

初中各科课堂知识

DAISHU

代数

主编 项瑞兰

点点

通



北京师范大学出版社



初中各科课堂知识

CHUZHONGGEKEKETANGZHISHIDIANDIANTONG

G633/65

DAISHU

代数

主 编 项瑞兰
编 者 凌为丰
钱文和
王淑兰



北京师范大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

初中各科课堂知识点点通:代数/项瑞兰主编. —北京:北京师范大学出版社, 1999. 2

ISBN 7-303-04951-7

I. 初… II. 项… III. 代数课-初中-教学参考资料 IV
.G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 39748 号

北京师范大学出版社出版发行

(北京新街口外大街 19 号 邮政编码:100875)

出版人:常汝吉

北京师范大学印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:850mm×1168mm 1/32 印张:14 字数:343 千字

1999 年 2 月北京第 1 版 1999 年 2 月北京第 1 次印刷

印数:1~20 100 册 定价:17.80 元

前言

掌握知识、具备能力是信息化时代对人的根本要求。要达到这一要求，必须全面开展素质教育。落实素质教育要依据大纲、教材，通过课堂主渠道，借助一定的措施和方法，阅读与教材配套的辅助读物。为了帮助广大初中学生更好地理解教材内容，增长知识、提高能力、开发智力，尽快提高思想及文化素质，我们编写了这套《初中各科课堂知识点点通》丛书。这是一套内容全面精辟，通俗易懂，实用性强的丛书。其中包括语文、作文、作文描写、文言文、几何、代数、英语、英语口语、物理、化学、生物、历史、地理共八个学科十三本书。

本丛书的编写紧扣大纲，依据新的课程计划和教学内容调整意见，是配合人教社教材进行学习的最新课外读物。

丛书以教材为准，系统、全面、科学、准确地精讲有关知识，重点、难点突出，同时书中精选典型例题，解说答题思路及方法，并按单元或章节编写相应的练习，以进行学习评估检测。阅读使用此类知识性强，又兼有习题训练、方法指导的书籍，既能全面理解教材，又能抓住精要，

巩固所学知识，对提高学生的分析问题和解决问题的能力大有益处。

丛书的编写，还考虑到不同地区、不同水平学生的实际需要，在突出大纲基本要求的前提下，内容有所扩展、加深和超前。丛书适合于不同程度学生使用，尤其是初中升高中应考学生的必备读物。

为了紧密联系生活实际，增强丛书的可读性，书中编入了一些富有趣味性、实用性的内容。如名人名言集锦、历史故事、民俗民情、英语交际项目、理化知识在生活中的应用、数学知识的综合应用等，以丰富知识，开阔思路，解决实际问题，提高阅读兴趣。

丛书的编写者是海淀区富有教学经验及教研水平的高级教师。这些教师把握大纲、教材深入透彻，治学严谨，编写经验丰富。但由于时间仓促，也难免有疏漏错误之处，诚请提出批评指正。

编者

1998年7月

目 录

第一章 代数初步知识

一、主要知识点及要求层次	(1)
二、基本概念及应用举例	(1)
1. 用字母表示数	(1)
2. 代数式	(2)
3. 代数式的值	(5)
4. 简易方程	(6)
三、知识的综合应用	(9)

第二章 有理数

一、主要知识点及要求层次	(15)
二、基本概念及应用举例	(16)
1. 有理数	(16)
2. 数轴	(18)
3. 相反数	(19)
4. 绝对值	(21)
5. 有理数的大小比较	(23)

6. 倒数	(26)
7. 近似数和有效数字	(26)
三、有理数的运算	(27)
1. 有理数的运算法则	(27)
2. 有理数的运算定律	(29)
3. 运算顺序	(29)
4. 有理数的运算技巧	(32)
四、知识的综合应用	(36)
1. 概念方面的综合	(36)
2. 计算方面的综合	(39)

第三章 整式的加減

一、主要知识点及要求层次	(40)
二、基本概念及应用举例	(40)
1. 单项式	(40)
2. 多项式	(41)
3. 整式	(42)
4. 同类项与合并同类项	(44)
5. 去括号与添括号	(45)
6. 整式的加減	(46)
三、知识的综合应用	(49)

第四章 一元一次方程

一、主要知识点及要求层次	(53)
二、基本概念及应用举例	(53)
1. 等式及其性质	(53)

2. 方程的有关概念	(54)
3. 一元一次方程	(56)
4. 一元一次方程的解法	(57)
5. 列方程解应用题	(61)
三、知识的综合应用	(70)

第五章 二元一次方程组

一、主要知识点及要求层次	(74)
二、基本概念及应用举例	(75)
1. 二元一次方程组的有关概念	(75)
2. 二元一次方程组的解法	(77)
3. 三元一次方程组的解法	(85)
4. 一次方程组的应用	(87)
三、知识的综合应用	(91)

第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组

一、主要知识点及要求层次	(96)
二、基本概念及应用举例	(96)
1. 不等式	(96)
2. 不等式的基本性质	(97)
3. 不等式的解集	(98)
4. 一元一次不等式	(99)
5. 一元一次不等式组	(101)
三、知识的综合应用	(104)

第七章 整式的乘除

一、主要知识点及要求层次	(110)
二、基本概念及应用举例	(110)
1. 幂的运算性质(法则)	(110)
2. 整式的乘法	(113)
3. 乘法公式	(119)
4. 整式的除法	(122)
5. 零指数与负指数	(124)
三、知识的综合应用	(125)

第八章 因式分解

一、主要知识点及要求层次	(132)
二、基本概念及应用举例	(132)
1. 因式分解	(132)
2. 因式分解的方法	(133)
3. 因式分解的一般步骤	(155)
4. 因式分解的特殊方法	(158)
三、知识的综合应用	(162)
1. 利用因式分解简化计算	(162)
2. 条件求值	(162)
3. 解一元二次方程和一元二次不等式	(165)

第九章 分式

一、主要知识点及要求层次	(167)
二、基本概念及应用举例	(167)

1. 分式	(167)
2. 分式的基本性质	(170)
3. 约分、最简分式及通分	(172)
三、分式的运算	(175)
1. 分式的加减法	(175)
2. 分式的乘除法	(179)
3. 分式的乘方	(181)
4. 分式的四则混合运算	(181)
四、分式方程及其应用	(185)
1. 含有字母系数的一元一次方程	(185)
2. 分式方程和它的解法	(187)
3. 分式方程的应用	(192)
五、知识的综合应用	(194)
1. 繁分式及其化简	(194)
2. 化假分式为带分式	(195)
3. 条件求值	(197)
4. 分式的证明	(199)

第十章 数的开方

一、主要知识点及其应用	(200)
二、基本概念及应用举例	(200)
1. 平方根	(200)
2. 算术平方根	(203)
3. 立方根的有关概念	(207)
4. n 次方根和 n 次算术根	(210)
5. 实数	(211)
6. 实数的运算	(214)

三、知识的综合应用	(215)
-----------------	-------

第十一章 二次根式

一、主要知识点及要求层次	(222)
--------------------	-------

二、基本概念及应用举例	(223)
-------------------	-------

1. 二次根式	(223)
---------------	-------

2. 二次根式的性质	(225)
------------------	-------

3. 最简二次根式	(232)
-----------------	-------

4. 同类二次根式	(234)
-----------------	-------

三、二次根式的运算	(236)
-----------------	-------

1. 二次根式的加减	(236)
------------------	-------

2. 二次根式的乘法	(238)
------------------	-------

3. 二次根式的除法	(240)
------------------	-------

4. 分母有理化	(242)
----------------	-------

四、知识的综合应用	(250)
-----------------	-------

1. 条件求值	(250)
---------------	-------

2. 关于双重根式	(255)
-----------------	-------

3. 解方程、方程组和不等式	(257)
----------------------	-------

第十二章 一元二次方程

一、主要知识点及要求层次	(261)
--------------------	-------

二、基本概念及应用举例	(262)
-------------------	-------

1. 一元二次方程	(262)
-----------------	-------

2. 一元二次方程的解法	(264)
--------------------	-------

3. 可化为一元二次方程的方程	(272)
-----------------------	-------

4. 在实数范围内的二次三项式的因式分解	(289)
----------------------------	-------

5. 简单的二元二次方程组	(292)
6. 一元二次方程根的判别式	(302)
7. 一元二次方程的根与系数的关系	(306)
8. 列方程(组)解应用题	(315)
三、知识的综合应用	(324)

第十三章 函数及其图象

一、主要知识点及要求层次	(341)
二、基本概念及应用举例	(342)
1. 平面直角坐标系	(342)
2. 函数	(355)
3. 初中阶段的四种初等代数函数	(365)
三、综合应用	(403)

第十四章 统计初步

一、主要知识点及要求层次	(424)
二、基本概念及应用举例	(424)
1. 总体和样本	(424)
2. 平均数	(426)
3. 众数与中位数	(429)
4. 方差与标准差	(430)
5. 频率分布	(432)
三、知识的综合应用	(434)

第一章 代数初步知识

一、主要知识点及要求层次

	知识点	要求层次
1	代数式	A
2	列代数式	C
3	代数式的值	C
4	方程	B
5	方程的解	B
6	解方程	A

其中,列代数式是本章的重点和难点.

二、基本概念及应用举例

1. 用字母表示数

用字母表示数是代数的一个重要特点,应用时应该注意:

(1)对于字母表示的数,如无特别说明,它可以表示任何一个数.在实际问题中,它表示的只能是使实际问题有意义的数.

(2)同一个数在不同情况下可以用不同的字母来表示,如表示

正方形边长的数可以用 a , 也可以用 x .

(3) 同一个字母在不同的情况下可以表示不同的数.

(4) 小学学过的简单图形的面积、周长公式可用字母表示如下表:

名称	字母意义	周长(P)	面积(S)
长方形	a ——长, b ——宽	$P=2(a+b)$	$S=ab$
正方形	a ——边长	$P=4a$	$S=a^2$
三角形	a ——底边, h ——高		$S=\frac{1}{2}ah$
平行四边形	a ——底边, h ——高		$S=ah$
梯形	a ——上底, b ——下底, h ——高		$S=\frac{1}{2}(a+b)h$
圆	r ——半径	$P=2\pi r$	$S=\pi r^2$

2. 代数式

代数式: 用运算符号把数或者表示数的字母连接起来的式子叫做代数式. 如 a , $\frac{1}{3}$, $\frac{y}{3x}$, $5p-3q$ 等都是代数式, 而 $2x-3=1$, $5>3a$ 等就不是代数式.

(1) 学习代数式应注意的问题:

① 代数式中的乘号可简写成“ $\cdot$ ”, 或者不写.

② 数字与字母相乘时, 要把数字写在字母的左边. 特别地

$1 \cdot a = a$ 时, 其中的 1 可省略.

③ 带分数与字母相乘时, 结果要把带分数化为假分数, 如 $\frac{5}{3}x$

不要写成 $1\frac{2}{3}x$.

④ 代数式中出现除法运算要按分数的写法表示, 如 $(a+b)h \div 2$ 要写成 $\frac{1}{2}(a+b)h$.

(2) 读代数式

① 按运算的结果读, 如 $5x-7$ 读作: x 的 5 倍与 7 的差.

②按从左到右的运算顺序读,如 $a + \frac{1}{b} - 1$ 读作: a 加 b 的倒数减 1.

(3)列代数式

①按运算顺序或运算结果列代数式,如“ a 、 b 两数差的 $\frac{1}{5}$ 与这两数积的 $\frac{2}{3}$ 的和”用代数式表示为 $\frac{1}{5}(a-b) + \frac{2}{3}ab$.

②按实际数量关系列代数式,如“长方形的长是 a , 宽是长的一半, 用代数式表示它的周长和面积”. 分别可列代数式 $2(a + \frac{1}{2}a)$, $\frac{1}{2}a^2$.

例 1 甲数为 x , 乙数为 y , 用代数式表示:

(1)甲数的 3 倍与乙数的 $\frac{1}{3}$ 的和;

(2)乙数与甲数的倒数的 5 倍的差;

(3)甲数与乙数一半的差的 30%;

(4)甲、乙两数之和除以甲数与乙数的差;

(5)比乙数与甲数的 25% 的和小 $\frac{1}{5}$ 的数;

(6)比甲、乙两数和的 15% 大 17 的数.

答案: (1) $3x + \frac{1}{3}y$; (2) $y - \frac{5}{x}$; (3) $(x - \frac{1}{2}y) \cdot 30\%$;

(4) $\frac{x+y}{x-y}$; (5) $(y + 25\%x) - \frac{1}{5}$; (6) $(x+y)15\% + 17$.

例 2 用代数式填空:

(1)用拖拉机耕地每小时可耕 x 亩, 120 亩地需要_____小时耕完;

(2)桔子每千克 a 元, 苹果每千克 b 元, m 千克桔子, n 千克苹果共需_____元;

(3)在 p 千克含盐 15% 的盐水中, 含盐有_____千克, 含水_____千克;

(4) 一个周长是 40 米的长方形, 若它的长是 x 米, 则它的宽是 _____, 它的面积是 _____ 米²;

(5) 一件工作, 甲单独完成需要 x 天, 乙单独完成需要 y 天, 甲乙二人合作 5 天共完成全部工作的 _____;

(6) A, B 两地相距 75 千米, 从 A 到 B 甲用 x 小时走完, 乙比甲少用 2 小时走完, 则甲比乙每小时慢 _____ 千米.

解: (1) 因为 $\text{工作时间} = \frac{\text{工作量}}{\text{工作效率}}$,

所以 耕 120 亩地需要 $\frac{120}{x}$ 小时;

(2) $(am+bn)$ 元;

(3) $15\%p, 85\%p$;

(4) 因为 周长 $= 2(\text{长} + \text{宽})$, 所以 宽 $= \frac{40}{2} - x = 20 - x$ (米).

因为 面积 $= \text{长} \times \text{宽}$, 所以 面积 $= x(20-x)$ (米²).

(5) 因为 甲的工作效率为 $\frac{1}{x}$, 乙的工作效率为 $\frac{1}{y}$,

所以 甲乙合作 5 天, 共完成全部工作的 $5(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$;

(6) 因为 甲的速度是 $\frac{75}{x}$ 千米/小时, 乙的速度是 $\frac{75}{x-2}$ 千米/小时,

所以 甲比乙每小时慢 $(\frac{75}{x-2} - \frac{75}{x})$ 千米.

例 3 列代数式表示所求的数:

(1) 比 x 与 y 的 3 倍的差的 $\frac{1}{10}$ 大 $\frac{1}{4}$ 的数;

(2) 被 8 除商 m 余 1 的数;

(3) 比 $4p$ 的平方小 81 的数;

(4) 不能被 3 整除的数

解: (1) $\frac{1}{10}(x-3y) + \frac{1}{4}$;

(2)因为 被除数=除数 $\times$ 商数+余数,

所以 被8除商 m 余1的数是 $8m+1$;

(3) $(4p)^2-81$;

(4)任何一个整数被3除结果有三种可能:①除尽(余数为0);②除不尽,余数为1;③除不尽,余数为2.②、③属于不能被3整除的情况.

所以 不能被3整除的数可表示为: $3n+1$ 或 $3n+2$ (其中 n 是整数).

说明 列代数式作为本章的重点(也是难点),在整个初中阶段的代数学习中起着重要的作用.许多实际问题的解决都与列代数式密切相关.正确列出代数式要做到:①注意运算法则、运算顺序的正确表达;②理解基本数量关系的语言表述;③抓住关键词语,会将文字语言的叙述转化为数学符号的表达式.

3. 代数式的值

代数式的值:用数值代替代数式里的字母,按照代数式指明的运算,计算出结果就叫做代数式的值.代数式的值是由代数式中字母的取值确定的,并随字母取值的变化而变化.

例1 计算:当 $x=0$, $x=1$, $x=\frac{1}{2}$ 时,求代数式 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 的值.

解:当 $x=0$ 时,

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1=0\times(0+1)(0+2)(0+3)+1=1;$$

当 $x=1$ 时,

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1=1\times(1+1)(1+2)(1+3)+1=25;$$

当 $x=\frac{1}{2}$ 时,

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2}+1)(\frac{1}{2}+2)(\frac{1}{2}+3)+$$