

現代統計學

汪永祺編著

大中國圖書公司印行

現代統計學

汪永祺編著

大中國圖書公司印行

現代統計學

目 錄

第一章 緒 論

1.1 統計學的今昔觀·····	1
1.2 幾個基本名詞·····	3
1.3 本書的編排方式·····	4
參考書目·····	5

第二章 記述統計

2.1 數學符號的應用·····	6
2.2 算術均值·····	7
2.3 變方和標準偏差·····	8
2.4 兩個定理·····	11
2.5 頻度表·····	12
2.6 長條圖和頻度曲線·····	14
2.7 族羣和分布·····	16
2.8 後記·····	18
習 題·····	18
參考書目·····	20

第三章 常態分布

3.1 常態曲線的性質·····	21
------------------	----

3.2	常態分布表	24
3.3	常態機率紙和常態性的速測法	26
3.4	機率	29
	習題	29
	參考書目	29

第四章 取樣試驗

4.1	取樣試驗的意義	30
4.2	樣品的取出	33
4.3	徵值和介值	34
4.4	後記	35
	參考書目	38

第五章 樣品均值

5.1	全部可能樣品	39
5.2	樣品均值的分布	42
5.3	樣品均值的均值和變方	46
5.4	定理的驗證	48
	習題	50
	參考書目	51

第六章 擬說測驗

6.1	族羣和樣品間關係的再檢討	52
6.2	兩類錯誤	53
6.3	顯著水準	54

6.4	第二類錯誤.....	57
6.5	樣品大小.....	58
6.6	u 測驗.....	60
6.7	原設.....	61
6.8	u 測驗的程序.....	61
	習 題.....	63
	參考書目.....	63

第七章 樣品變方和卡方分布

7.1	樣品變方.....	64
7.2	幾種介值的均值.....	68
7.3	卡方分布.....	70
7.4	u^2 的分布.....	75
7.5	$\frac{SS}{\sigma^2}$ 的分布.....	76
7.6	變方分析.....	79
7.7	擬說測驗.....	80
7.8	測驗的程序.....	83
	習 題.....	84
	參考書目.....	85

第八章 學生氏 t 分布

8.1	t 分布的由來.....	86
8.2	取樣驗證.....	88
8.3	擬說測驗及程序.....	90
8.4	駢對觀測值.....	91
	習 題.....	94

參考書目.....	94
-----------	----

第九章 變方比或F分布

9.1 F 介值和 F 分布.....	95
9.2 F 分布的取樣驗證.....	97
9.3 擬說測驗和程序.....	99
9.4 樣品變方的加權均值.....	100
9.5 F 分布與卡方分布的關係.....	103
習題.....	104
參考書目.....	105

第十章 樣品均值差的分布

10.1 樣品均值差.....	106
10.2 樣品均值差分布的驗證.....	111
10.3 u 分布.....	113
10.4 學生氏 t 分布.....	114
10.5 t 分布的驗證.....	116
10.6 擬說測驗的程序.....	117
10.7 採用等大樣品的好處.....	118
10.8 逢機化操作.....	119
習題.....	121
參考書目.....	122

第十一章 可信間距

11.1 不等式.....	123
11.2 間距估算.....	123

11.3	可信間距和可信係數	124
11.4	均值的可信間距	127
11.5	均值差的可信間距	128
	習 題	128
	參考書目	128

第十二章 變方分析 (一)

12.1	變方分析法的由來和用途	129
12.2	平方和的劃分	129
12.3	平方和劃分的統計意義	134
12.4	計算方法	138
12.5	變方的成分和模式	142
12.6	擬說測驗及程序	145
12.7	t 分布和 F 分布的關係	146
12.8	原設	147
12.9	應用	148
12.10	不等大樣品的變方分析	149
12.11	幾個名詞的補述	153
	習 題	154
	參考書目	156

第十三章 變方分析 (二)

13.1	完全逢機試驗和逢機區集設計	157
13.2	平方和的劃分	158
13.3	平方和劃分的統計意義	160
13.4	計算方法	163

13.5	擬說測驗及程序	165
13.6	兩類變方分析的比較	165
13.7	單自由度分析	166
13.8	後記	170
	習題	173
	參考書目	175

第十四章 直線迴歸

14.1	迴歸問題的發生	176
14.2	幾種基本符號	177
14.3	直線迴歸的原設	180
14.4	徵值的估算	182
14.5	平方和的劃分	187
14.6	平方和的分布	190
14.7	擬說測驗	194
14.8	相關係數	195
14.9	簡算法	196
14.10	$\beta \neq 0$ 時的迴歸問題	198
14.11	直線迴歸和變方分析的比較	205
14.12	迴歸直線性測驗	209
14.13	單自由度	212
	習題	213
	參考書目	218

第十五章 二項及多項族羣的統計問題

15.1	二項族羣	219
------	------	-----

15.2	樣品均值和樣品合計	221
15.3	二項資料的樣品大小	224
15.4	有關均值的擬說測驗	230
15.5	均值的可信間距	232
15.6	兩均值的差	233
15.7	均值同質性測驗	237
15.8	卡方的單自由度	240
15.9	統計資料的變換	244
15.10	二項資料的符號系統	248
15.11	多項族羣	249
15.12	多項族羣的適合性測驗	250
15.13	多項族羣的獨立性測驗	253
習 題		255
參考書目		257

第十六章 不限分布性方法

16.1	不限分布性方法釋義	258
16.2	中值	258
16.3	有關中值的擬說測驗	260
16.4	完全逢機試驗	260
16.5	逢機區集試驗	262
16.6	數號測驗	264
習 題		266
參考書目		266

第十七章 調查設計

17.1	試驗與調查.....	267
17.2	不歸還取樣.....	267
17.3	取樣技術的比較.....	271
17.4	機率取樣.....	275
17.5	族羣底冊的編製.....	276
17.6	簡單逢機取樣.....	278
17.7	樣品大小的決定.....	281
17.8	系統取樣.....	284
17.9	分層取樣.....	284
17.10	層內樣品大小的決定.....	287
17.11	二項族羣的分層取樣.....	289
17.12	二段取樣.....	291
17.13	二段取樣的資源配置.....	294
17.14	比率及迴歸估值.....	295
	習題.....	297
	參考書目.....	299

第十八章 二變數分布和聯合分布

18.1	觀測值和統計變數.....	300
18.2	二變數分布.....	302
18.3	獨立二變數族羣的徵值.....	307
18.4	相倚和相關.....	311
18.5	二變數族羣的取樣問題.....	317
	參考書目.....	319

第十九章 第二類錯誤的再檢討

19.1 統計擬說和兩類錯誤	320
19.2 u 測驗的能力函數	321
19.3 t 測驗的能力函數	327
19.4 變方分析測驗的能力函數	329
19.5 作業基準曲線	331
習 題	332
參考書目	332

第二十章 指 數

20.1 另外幾種位置量值	333
20.2 指數的編製	335
20.3 不加權指數	338
20.4 加權指數	340
20.5 指數的性質	343
習 題	344
參考書目	345

第二十一章 時間數列

21.1 時間數列的意義	346
21.2 時間數列的種類和特性	346
21.3 長期趨勢	351
21.4 移動平均	355
21.5 季節變動	357
21.6 循環變動	364

21.7 變方分析的應用.....	366
習 題.....	371
參考書目.....	372
<u>附 錄</u>	
表 1 均值50及變方100的逢機常態數字表.....	373~382
表 2 逢機取樣數字表.....	383~387
表 3 常態曲線的相對累計頻度.....	388
表 4 χ^2 分布的百分點值	389
表 5 χ^2/ν 的百分點值	390
表 6 t 分布的百分點值.....	391
表7a F 分布的5%點值.....	392~393
表7b F 分布的2.5%點值	394~395
表7c F 分布的1%點值.....	396~397
表7d F 分布的0.5%點值	398~399
表8 $\rho = 0$ 時的 r 的百分值.....	400
表9a 二項族羣內正觀測值百分數的95%可信間距.....	401
表9b 二項族羣內正規測值百分數的95%可信間距.....	402
表10 角度變換表.....	403
表11 常態評值表(零及負值略去)	403
表12a σ 已知時單尾及雙尾測驗的能力函數	404
表12b 在 α 水準處能力為 $(1-\beta)$ 的單樣品 $d = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ 及二樣品 $d = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ 值	405
表12c 使單尾 $d' = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma}$ 及雙尾 $d' = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma}$ 的能力為 ($1-\beta$) 時所需樣品大小	406
表13 變方分析測驗的能力.....	407~414

現代統計學

第一章 緒 論

1.1 統計學的今昔觀

統計學是一門不易歸類的科學，它的從屬是聚訟紛紜的。我國學者談到統計學，總喜歡提到禹貢中的記述和史記中所列的表；前一輩的歐美學者也愛從羅馬的人口和地籍講起。這樣看來，統計學好像是源遠流長的了。美國的統計界元老韋爾考克斯 (W. F. Wilcox) 曾經不厭其煩地蒐集統計一詞的定義，蒐到的竟而在一百種以上。這一百多種定義便代表一百多種自居為真正從事統計學工作的人，事態的複雜可以想像。按目前世界上常用的圖書分類方法來說，統計學是列在政治門的第一類，和官書放在一起；不過，遇到滿篇數學符號的統計學書籍，又不免在數學類再編一次號，來作一個權宜的解決。所以，從事統計學工作的人好像沒有固定的身份，任何人似乎都能客串一脚，而統計學和統計學者的意義就變得不甚清晰了。

本書中不想把統計學的歷史追述得太遠，把古史中的數字記載不妨看做是先民的本能，祇從人類能運用數字資料進行思維的時期起算；這樣，統計學便是一門很年青的科學了。十八世紀時，英國有位哲學家白逸士 (Thomas Bayes) 提出了一套用歸納推理方法的機率理論。其後，曠代數學天才拉普拉斯 (M. P. S. de Laplace) 和高斯 (K. F. Gauss) 也都用過類似統計學的方法，但統計學系統的正式建立却應當由英國數學家老皮爾遜 (K. Pearson) 教授起。有些有

歷史癖的統計家喜歡用皮氏所創立的生物統計學誌 (Biometrika) 的創刊年代作為現代統計學的斷代依據。採取這種說法，現代統計學便剛好和這個世紀同庚，今年纔不過六十幾歲而已。

老皮爾遜教授是一位精力充沛、科學知識豐富、而研究興趣又非常高的學者。在他的心目中，世界上的萬事萬物都可以用數字來記述，而統計學所研究的便是這一羣羣數字底層所埋藏着的數學關係。數學關係完全是一種思想的產物，但祇要尋到的數字够多，它們便會滿足這些關係；至於怎樣去找這些數字，他倒是不太注意的。比皮氏稍後英國又出了一位生物學者費適 (R. A. Fisher) 氏。照費氏的看法，皮老教授的方法並不太合乎科學原則。因為，僅憑經驗找到一批數字便硬用一種公式去計算和推論，多少是不能令人心服的。所以費氏便提出了一套蒐集數字的方法。簡單地說，祇有用某一種方法蒐集到的數字纔能用由這種方法所導出的公式來計算。費氏的理論出現後，統計學便變成了一種有設計 (design) 而能控制 (controlable) 的科學方法。就這一點來說，費氏纔真正是現代統計學的開山大師。稍後，老皮爾遜的兒子小皮爾遜 (E. S. Pearson)、倪曼 (J. Neyman)、和華爾德 (A. Wald) 等人又補足了費氏理論中的許多要節，統計學的理論基礎已可以說是安如磐石的了。

輒近，計算機械日漸發達，既往統計理論中要假手數學技巧來解決的問題漸漸便有由電子計算機代勞的趨勢。又統計學中常將數字的重複出現用試驗 (experiment) 一詞來表達，最近的統計學教學和統計數表的製作也有先設定數字資料、用試驗方式、經電子計算機處理而付於實用的。所以現代統計學中又有一個新的名詞出現，那便是試驗統計學 (experimental statistics)；本書寫作的主旨可以說是順應着這一種潮流的。

1.2 幾個基本名詞

統計學的詞彙可以說是由英文的普通名詞組成的，祇不過每個名詞都有個特定的意義而已。第一個提到的名詞不妨叫做個件 (individual)，其實就是一個人、一件物等等。對於一個個件加以觀測(量、數、分類等)便會得到一個或一組觀測值 (observation)，如一個人的身高或一個人的身高、體重、好不好喝酒等都是實例。將許多觀測值(或觀測值組)集合起來當做討論的對象，這一羣數便稱做觀測值(或觀測值組)的族羣 (population)。由族羣中拿出一些觀測值當然又可以成一個個的羣，這便稱樣品 (sample)。由待加討論的族羣中取出一個樣品，這個族羣便稱做樣品的標的族羣 (target population)；如樣品是由不是討論目的所指定的族羣中取出，這族羣便祇能稱做樣品的取樣族羣 (sampled population) 了。如樣品內每一個觀測值都有相同的機會由某個族羣中取出，這樣的樣品，便稱做逢機樣品 (random sample)。

族羣中的觀測值種類有多有少，最簡單的可以祇含有一種。舉個例子來說，有人想知道臺灣省十八歲男性青年每人有幾雙手，便去觀測他們。每人通常都有兩雙手，天生獨臂和「三隻手」等可以說是存在的。這樣的族羣便不需要運用統計學來作推斷了。另想一個稍為複雜的族羣：試將某部隊內士兵打靶的事例作一個討論，把每名士兵每發一彈時擊中靶心的次數當做觀測值。發射一彈可以擊中靶心一次或擊中零次(未打中)，所以全部士兵各發一彈便形成了一個祇含0和1兩種數的族羣。這種族羣的組織雖然非常簡單，但觀測值的數目(不是種類)却可以很多，已經要用統計方法來作有關族羣的結論了。如將臺灣省一對已婚夫婦一生中所生的子女數當作觀測值，想像中的子女數大概不會超過50個；那末，族羣內便會含有其值為0, ..., 50

的或多或少種觀測值。植物果實內的種子數目通常比人類的子女數多得多，一株菸草所能結的種子甚至於可以多到二十萬粒，所以每株菸草種子數的族羣便會含有其值為 $0, \dots, 200,000$ 的或多或少的觀測值了。其實，後一例中的種子數可以說是無法計點的，倒不如用每株的種子重量來作記錄。這樣，觀測值便會變成 $0, \dots, 20$ 克的形式，從 0 克到 1 克間是有不可數(uncountable)個克數的(種子的粒數是可數的)，這樣的觀測值就可以算是連在一起的。所以，前面所舉的四種族羣通稱為分立觀測值的族羣(discrete population)，而最後一個却稱為連續觀測值的族羣(continuous population)了。

族羣內既然常有很多觀測值，因而有關族羣的結論便常常不可能或不應當由全部觀測值求得。舉個例子來說，有一家電燈泡製造廠的主人宣稱該廠製品的壽命為 $2,000$ 小時。購戶立刻便會想到：(1)已經經過壽命測定的燈泡都燒毀了，決不可能應市。(2)市面上買到的燈泡一定沒有經過壽命測定。所以， $2,000$ 小時壽命的說法決不是由該廠所生產的全部燈泡的觀測值(族羣)求得，而祇是用一定方法取得的一部份燈泡的結果(樣品)。這種由一個隨機樣品作出有關族羣結論的方法便稱為統計推論，(statistical inference)也就是一般科學家所習知的歸納推理(inductive reasoning)。

1.3 本書的編排方式

這本書是一本統計學的入門書籍，原則上是不能講述太多統計理論和應用實例的。但因其為入門書，編排的方式却應當儘求理則化(axiomatized)。所以，全書中的章、節、定理、方程式、圖、表都時常需要作呼應式的對照，而全書的參考體系便有略加敘述的必要了。

本書共分二十一章，每章又各分若干節，而節便是加以數字標識的單位。節的標識用兩組數字，如第 12.1 節便代表第十二章的第一節。各節有時有定理、方程式、圖、或表，這些項目使用節號附加數字來代表，如定理 5.2.1 便代表第五章、第二節的第一個定理。

全書正文的後面另附了若干種統計學的附表，以備查考。爲節省篇幅起見，各種索引都略而不備了。

參 考 書 目

Jerome, C. R. Li: Statistical Inference I, Edwards Brothers Inc., Ann Arbor, Michigan, pp. 1-3. (1963)

A. M. Mood & Graybill, F. A.: Introduction to the Theory of statistics, McGraw-Hill, N. Y., pp. 141-142. (1963)

W. E. Deming: Some Theory of Sampling, John Wiley & Sons, N. Y. pp. 1-2. (1957)

R. A. Fisher: Statistical Methods for Research Workers, Oliver & Boyd, Edinburg, (13th ed.) pp. 20-23. (1963)