

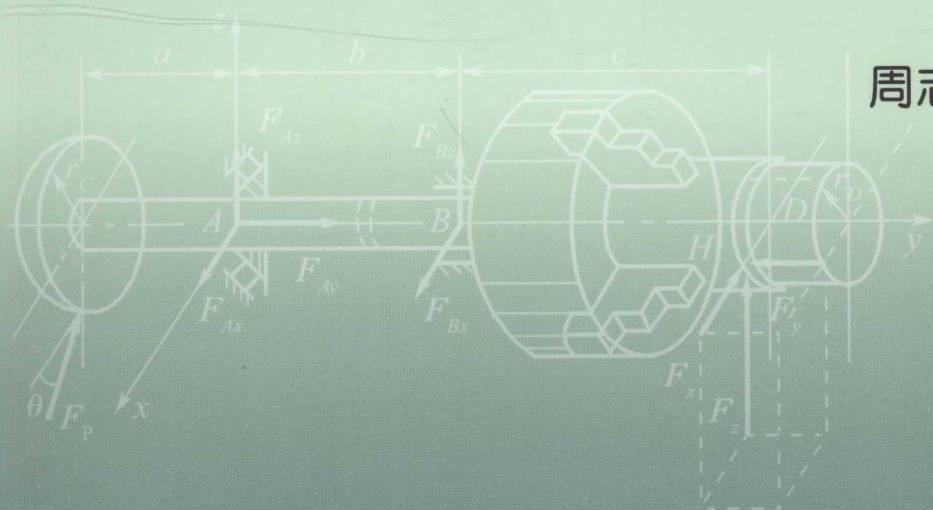


东南大学简明力学系列教材  
普通高等教育规划教材

# 理论力学

Theoretical Mechanics

周志红 主 编



人民交通出版社  
China Communications Press

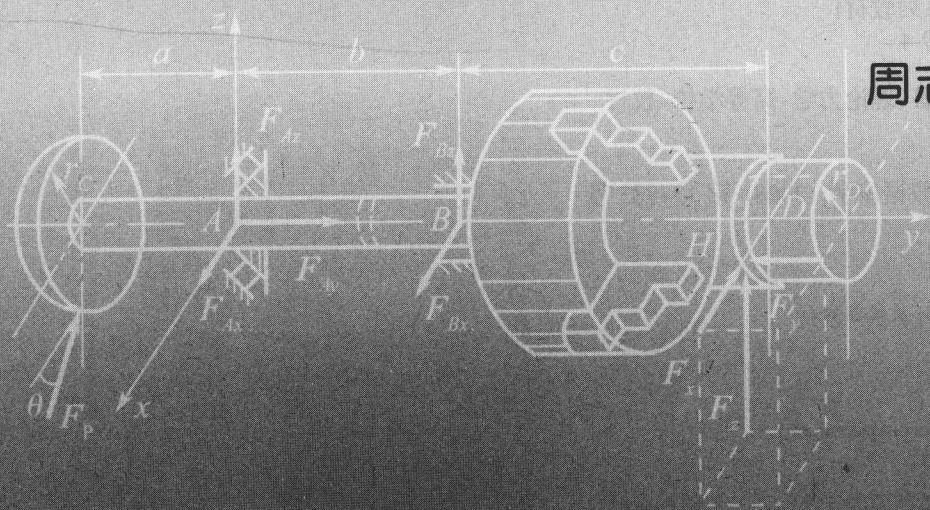


东南大学简明力学系列教材  
普通高等教育规划教材

# 理论力学

Theoretical Mechanics

周志红 主编



人民交通出版社  
China Communications Press

## 内 容 提 要

本书是东南大学简明力学系列教材之一。编写的目的是适应当前教育改革及大量培养高等科技人才的需要。本书用较多篇幅讲解理论力学的基本概念、基本理论、基本方法,着重讨论平面问题,对空间问题及一些提高性内容,则抓住实质、特点作精练的论述。本书重视物理概念及工程应用,例题丰富,重视分析,深入浅出。本书包括静力学、运动学及动力学3篇,共15章。每章有教学要求、小结。

本书可作为高等院校理工科专业中少学时理论力学课程的教学用书,也可供相关专业的工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/周志红主编. —北京:人民交通出版社,  
2009.8  
(东南大学简明力学系列教材)  
ISBN 978-7-114-07369-4

I.理... II.周... III.理论力学-高等学校-教材  
IV.031

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第137383号

东南大学简明力学系列教材

书 名:理论力学

著 作 者:周志红

责任编辑:吴有铭(wym@ccpress.com.cn)

出版发行:人民交通出版社

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址:<http://www.ccpress.com.cn>

销售电话:(010)59757969, 59757973

总 经 销:北京中交盛世书刊有限公司

经 销:各地新华书店

印 刷:北京鑫正大印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:17.75

字 数:433千

版 次:2009年8月第1版

印 次:2009年8月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-07369-4

定 价:29.00元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

# 前 言

理论力学是高等院校理工科专业普遍开设的一门技术基础课程,讲授物体机械运动的一般规律及其工程应用。理论力学虽然讲授经典理论,但其概念、理论及方法不仅是许多后续专业课程的基础,甚至在解决现代科技问题中也能直接发挥作用。近年来,许多工程专业的研究生常常要求补充理论力学知识以增强解决问题能力的现象就是一个例证。同时,在我国高等教育的发展与改革中,学校数量与类型增多,对课程提出了不同层次的要求,而理论力学课程的学时也有所减少。因此,本书在编写过程中有以下一些考虑:

(1)保留了“静力学、运动学、动力学”的理论力学教学体系;国内外多年的教学实践证明,这个体系是符合学生的认识规律的。

(2)对有些已经在物理中讲授的内容,本书只作简要叙述,侧重于理论力学的基本概念、基本理论与基本方法,以减少教学学时。

(3)突出工程观念的培养和力学在工程中的应用。编入了大量联系工程实际的例题与习题,以培养学生建立力学模型和解决实际问题的能力。

(4)为了使学生切实掌握理论力学的基本内容,本书以二维平面问题作为重点,例如静力学中的平面力系及桁架与摩擦,运动学与动力学中的平面问题等,设置了较多的例题,使学生能解决一些简单问题。

(5)按照最新的理论力学教学基本要求,对于加深及拓宽的内容加上星号予以区别,以便于使用者根据需要选用。

(6)力求进行启发式教学,在正文中编入一些思考题,尝试用提问的方式进行教学,给学生留下思考的空间。

(7)每章都有教学要求和本章小结,列出主要的知识点,便于读者明确重点,并将所学知识系统化。

本书适用于工科各专业。全书包括静力学、运动学及动力学3篇,共15章。

本书由周志红编写第一章至第五章、第十一章至第十四章,董蓁良编写第六章至第九章,廖东斌编写第十章、第十五章,费庆国校对,全书由周志红统稿。由于作者水平有限,本书不当与有误之处在所难免,真诚希望读者指正。

本书在编写过程中,主要参考了南京工学院(现为东南大学)和西安交通大学编写的《理论力学》(上、下册),以及郭应征、周志红编写的《理论力学》,同时还参考了国内外一些优秀教材,在此谨向这些教材的编著者深表感谢。

编 者

2009年4月18日

## 主要符号表

|          |                  |             |                 |
|----------|------------------|-------------|-----------------|
| $a$      | 加速度              | $M_O(F)$    | 力 $F$ 对点 $O$ 的矩 |
| $a_n$    | 法向加速度            | $M_I$       | 惯性力的主矩          |
| $a_t$    | 切向加速度            | $n$         | 质点数目            |
| $a_a$    | 绝对加速度            | $p$         | 动量              |
| $a_e$    | 牵连加速度            | $P$         | 重量, 功率          |
| $a_r$    | 相对加速度            | $q$         | 荷载集度            |
| $a_C$    | 科氏加速度            | $r$         | 半径              |
| $a_C$    | 质心加速度            | $r$         | 矢径              |
| $A$      | 面积, 自由振动振幅       | $r_O$       | 点 $O$ 的矢径       |
| $f$      | 动摩擦因数            | $r_C$       | 质心的矢径           |
| $f_s$    | 静摩擦因数            | $R$         | 半径              |
| $F$      | 力                | $s$         | 弧坐标             |
| $F'_R$   | 主矢               | $t$         | 时间              |
| $F_R$    | 合力               | $T$         | 动能, 周期          |
| $F_s$    | 静滑动摩擦力           | $v$         | 速度              |
| $F_N$    | 法向约束力            | $v_a$       | 绝对速度            |
| $F_{le}$ | 牵连惯性力            | $v_r$       | 相对速度            |
| $F_{IC}$ | 科氏惯性力            | $v_e$       | 牵连速度            |
| $F_I$    | 惯性力              | $v_C$       | 质心速度            |
| $g$      | 重力加速度            | $V$         | 势能, 体积          |
| $G$      | 重力               | $W$         | 力的功             |
| $h$      | 高度               | $\alpha$    | 角加速度            |
| $i$      | $x$ 轴的单位矢量       | $\delta$    | 滚阻系数            |
| $I$      | 冲量               | $\delta$    | 变分符号            |
| $j$      | $y$ 轴的单位矢量       | $\rho$      | 密度, 曲率半径        |
| $J_z$    | 刚体对 $z$ 轴的转动惯量   | $\varphi_f$ | 摩擦角             |
| $J_{yz}$ | 刚体对 $y, z$ 轴的惯性积 | $\omega$    | 角速度             |
| $J_C$    | 刚体对质心的转动惯量       | $\omega_0$  | 固有频率            |
| $k$      | 弹簧刚度系数           |             |                 |
| $k$      | $z$ 轴的单位矢量       |             |                 |
| $l$      | 长度               |             |                 |
| $L_O$    | 质点系对点 $O$ 的动量矩   |             |                 |
| $L_C$    | 质点系对质心 $C$ 的动量矩  |             |                 |
| $m$      | 质量               |             |                 |
| $M$      | 质点系总的质量, 平面力偶矩   |             |                 |
| $M$      | 力偶矩, 主矩          |             |                 |
| $M_z(F)$ | 力 $F$ 对 $z$ 轴的矩  |             |                 |

# 目 录

|         |   |
|---------|---|
| 绪论..... | 1 |
|---------|---|

## 第一篇 静 力 学

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 第一章 静力学公理和物体的受力分析.....     | 5  |
| § 1.1 力和刚体的概念 .....        | 5  |
| § 1.2 静力学公理 .....          | 6  |
| § 1.3 约束与约束力 .....         | 8  |
| § 1.4 物体的受力分析与受力图.....     | 11 |
| 本章小结 .....                 | 14 |
| 习题 .....                   | 15 |
| 第二章 平面汇交力系和平面力偶系 .....     | 18 |
| § 2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法..... | 18 |
| § 2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法..... | 20 |
| § 2.3 平面内力对点的矩.....        | 22 |
| § 2.4 平面力偶理论.....          | 23 |
| § 2.5 平面力偶系的合成和平衡条件.....   | 24 |
| 本章小结 .....                 | 25 |
| 习题 .....                   | 26 |
| 第三章 平面任意力系 .....           | 30 |
| § 3.1 力线平移定理.....          | 30 |
| § 3.2 平面力系向一点的简化.....      | 31 |
| § 3.3 平面任意力系的平衡方程.....     | 34 |
| § 3.4 物体系统的平衡.....         | 37 |
| § 3.5 平面简单桁架的内力计算.....     | 41 |
| 本章小结 .....                 | 43 |
| 习题 .....                   | 44 |
| 第四章 摩擦 .....               | 50 |
| § 4.1 滑动摩擦.....            | 50 |
| § 4.2 摩擦角和自锁现象.....        | 52 |
| § 4.3 考虑摩擦的平衡问题.....       | 53 |
| § 4.4 滚动摩阻.....            | 58 |
| 本章小结 .....                 | 60 |
| 习题 .....                   | 61 |

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 第五章 空间力系 .....           | 65 |
| § 5.1 空间汇交力系 .....       | 65 |
| § 5.2 力对点之矩矢和力对轴之矩 ..... | 67 |
| § 5.3 空间力偶 .....         | 70 |
| § 5.4 空间任意力系向一点简化 .....  | 72 |
| § 5.5 空间任意力系的平衡 .....    | 75 |
| § 5.6 重心 .....           | 79 |
| 本章小结 .....               | 83 |
| 习题 .....                 | 84 |

## 第二篇 运 动 学

|                                          |     |
|------------------------------------------|-----|
| 第六章 点的运动学 .....                          | 93  |
| § 6.1 点的运动方程 .....                       | 93  |
| § 6.2 点的速度和加速度 .....                     | 96  |
| § 6.3 点的速度和加速度在直角坐标轴上的投影 .....           | 96  |
| § 6.4 自然轴系 .....                         | 101 |
| § 6.5 点的速度和加速度在自然轴系上的投影 点的切向与法向加速度 ..... | 102 |
| 本章小结 .....                               | 105 |
| 习题 .....                                 | 106 |
| 第七章 刚体的基本运动 .....                        | 110 |
| § 7.1 刚体的平移 .....                        | 110 |
| § 7.2 刚体的定轴转动 .....                      | 111 |
| § 7.3 转动刚体内各点的速度和加速度 .....               | 114 |
| * § 7.4 角速度矢量和角加速度矢量 用矢积表示点的速度和加速度 ..... | 117 |
| 本章小结 .....                               | 119 |
| 习题 .....                                 | 120 |
| 第八章 点的合成运动 .....                         | 123 |
| § 8.1 相对运动、绝对运动和牵连运动 .....               | 123 |
| § 8.2 速度合成定理 .....                       | 125 |
| § 8.3 牵连运动为平移时点的加速度合成定理 .....            | 129 |
| § 8.4 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理 .....          | 132 |
| 本章小结 .....                               | 138 |
| 习题 .....                                 | 139 |
| 第九章 刚体的平面运动 .....                        | 145 |
| § 9.1 刚体平面运动的运动分解 .....                  | 145 |
| § 9.2 平面图形上各点的速度分析 .....                 | 147 |
| § 9.3 平面图形上各点的加速度分析 .....                | 155 |
| § 9.4 运动学综合应用 .....                      | 159 |
| 本章小结 .....                               | 161 |

|         |     |
|---------|-----|
| 习题····· | 161 |
|---------|-----|

## 第三篇 动 力 学

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| <b>第十章 质点动力学</b> ·····    | 169 |
| § 10.1 动力学的基本定律·····      | 169 |
| § 10.2 质点的运动微分方程·····     | 170 |
| § 10.3 质点在非惯性系中的运动·····   | 173 |
| 本章小结·····                 | 175 |
| 习题·····                   | 176 |
| <b>第十一章 动量定理</b> ·····    | 178 |
| § 11.1 动力学普遍定理·····       | 178 |
| § 11.2 动量和冲量·····         | 178 |
| § 11.3 动量定理·····          | 180 |
| § 11.4 质心运动定理·····        | 183 |
| 本章小结·····                 | 187 |
| 习题·····                   | 187 |
| <b>第十二章 动量矩定理</b> ·····   | 191 |
| § 12.1 动量矩·····           | 191 |
| § 12.2 动量矩定理·····         | 193 |
| § 12.3 刚体对轴的转动惯量·····     | 195 |
| § 12.4 刚体定轴转动微分方程·····    | 200 |
| * § 12.5 相对于质心的动量矩定理····· | 203 |
| § 12.6 刚体平面运动微分方程·····    | 204 |
| 本章小结·····                 | 207 |
| 习题·····                   | 207 |
| <b>第十三章 动能定理</b> ·····    | 213 |
| § 13.1 功、功率和机械效率·····     | 213 |
| § 13.2 动能定理·····          | 218 |
| § 13.3 势力场与势能·····        | 224 |
| § 13.4 动力学普遍定理的综合应用·····  | 228 |
| 本章小结·····                 | 231 |
| 习题·····                   | 231 |
| <b>第十四章 达朗贝尔原理</b> ·····  | 237 |
| § 14.1 达朗贝尔原理·····        | 237 |
| § 14.2 刚体惯性力系的简化·····     | 240 |
| § 14.3 动静法应用举例·····       | 242 |
| § 14.4 定轴转动刚体的动约束力·····   | 244 |
| 本章小结·····                 | 247 |
| 习题·····                   | 247 |

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| 第十五章 虚位移原理.....       | 251 |
| § 15.1 分析力学的基本概念..... | 251 |
| § 15.2 虚位移原理.....     | 253 |
| 本章小结.....             | 256 |
| 习题.....               | 256 |
| 习题答案.....             | 259 |
| 参考文献.....             | 271 |

# 绪 论

力学是研究物体机械运动与变形的学科,理论力学则是研究物体机械运动的基本规律。力学的发展有着悠久的历史,而且与人类的科学实践与生产实践密切相关。1687年,牛顿发表了名著《自然哲学的数学原理》,奠定了经典力学的科学基础;在前人长期研究的基础上,牛顿总结出了三大运动定律及万有引力定律。万有引力定律是根据开普勒对行星运动观测的结果而发现的,160年后,在由万有引力定律计算出的位置上发现了一颗新行星——海王星,这是用经典力学理论指导科学实践的成就。18世纪,机械工业已有了很大的发展,日益复杂的机械运动与受力分析要求新的力学方法。1788年,拉格朗日发表了名著《分析力学》,建立了约束系统动力学的理论与方法。其使用广义坐标等标量描述系统的运动,借助变分原理建立力与运动的关系,并全部采用数学分析研究方法,建立了一套与牛顿体系完全不同的新体系,即经典力学的分析力学体系。20世纪中叶以后,由于机器人等复杂机械系统的应用、航天技术的发展、运动生物力学的出现,以及计算机的广泛应用,出现了许多研究物体机械运动的新学科,如多系统动力学、计算动力学等,但经典力学在解决现代科技问题中仍然起着重要作用。

理论力学课程讲授经典力学中的牛顿—欧拉体系,在高等理工科院校中,对于许多专业都是一门基础性的课程。理论力学是认识自然的基础,解决实际工程问题的基础,也是一系列相关后续课程的基础。深入掌握理论力学的基本概念、基本理论及基本方法对提高未来的科技人员的素质是十分重要的。

理论力学是一门演绎性较强的课程,对训练逻辑思维颇有好处;同时,习题变化多端,便于培养灵活运用能力。理论力学研究的机械运动广泛存在于自然现象、日常生活和工程实际中;学习理论力学时还应善于联系实际、多作分析,特别是定性分析。



# 第一篇 静 力 学

**静力学**是研究物体在力系作用下平衡规律的科学。

所谓**平衡**就是指物体相对于惯性参考系静止或作匀速直线平移的状态。平衡可看作为物体运动的一种特殊形式。**力系**是指作用于物体上的一群力。若一个力系作用于物体上并使其保持平衡,则此力系称为**平衡力系**。

静力学主要研究以下三个问题:

## (1) 物体的受力分析

分析某个物体共受几个力,以及每个力的作用线位置、大小和方向。物体的受力分析是静力学问题分析求解的关键。

## (2) 力系的等效代换和简化

如果将作用在物体上的一个力系用另一个与它等效的力系来代替,则称这两个力系互为等效力系。用一个简单力系等效地代换一个复杂力系,称为力系的简化。

## (3) 力系的平衡条件及其应用

首先研究物体平衡时,作用在物体上的各种力系所需满足的条件。然后根据力系的平衡条件,解决工程实际问题。力系的平衡条件在工程实际中有着十分重要的意义,是进行静力计算的基础。静力学在工程实际中有着广泛的应用。

在物理课程中,已经接触过静力学,并建立了力、平衡、质点、刚体等有关概念。学习静力学时,一方面要巩固与深化这些概念,另一方面是要掌握新的理论与方法。



# 第一章 静力学公理和物体的受力分析

## 教学要求:

1. 介绍力、刚体等几个基本概念及静力学五个公理;
2. 熟悉常见约束的性质;
3. 熟练掌握物体的受力分析。

本章首先介绍力、刚体等几个基本概念,然后讨论作为静力学基础的五个公理,最后介绍约束、约束类型和物体的受力分析。这些内容是研究静力学的基础。

## § 1.1 力和刚体的概念

### 1. 力的概念

力是物体之间的机械作用,这种相互作用使物体的运动状态和形状发生变化。例如,人推车的力使车改变它的运动状态(如由静到动、由慢到快等),地球对月球的引力使月球不断改变运动方向而绕着地球运转,手对排球的打击力使排球的运动状态和形状都发生变化等。

力使物体运动状态发生改变的效应称为力的外效应,而力使物体形状发生改变(即变形)的效应称为力的内效应。理论力学主要研究力的外效应,而力的内效应则留待材料力学研究。在本课程中,如果不特别指明,则力对物体的效应都是指外效应。

实践证明,力对物体的效应(包括内、外效应)取决于三个要素:大小、方向和作用点。在国际单位制中,力的单位是牛(N)或千牛(kN)。

在力学中要区别两类量:标量和矢量。在确定某种量时,只需一个数就能确定的量称为标量。例如长度、时间、质量都是标量。在确定某种量时,不但要考虑它的大小,而且要考虑它的方向,这类量称为矢量(也称向量)。矢量有两方面的含义:第一,它具有大小和方向,可以用一个“矢”来表示;第二,要按特定的运算规则进行运算,其中最基本的就是矢量的加法规则——平行四边形法则。

力对物体的效应不仅决定于它的大小,而且还决定于它的方向和作用点,所以是矢量。

### 2. 刚体的概念

一般情况下,工程上的机械零件和结构构件在力的作用下产生的变形是很微小的,甚至只有用专门的仪器才能测量出来。在很多工程问题中,这种微小的变形对于研究物体的平衡问题影响极小,可以略去不计。忽略了物体微小的变形后便可把物体看成刚体。刚体是指在力的作用下保持其形状和大小不变的物体,或者说,在力的作用下其内任意两点之间的距离保持不变的物体。刚体是对物体加以抽象后得到的一种理想模型。在研究平衡问题时,将物体看

成刚体能大大简化问题的研究。然而也应当注意,当研究另一类性质的问题时,例如研究物体  
内力的分布规律时,即使变形很小,也不能把物体视为刚体,而必须作为变形体来处理。所以,  
一个物体能否看作刚体,不仅取决于物体变形的大小,而且与要解决问题的要求有关。

## § 1.2 静力学公理

人们在长期的生活和生产活动中,经过实践、认识、再实践、再认识的过程,不仅建立了力  
的概念,而且还总结概括出力的各种性质,这些性质包括在已由无数实践证实了的符合客观规  
律的几个公理中。静力学的全部理论,就建立在以下五个公理的基础上。

### 公理一 二力平衡原理

受两力作用的刚体,其平衡的必要和充分条件是:此两力的大小相等,方向相反,并且作用  
在同一直线上(简称此两力等值、反向、共线)。

这是最简单的平衡力系。例如,不计质量的拉杆  $AB$ ,其两端分别受到两个力  $F_A$  和  $F_B$  的作  
用(图 1.1a),由经验知道,要使拉杆平衡,这两个力必须而且只需大小相等、方向相反且作用在  
同一直线上。再如,钢丝绳提升重物(图 1.1b),重物受到  
钢丝绳拉力  $F_T$  和重力  $G$  的作用,这两个力方向相反,作用  
在同一直线上。实践证明,要使重物匀速上升、匀速下降  
或静止(即处于平衡状态),必须且只须使  $F_T = G$ 。

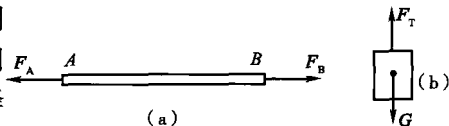


图 1.1

二力平衡原理只适用于刚体。它是论证刚体平衡条件的基础。

在两个力作用下且处于平衡的刚体称为二力体。如果物体是某种杆件或构件,则称为二  
力杆件或二力构件。

### 公理二 加减平衡力系原理

在作用于刚体上的任意一个力系上,加上或减去任意个平衡力系,并不改变原力系对刚体  
的效应。

此公理只是对刚体而言的,是研究力系等效代换的基础。它不适用于变形体,因为加减平  
衡力系会影响到物体的变形。

应用本公理可以得出如下重要推论。

#### 推论 1 (力的可传性)

作用在刚体上的一个力,可沿其作用线任意移动作用点而不改变此力对刚体的效应。

必须指出,力的可传性只适用于刚体而不适用于变形体。

根据力的可传性,对于作用于刚体上的力来说,力的三要素成为大小、方向和作用线,这  
样,力矢就可以沿其作用线滑动。因此,作用于刚体上的力是滑动矢量。

### 公理三 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的的两个力可以合成为一个合力,合力也作用于该点,其大小和方向

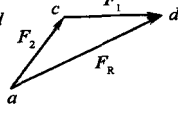
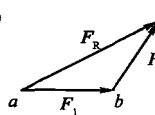
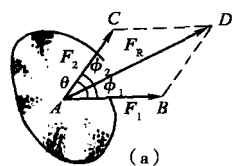


图 1.2

由以两分力为邻边所构成的平行四边形的对  
角线表示。

力的平行四边形法则指出,两个力相加  
(合成)要用平行四边形法则求几何和,即矢  
量和。合力可用下列矢量等式来表示(图  
1.2a):

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1.1)$$

为了求出合力  $\mathbf{F}_R$  的大小和方向,可以用几何作图法,或利用三角公式计算。用几何作图法时,可选取适当的力比例尺作平行四边形,然后直接从图上量取对角线的长度,它按比例表示合力  $\mathbf{F}_R$  的大小,对角线与分力间的夹角表示合力的方向,可用量角器量出。利用三角公式计算时,若已知  $F_1$ 、 $F_2$  和它们的夹角  $\theta$ ,则由余弦定理可得

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} \quad (1.2)$$

为了求合力  $\mathbf{F}_R$  与分力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  之间的夹角,可由正弦定理求得

$$\sin\varphi_1 = \frac{F_2\sin\theta}{F_R}, \sin\varphi_2 = \frac{F_1\sin\theta}{F_R} \quad (1.3)$$

由图 1.2b,也可以用力三角形法则求合力  $\mathbf{F}_R$ ,从任意点  $a$  作力矢  $\mathbf{F}_1$ ,再以力矢  $\mathbf{F}_1$  的末端  $b$  作为力矢  $\mathbf{F}_2$  的始端画出力矢  $\mathbf{F}_2$  (即两分力首尾相连),那么矢量  $\vec{ad}$  就代表合力矢  $\mathbf{F}_R$ 。分力矢和合力矢所构成的三角形  $abd$  称为力三角形。如果先画  $\mathbf{F}_2$ ,后画  $\mathbf{F}_1$  (图 1.2c),也能得到相同的合力矢  $\mathbf{F}_R$ 。可见力满足矢量的加法法则,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_1$$

根据以上三个公理,可以得出如下推论:

### 推论 2 (三力平衡汇交定理)

当刚体受三个力作用而处于平衡时,若其中两个力的作用线相交于一点,则此三力必共面和共点。

### 公理四 作用和反作用定律

这个定律就是牛顿第三定律。两个物体间相互作用的一对力,总是大小相等,方向相反,作用线相同,且分别作用于这两个物体上。

必须把作用和反作用定律与二力平衡原理严格地区别开来。作用和反作用定律是表明两个物体相互作用的力学性质,而二力平衡原理则说明一个刚体在两个力作用下处于平衡时两力应满足的条件。

### 公理五 刚化原理

变形体在力系作用下处于平衡状态时,如假想将变形后的物体换成刚体(刚化),则此刚化后的物体在原力系作用下处于平衡。

例如绳  $AB$  在等值、反向、共线的两个拉力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  作用下处于平衡(图 1.3a),则按刚化原理可知,假想  $AB$  为刚杆,则此刚杆在原力系作用下仍然处于平衡。这就是说,变形体平衡时力系必须满足刚体平衡时所需满足的平衡条件。但应注意,满足了刚体平衡条件,对变形体来说并不一定平衡。如图 1.3b,刚体  $AB$  在等值、反向、共线的两个压力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  作用下处于平衡,但若把刚杆  $AB$  换成为柔软的绳索,则就不可能处于平衡了。由此得出结论,刚体平衡的必要与充分条件,对变形体的平衡来说仅是必要条件,而不是充分条件。

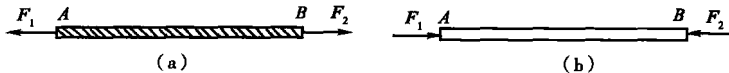


图 1.3

刚化原理建立了刚体静力学和变形体静力学之间的联系,它对于研究变形体静力学具有重要的意义。

## § 1.3 约束与约束力

在空间中运动不受限制的物体称为**自由体**。例如在空中可以自由运动的气球、飞机等。而位移受到限制的物体称为**非自由体**。例如放在桌面上的物体受到桌面的限制而不能向下运动;机床工作台受到床身导轨的限制只能沿导轨移动等。限制物体运动的条件称为**约束**。在静力学中所遇到的约束,往往都是由研究对象周围与其直接接触的物体所构成的。例如上面所说的桌面就是桌面上物体的约束,床身导轨就是工作台的约束等。

既然约束能够限制物体沿某些方向的位移,因而当物体沿着约束所限制方向有运动趋势时,约束就与物体之间互相存在着作用力。约束对非自由体的作用力称为**约束力**。约束力以外的其他力统称为**主动力**。主动力往往是给定的或可测定的,例如地球引力、电磁力、气体的压力等。而约束力往往是未知的,需要应用静力学的力系平衡条件求得。

工程中大量平衡问题是非自由体的平衡问题。任何非自由体的平衡总可以看成是作用于其上的主动力与约束力的平衡,因此研究约束及其约束力的特征对于解决静力平衡问题具有十分重要的意义。下面介绍工程中常见的几种基本约束类型,并对其约束力进行分析。

### 理论力学

#### 1. 柔索

工程中的钢丝绳、皮带、链条都可以简化为柔索。其特点是不计自重,不可伸长,只能承受拉力。柔索限制物体上与柔索连接的一点沿着柔索方向离开柔索,而不限制这一点沿其他方向的运动(图 1.4)。因此,柔索给被约束物体的约束力,作用在接触点上,方位一定沿着柔索,其指向则背离物体。例如用铁链吊起减速箱盖(图 1.5)。G 是箱盖的重力,根据约束力的特点,铁链只能承受拉力,因此铁链给箱盖的力为  $F'_B$ 、 $F'_C$ ,铁链给圆环 A 的力为  $F_T$ 、 $F_B$ 、 $F_C$ ,其方向如图 1.5b 所示。

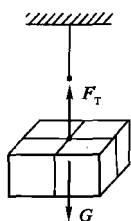


图 1.4

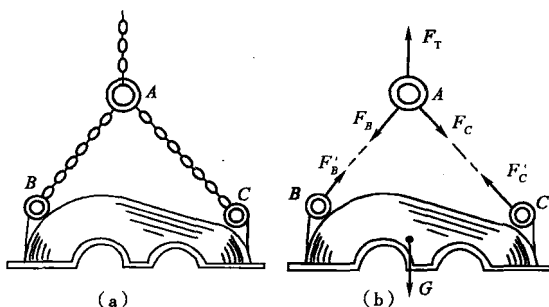


图 1.5

#### 2. 光滑接触面

若两物体接触面之间的摩擦力很小,可以忽略不计时,则认为接触面是“光滑”的。如物体搁置在光滑支承面上(图 1.6a),支承面只能限制接触点沿过该点的接触面公法线的向下的位移,而不能限制该点离开支承面或沿其他方向的运动。因此,光滑接触面对被约束物体的约束力,作用在接触点上,作用线过接触点的接触面公法线,并指向被约束的物体,即物体受压力。如图 1.6b 中直杆搁置在凹槽中,A、B、C 三点受到约束。假定接触面是光滑的,则其约束力分别为  $F_{NA}$ 、 $F_{NB}$ 、 $F_{NC}$ ,而方向垂直相应的接触面。