阶导数。只要知道了 $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ 或 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ ，就可以通过求导或二次求导得到质点的加速度表达式。

加速度是矢量，其方向就是当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时平均加速度 $\bar{\mathbf{a}}$ 的极限方向。质点作曲线运动时，加速度的方向总是指向轨迹曲线凹的一面，与同一时刻速度的方向一般是不同的。式(1-12)、(1-13)是加速度的一般表达式。

在直角坐标系中，根据加速度的定义，可得

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} \\ \mathbf{a} &= \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \mathbf{k} \end{aligned}$$

用 a_x 、 a_y 、 a_z 分别表示加速度 $\mathbf{a}$ 沿坐标轴 x 、 y 、 z 的投影, 则有

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

显然

即加速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影, 等于速度沿同一坐标轴的投影对时间的一阶导数, 或等于质点对应该轴的坐标对时间的二阶导数。

加速度的大小和方向可分别表示为

$$\begin{aligned} |\mathbf{a}| &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dt}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2} \\ \cos \alpha' &= \frac{a_x}{|\mathbf{a}|}; \quad \cos \beta' = \frac{a_y}{|\mathbf{a}|}; \quad \cos \gamma' = \frac{a_z}{|\mathbf{a}|} \end{aligned}$$

式中 α' 、 β' 、 γ' —— 分别表示加速度 $\mathbf{a}$ 与 x 、 y 、 z 3 个坐标轴的夹角。

1.2 运动学中的两类基本问题

1.2.1 求导类型

求导类型为第一类基本问题, 它是已知质点的运动方程(常可由已知条件及几何关系得到), 求任意时刻的速度和加速度。这类问题原则上可以应用速度和加速度定义式通过求导运算求解。

【例 1-2】 在离水面高 h 的岸上, 有人用绳拉船靠岸, 如图 1-9 所示。设人以匀速率 v_0 收绳, 试求: 当船距岸边 x_0 时, 船的速度和加速度的大小各是多少?

解: 建立坐标系如图 1-9 所示。设任意时刻绳长为 l , 船处于 x 位置。船在运动过程中, l 和 x 均是 t 的函数, 由题意可知

$$v_0 = -\frac{dl}{dt}$$

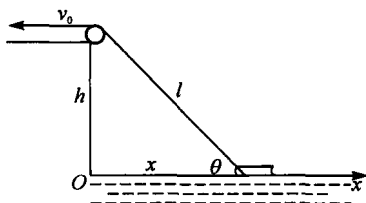


图 1-9 例 1-2 图

显然有关系式

$$l^2 = x^2 + h^2$$

上式两边对时间 t 求导, 得

$$2l \frac{dl}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$$

则船运动的速度大小为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{l}{x} \frac{dl}{dt} = -\frac{l}{x} v_0$$

对速度求导即可以得到船运动的加速度大小为

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_0}{x^2} \left(x \frac{dl}{dt} - l \frac{dx}{dt} \right)$$

代入 x_0 , 即得船在该处的速度和加速度分别为

$$v = -\frac{\sqrt{x_0^2 + h^2}}{x_0} v_0; \quad a = -\frac{v_0^2 h^2}{x_0^3}$$

【例 1-3】 如图 1-10 所示, 在倾角为 θ 的山坡平面上有一门大炮, 大炮相对于山坡的仰角为 α , 发射炮弹的初速度为 v_0 , 求炮弹着地的位置, 并求最大射程时的仰角 α , 忽略空气阻力。

解: 如图 1-10 所示, 取直角坐标系 xOy , 大炮位于坐标原点 O 处, 设 $t=0$ 时刻发射炮弹, 依题意

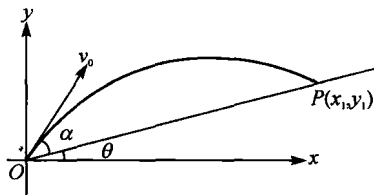


图 1-10 例 1-3 图

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \quad (2)$$

根据初始条件 $t=0$ 时, $x_0=0$, $y_0=0$, 且

$$v_{0x} = v_0 \cos(\theta + \alpha) \quad (3)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin(\theta + \alpha) \quad (4)$$

对式(1)、(2)积分, 并利用式(3)、(4), 有

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos(\theta + \alpha)$$

$$v_y = v_{y0} - gt = v_0 \sin(\theta + \alpha) - gt$$