

COMPANY



International
China-Xidian

西京学院系列教材

高等数学

总主编 任万钧

主 编 李星军



北京出版集团公司
北 京 出 版 社



西京学院系列教材

高等数学

总主编 任万钧

主 编 李星军

学 号 0000000000
CODE: SHUXUE
李 星 军 主

北京出版集团公司
北京出版集团
(010-63000000)
010-63000000
www.bjpub.com.cn
北京出版集团印刷厂
北京出版集团印刷厂

2003年8月第1版 2003年8月第1次印刷
185×1085 16开 450千字

ISBN 978-7-300-02033-3
O·14 定价: 20.00元

010-63000000 010-63000000

北京出版集团公司
北 京 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/李星军主编. —北京: 北京出版社, 2009.8

ISBN 978-7-200-07933-3

I. 高… II. 李… III. 高等数学—高等学校—教材

IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 144115 号

高等数学

GAODENG SHUXUE

主 编 李星军

*

北京出版集团公司 出版
北 京 出 版 社

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码:100120

网 址: www.bph.com.cn

北京出版集团公司总发行

北京市通县华龙印刷厂印刷

*

787×1092 16 开本 17.75 印张 420 千字

2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-200-07933-3

O · 14 定价: 29.00 元

质量监督电话: 010-82684553 010-58572393

序

当今世界，教育在综合国力的激烈竞争中处于非常重要的地位。国力强弱愈来愈取决于国家各类人才的质量和素质，这对于培养和造就适应我国经济社会发展需要的数以千万计的专门人才和一大批拔尖创新人才提出了更高的要求。

高等学校是高层次人才培养的重要阵地，是知识创新、技术创新的摇篮，是“科教兴国”的强大生力军。高校的根本任务是培养具有自主创新精神、创新能力、实践能力、德智体美全面发展的社会主义事业的合格建设者和可靠接班人。高等学校要完成好这一历史重任，就必须全面贯彻党的教育方针和落实科学发展观，努力提高教学质量，加强学科、专业建设和课程建设。其中一个重要任务之一是做好教材建设工作，编写出一大批规划教材和各种创新教材，确保教学质量，使高水平、高质量教材走进课堂。这是因为教材是体现教学内容和教学方法的知识载体，是教学活动的基本工具，也是深化教育教学改革、全力推进素质教育、培养创新人才的重要保证。

为了实现这一任务，我们决心投入大量的人力、物力和财力，利用自己的专任教师，实行专兼结合，写出一批符合时代需要的新教材。我们所编教材要以科学发展观为指导，按照各类专业人才培养目标以及课程教学的基本要求和教学大纲的要求，结合实际，注重素质教育，有利于各种能力的培养。新教材要吸收国内外科学研究和教学研究的先进成果，将各学科的新知识、新理论和新技术充实到新教材中，关注新兴学科、交叉学科和新兴职业。一方面正确阐述各学科的基本理论、基本知识和基本技能，坚持理论联系实际，努力做到科学性、先进性、系统性、适用性和连续性的统一；另一方面符合教学规律和认知规律，富有启发性，有利于激发学生的学习兴趣，有利于学生知识、能力和素质的培养，有利于提高学生的学习能力、创新能力、实践能力、交流能力和社会适应能力，以培养出既有远大理想和高尚职业道德，又有丰富科学技术、文化知识和敢于创新的高素质大学生奉献于时代，服务于社会，为“科教兴国”尽绵薄之力！

西京学院

仝丁物

前 言

我们在教学过程中感觉到编写一本适合于高职高专学生使用的教材非常必要。针对高职高专学生的特点，我们在总结教学实践经验的基础上，根据教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，完成了本书的编写工作。

考虑到高职高专教育培养应用型人才的需要，本教材在内容的选择和处理上，力求叙述简明，深入浅出，分散难点。贯彻“以应用为目的，以必需、够用为度”和“因材施教”的原则，在尽量保证科学性的基础上，注意讲清概念，减少理论证明，注重学生基本运算能力和分析问题、解决问题能力的培养，强调数学的应用，重视理论联系实际，着力于让学生掌握数学的基本思想方法和技能，适当降低起点要求。在内容的编写上，通过实例引入概念，选择例题尽量贴近生活，引入模型来源于实际，并特别注意数学在工程技术、物理学、经济学和管理学中的应用，以此来提高学生的学习兴趣和应用能力，达到知识和能力的转化。

教材中打*的内容，对经济管理类学生可以选讲或者不讲。不同专业按照教学大纲对教材内容可进行适当调整或选取。

在教材的编写过程中，我们得到西京学院科研处和基础部的大力支持和资助；西安建筑工程专修学院院长蔡秉衡教授认真审阅了全部书稿，并提出了不少宝贵的意见，在此，表示衷心的感谢。

第一章至第三章由刘文强执笔，第四章、第十一章、第十二章由李永新执笔，第五章至第七章由李星军执笔，第八章至第十章由王文波执笔。最后由李星军负责全书的修改、统稿。

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中定有不少缺点与错误，恳请广大读者及同行专家批评指正，使再版时更臻完善。

编 者

目 录

第一章 函数	1
第一节 函数的概念	1
一、常量与变量	1
二、函数的定义	1
三、函数的表示方法	4
四、单值函数与多值函数	5
五、反函数与复合函数	6
习题 1-1	6
第二节 具有某些特性的函数	7
一、奇函数与偶函数	7
二、周期函数	8
三、单调函数	9
四、有界集、有界函数、无界函数	9
习题 1-2	10
第三节 初等函数	11
一、基本初等函数	11
二、初等函数	13
*三、双曲函数与反双曲函数	14
习题 1-3	14
第四节 建立函数关系	15
习题 1-4	16
第二章 极限与连续	18
第一节 数列的极限	18
一、数列极限	18
二、收敛数列的性质	19
习题 2-1	20
第二节 函数的极限	20
一、自变量趋于无穷大时函数的极限	20
二、自变量趋于有限值 x_0 时函数的极限	21
三、函数极限的若干定理	23
习题 2-2	25
第三节 极限存在准则与两个重要极限	25

一、极限存在准则	25
二、两个重要极限	26
习题 2-3	28
第四节 无穷大量与无穷小量	29
一、无穷大量	29
二、无穷小量	30
三、无穷小量的比较	31
习题 2-4	34
第五节 函数的连续性与间断点	35
一、连续的定义	35
二、间断点及其分类	36
习题 2-5	38
第六节 连续函数的性质	39
一、连续函数的和、差、积、商的连续性	39
二、反函数及复合函数的连续性	39
三、初等函数的连续性	40
四、闭区间上连续函数的性质	41
习题 2-6	44
第三章 导数与微分	45
第一节 导数的概念	45
一、概念的引入	45
二、导数的定义	46
三、导数的几何意义	48
四、可导与连续的关系	49
习题 3-1	50
第二节 函数的和、差、积、商的求导法则	50
习题 3-2	52
第三节 复合函数与反函数的求导法则	53
一、复合函数的求导法则	53
二、反函数求导法则	54
习题 3-3	55
第四节 隐函数的导数 对数求导法 参数方程求导	56
一、隐函数的导数	56
二、对数求导法	57
三、参数方程求导法	58
习题 3-4	59
第五节 初等函数、双曲函数与反双曲函数的导数	60

一、基本求导法则	60
二、基本初等函数的导数公式	60
*三、双曲函数与反双曲函数的导数	60
习题 3-5	61
第六节 高阶导数	61
习题 3-6	64
第七节 微分	64
一、微分的概念	65
二、微分的几何意义	66
三、微分的运算法则与公式	66
习题 3-7	67
第八节 微分在近似计算中的应用	68
一、函数增量的近似值	68
*二、误差分析	69
习题 3-8	70
第四章 中值定理与导数的应用	71
第一节 微分中值定理 洛必达法则	71
一、微分中值定理	71
二、洛必达法则	73
习题 4-1	76
第二节 函数的单调性及其极值	77
一、函数单调性的判定法	77
二、函数的极值及其求法	80
习题 4-2	82
第三节 函数的最大值和最小值	83
一、函数在闭区间上的最值问题	83
二、应用问题中的最大值与最小值	85
习题 4-3	86
第四节 曲线的凹凸性与拐点	87
习题 4-4	89
第五节 函数图形的描绘	90
一、渐近线的概念	90
二、几个常用的记号	90
三、函数作图的主要步骤	90
习题 4-5	93
*第六节 曲率	94
一、弧微分	94

二、曲率的计算公式	94
三、曲率半径、曲率中心、曲率圆的概念	97
习题 4-6	97
第七节 微分学在经济中的应用	97
一、经济学中的常用函数	97
二、边际与弹性	99
习题 4-7	101
第五章 不定积分	102
第一节 不定积分的概念与性质	102
一、原函数与不定积分的概念	102
二、不定积分的几何意义	103
三、不定积分的基本性质	104
四、基本积分公式	104
习题 5-1	106
第二节 换元积分法	107
一、第一类换元法(凑微分法)	107
二、第二类换元积分法	110
习题 5-2	114
第三节 分部积分法	114
习题 5-3	117
第六章 定积分	118
第一节 定积分的概念与性质	118
一、引例	118
二、定积分的定义	120
三、定积分的几何意义	121
四、定积分的性质	122
习题 6-1	123
第二节 微积分学的基本定理	124
一、积分上限的函数及其导数	124
二、牛顿—莱布尼兹公式	125
习题 6-2	126
第三节 定积分的换元积分法与分部积分法	127
一、定积分的换元积分法	127
二、定积分的分部积分法	129
习题 6-3	130
第四节 广义积分	131

一、无穷区间上的广义积分	131
二、无界函数的广义积分 (瑕积分)	132
习题 6-4	133
第七章 定积分的应用	134
第一节 平面图形的面积	134
一、定积分的元素法	134
二、平面图形的面积	135
习题 7-1	136
第二节 立体的体积	137
一、旋转体的体积	137
二、平行截面面积为已知的立体的体积	138
习题 7-2	138
*第三节 平面曲线的弧长	139
习题 7-3	140
第四节 定积分在物理和经济上的应用	140
一、定积分在物理上的应用	140
二、定积分在经济上的应用	141
习题 7-4	142
第八章 空间解析几何与向量代数	143
第一节 空间直角坐标系及向量的坐标表示	143
一、空间直角坐标系	143
二、空间任意两点间的距离	144
*三、向量的坐标表示	144
*四、向量的乘积运算	145
习题 8-1	146
第二节 平面与直线方程	146
一、平面及其方程	146
二、直线及其方程	147
习题 8-2	148
第三节 曲面与曲线方程	148
一、曲面方程	148
二、曲线方程	150
*三、空间曲线在坐标面上的投影	151
习题 8-3	151

第九章 多元函数微分学	152
第一节 二元函数的基本概念	152
一、引例	152
二、二元函数	152
三、二元函数的极限	153
四、二元函数的连续性	154
习题 9-1	155
第二节 偏导数与全微分	155
一、二元函数偏导数	156
二、全微分	157
习题 9-2	159
第三节 多元复合函数与隐函数的微分法	159
一、多元复合函数求导法则	159
二、隐函数的求导公式	162
习题 9-3	163
第四节 偏导数的应用	164
*一、偏导数的几何应用举例	164
二、二元函数的极值	166
习题 9-4	170
第十章 重积分	171
第一节 二重积分的概念与性质	171
一、二重积分的概念	171
二、二重积分的性质	172
习题 10-1	173
第二节 二重积分的计算	174
一、利用直角坐标计算二重积分	174
二、利用极坐标计算二重积分	176
习题 10-2	178
第三节 二重积分的应用	179
一、几何上的应用	179
二、物理上的应用	181
习题 10-3	182
*第四节 三重积分简介	182
一、三重积分的概念	182
二、三重积分的计算	183
习题 10-4	184

第十一章 微分方程	185
第一节 微分方程的基本概念	185
一、微分方程	185
二、微分方程的解	185
习题 11-1	187
第二节 可分离变量方程与变量变换	188
一、可分离变量方程	188
二、齐次方程	189
习题 11-2	190
第三节 一阶线性微分方程	191
一、一阶线性齐次方程的解法	191
二、一阶线性非齐次方程的解法	191
习题 11-3	193
*第四节 可降阶的高阶微分方程	194
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程	194
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程	194
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程	195
习题 11-4	196
*第五节 二阶常系数线性微分方程	196
一、二阶线性微分方程解的结构	196
二、二阶常系数线性微分方程的解法	198
习题 11-5	203
第六节 微分方程的应用举例	203
一、几何方面的应用	203
二、物理方面的应用	204
三、经济方面的应用	205
四、其他方面的应用	205
习题 11-6	206
*第十二章 无穷级数	207
第一节 常数项级数的概念与性质	207
一、常数项级数的概念	207
二、常数项级数的性质	208
习题 12-1	210
第二节 正项级数及其收敛法	210
习题 12-2	213
第三节 任意项级数及其收敛法	213

一、交错级数	213
二、绝对收敛与条件收敛	215
习题 12-3	215
第四节 幂级数	216
一、幂级数及其收敛半径	216
二、幂级数的运算与性质	219
习题 12-4	220
第五节 函数的幂级数展开	220
一、泰勒公式与泰勒级数	220
二、函数展开成幂级数	221
习题 12-5	224
*第六节 傅里叶级数	224
一、三角函数系的正交性	224
二、周期为 2π 的周期函数的傅里叶级数	225
三、正弦函数与余弦函数	229
四、以 $2l$ 为周期的函数展成傅里叶级数	230
习题 12-6	232
习题参考答案	233
附录	253

第一章 函 数

函数是数学中的重要概念之一，是高等数学研究的主要对象，本章在中学数学的基础上进一步阐述函数的定义与性质。

第一节 函数的概念

一、常量与变量

在人们的生产实践过程中，在自然科学与技术科学中，我们经常要遇到各种不同性质的量。例如，在物理学中有重量、温度、时间、速度、距离、力等；在化学中有原子量、分子量、溶解度等；在几何中有长度、面积、体积等。然而一切量都有一个共同的性质：每一个量都可以用同种类的任意量作为测量单位来度量它。例如，以“米”作为长度的度量单位，以“牛顿”作为重量的度量单位，以“时”作为时间的度量单位等。

一个具体的量与它同类的度量单位相比时，其比值是一个抽象的数，这个抽象的数叫做已给具体量的数值，简称为已给量的值。

数学中所研究的量，并不考虑它的物理意义、化学意义或几何意义等。即该量是重量、分子量还是体积，从数学角度来看，都是从生产实践中抽象出来的量(数)。但是这种抽象只是暂时脱离了生产实践。当人们掌握了量的某种规律之后，再将它应用到生产实践中去，就能解决实际问题，从而促进社会生产力与科学技术的发展。

人们在观察、研究某一运动的过程中，会遇到许多不同的量。其中有的量在所研究的过程中保持不变，这种量叫做常量，我们通常用字母 $a, b, c, d, \dots$ 等表示常量；也有的量在这个过程中可取不同的值，这种量叫做变量，通常用 $x, y, z, u, v, \dots$ 等字母表示变量。例如，火车在两车站之间行驶过程中，乘客人数是个常量；而火车离两站的距离及燃料的储存量等都是变量。又如，对某一地点，物体从不高的空中下落的过程中，物体离地面的距离是变量，而重力加速度 g 是常量。必须注意，上述常量与变量的概念，依赖于所考察的过程。仍以落体为例，如果由高空落下，重力加速度不是常量而是变量。

二、函数的定义

一切客观事物都是不断变化发展的，但又是互相联系和具有内部规律的。在物质的运动过程中，各个变量的变化不是孤立的，而是彼此联系的。为了探索和掌握各种运动过程的规律性，就必须深入研究变量的变化状态和变量间的依赖关系，这也是高等数学这门课程研究的主要内容。

函数是高等数学研究的对象. 虽然在中学已经讲授过一些有关函数的知识, 但不够详尽, 不够透彻. 因此对函数的概念要有更深刻的理解.

在中学我们已经学过映射的概念, 它反映两个非空集合之间的一种对应关系.

定义 1 设 A 、 B 是两个非空集合, 如果存在一个对应法则 f , 使得对于 A 中任何一个元素 x , 按照对应法则 f , 在 B 中都有唯一确定的元素 y 与 x 对应, 记为: $f: x \mapsto y$. 那么称这个法则 f 是从 A 到 B 的映射(或称为算子), 记作 $y = f(x)$, 元素 y 称做元素 x (在映射 f 下)的象, 对任何一个固定的 y , 称适合关系 $y = f(x)$ 的 x 全体为 y (在映射 f 下)的原象. 集合 A 称为映射 f 的定义域, 记作 $D(f)$, 设 C 是 A 的子集, C 中所有元素 x 的象 y 的全体记为 $f(C)$, 称它为集合 C 的象. 称 $f(A)$ 为映射 f 的值域, 即 $f(A) = \{f(x) | x \in A\}$, 记作 $R(f)$, 有时为了简便起见, 常把从 $D(f) = A$ 到 $R(f) \subseteq B$ 的映射写成: $f: A \rightarrow B$.

首先, 我们再叙述下一元函数的定义.

定义 2 设 A , B 是两个非空数集, 如果存在一个对应法则 f , 使得对 A 中任何一个数 x , 按照对应法则 f , 在 B 中都有唯一确定的数 y 与 x 对应, 记为: $f: x \mapsto y$ 或 $f: A \rightarrow B$, 则称对应法则 f 是 A 上的函数, A 称为函数 f 的定义域, 记作 $D(f)$. 记为:

$$y = f(x), \quad x \in A.$$

其中 x 叫做自变量, $y = f(x)$ 叫做函数或因变量(即“象”), $x \in A$ 表示 x 的值属于 A , 有时也简称因变量 y 是自变量 x 的函数, 虽然这种说法并不太确切, 但反映了 y 是依赖于 x 的变量, 在使用上有方便之处, 所以我们仍沿用这种说法, 但应正确理解, 函数的本质是指对应法则 f , 而不是指因变量 y . $f(A) = \{f(x) | x \in A\}$ 称为函数的值域, 记作 $R(f)$. 在平面直角坐标系下, 集合 $\{(x, y) | y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y = f(x)$ 的图形.

由函数的定义可知, 值域被函数的定义域和对应法则完全确定. 因此一个函数被它的定义域和对应法则所确定. 所以我们说定义域、对应法则是确定函数的二要素, “两个函数相等”, 即这两个函数的定义域相同, 对应法则也相同. 至于变量本身的具体意义及采用什么记号, 那是无关紧要的, 比如 $y = f(x)$ ($x \in D$) 与 $s = f(t)$ ($t \in D$) 代表同一个函数. 正因为 y 的值由 x 在 D 上的值通过 f 就能完全确定, 所以常常省略 y , 而把一个函数简记为:

$$f(x) \quad (x \in D).$$

如果同时研究几个不同的函数, 即不同的对应规律, 就必须用不同的记号加以区别, 如 f , g , ϕ , ψ , $\dots$. 有时为了简便起见, 可用 $y = y(x)$ 表示一个函数, 这样 y 既代表对应规律又代表因变量.

在函数的定义中, 当 x 在 D 上每取一个值 x_0 时, y 所取的与之对应的值 y_0 , 称为函数 f 在 $x = x_0$ 处的值, 记作 $f(x_0)$, 即有 $y_0 = f(x_0)$. 若函数 $y = f(x)$, $x \in D$, 则 D 是函数的定义域. 如果一个函数是由数学表达式给出, 而定义域没有具体的规定, 那么它的定义域就是使得函数在数学上有意义的自变量所取数值的全体. 如果该函数有实际背景, 则它的定义域还要根据问题的实际条件来确定. 给定一个函数时, 除了说明对应法则外, 还应指明它的定义域, 若提到一个函数而未指明它的定义域时, 我们规定它的定义域是: 使算式有确定值的实数集合, 把这样的定义域称为函数的自然定义域.

例如, 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的定义域是 $x \neq 0$ 的任何实数, 记为: $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 它表示分式

函数的定义域是使分母不为零的那些实数的集合.

函数 $y = \sqrt{x}$ 的定义域是 $x \geq 0$ 的全体实数的集合, 记为: $[0, +\infty)$, 它表示偶次根式下的开方数非负.

函数 $y = \ln x$ 的定义域是 $x > 0$, 记为: $(0, +\infty)$, 它表示对数函数的定义域是正实数集合.

类似地有 $y = \arcsin x$ 的定义域 $[-1, 1]$; $y = \arccos x$ 的定义域 $[-1, 1]$; $y = \arctan x$ 的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 等.

上面是一些基本函数的定义域, 它们是计算复杂函数定义域的基础.

例 1 求函数 $y = \sqrt{3+2x-x^2} + \lg(x^2-5x+4)$ 的定义域.

解 对于 $\sqrt{3+2x-x^2}$ 要求 $3+2x-x^2 \geq 0$, 即 $-1 \leq x \leq 3$.

对于 $\lg(x^2-5x+4)$ 要求 $x^2-5x+4 > 0$, 即 $x < 1$ 或 $x > 4$,

因此, $y = \sqrt{3+2x-x^2} + \lg(x^2-5x+4)$ 的定义域是: $\{x | -1 \leq x < 1\}$ 或 $[-1, 1)$.

例 2 确定函数 $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \arcsin(2x-1)$ 的定义域.

解 函数的定义域应为满足不等式组 $\begin{cases} 1-x^2 > 0, \\ -1 \leq 2x-1 \leq 1 \end{cases}$ 的 x 的全体, 解此不等式组, 得

定义域为: $\{x | 0 \leq x < 1\}$.

在实际问题中, 函数的定义域由实际意义确定.

例如, 对于函数 $y = ax^2$, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$; 而函数 $S = \pi r^2$ (圆的面积) 的定义域为 $[0, +\infty)$.

例 3 (1) $y = x^2$ ($x \in [0, 1]$), 该函数的定义域是 $[0, 1]$;

(2) $y = x^2$, 该函数的定义域是 $(-\infty, +\infty)$;

(3) $y = x^2$, x 表示正方形的边长, y 表示正方形的面积, 则它的定义域是 $(0, +\infty)$.

例 4 判断下列两组函数是否为同一个函数.

(1) $y = \frac{x^2-1}{x-1}$, $y = x+1$; (2) $y = \ln x^2$, $s = 2 \ln |t|$.

解 (1) $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ 的定义域是 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, $y = x+1$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, 由于两个函数的定义域不同, 尽管 $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y = x+1$ 两个函数的对应法则相同, 但不是同一个函数.

(2) $y = \ln x^2$ 的定义域是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; $s = 2 \ln |t|$ 的定义域是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; 所以两个函数的定义域相同, 又因为 $s = 2 \ln |t| = \ln |t|^2 = \ln t^2$, $y = \ln x^2$, 所以两个函数的对应法则也相同, 尽管两个函数的自变量、因变量所用的字母不同, 但两个函数是同一个函数.

例 5 已知 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, 求: $f(3)$, $f(3-a)$, $f(f(x))$.

$$\text{解 } f(3) = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}; \quad f(3-a) = \frac{1}{(3-a)-1} = \frac{1}{2-a};$$

$$f(f(x)) = \frac{1}{f(x)-1} = \frac{1}{\frac{1}{x-1}-1} = \frac{x-1}{1-(x-1)} = \frac{x-1}{2-x}.$$

三、函数的表示方法

函数的表示方法通常有三种：表格法、图形法和公式法。

1. 表格法

例 6 保险丝的熔断电流和直径之间的关系。下表是常见的保险丝在不同直径时的熔断电流，从表中由直径 D 可以读出对应的 I 值。

直径 D (mm)	0.508	0.559	0.61	0.71	0.813	0.915	1.22	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0	7.0	10.00
熔断电流 I (A)	1.63	1.83	2.03	2.34	2.65	2.95	3.26	16.0	19.0	22.0	27.0	32.0	37.0	44.00

表格法的特点是简明方便，缺点是自变量的取值有限。

2. 图形法

有些函数自然地产生了图形。

例 7 在自动记录气压计中，有一个匀速转动的圆柱形记录鼓。印有坐标方格的记录纸就裹在这鼓上，记录鼓每 24 h 转动一周。气压计指针的端点装有一支黑水笔，笔尖接触着记录纸。这样经过 24 h 之后，取下的记录纸上就描画了一条曲线，这条曲线表示气压 p 随时间 t 变化的函数关系。

例 8 图 1-1 的心电图(EKG)显示两个人的心率模式，一位正常，另一位不正常。尽管也可以构造一个心电图函数的近似公式，但很少这样做。这种重复出现的图形正是医生需要了解的，从图形上看这些重复图形远比从公式上看要容易得多，而每个心电图都把一个显示电流活动的函数表示为一个时间函数。

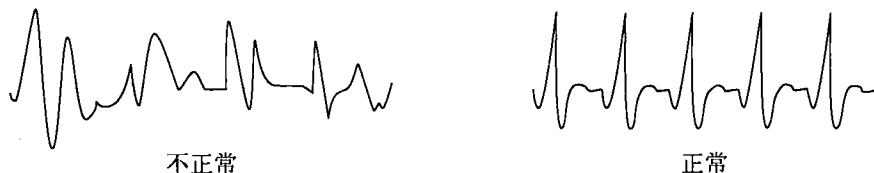


图 1-1

图形法的特点是形象直观，富有启发性，一目了然。

3. 公式法(解析法)

公式法是把一个函数通过指明运算的数学式子表示出来，依照它，从自变量的值可以计算出因变量的对应值。其特点是精确、完整，便于理论上分析研究。

在公式法中(用公式法表示的函数中)还有一类函数，称为分段函数。它是一个在其定义域的不同部分用不同数学公式表示的函数。注意分段函数不是由几个函数组成，而是