

# 化進的學理

著原 坦斯因愛茵  
述譯 年佛劉

行印館書印務商

## 譯序

愛因斯坦是相對論的建立者。對於量子論也有極大的貢獻。他現在假定我們毫無數學和物理學知識，要在這本書裏面和我們談怎樣從過去的物理學發展到現代的相對論和量子論，你想，這是多麼有趣的事。他又找了最善於寫通俗的物理學的茵菲爾和他合作。茵菲爾的物質與量子（科學在今日），在我國也已經有了兩種譯本了。凡是看過那本書的人都知道他的通俗文章寫得多麼好。

這本物理學的進化在一九三八年由劍橋大學印書館出版。那一年我正在劍橋大學讀書，看見報紙雜誌上都熱烈地介紹這一本書，便也買了來看。果然覺得好得很。間與研究物理學的朋友們談起這本書，莫不交口稱讚，便存了一個翻譯的念頭。次年在法國，看見法文的譯本也已經出版了。近三年來在國立師範學院教書，得暇的時候便翻譯一點，時作時輟，直到最近才完成，惟譯筆拙劣，未免使原書減色，良用歉然。

譯稿由吾妻王家柚，吾妹光年，方年，強年繕正，劉仕英小姐繪圖，楊端六，袁昌英兩先生介紹出版，朱有璣先生，文杜英小姐也給我很多幫助，謹此致謝。

名詞翻譯大致根據教育部公布的物理學名詞。

劉佛年  
一九四三

## 原序

在開始閱讀以前，你一定期望我們答覆幾個簡單的問題：寫這本書的目的是甚麼？它是為怎樣的讀者寫的？

一開始便要明白地確切地答覆這些問題，是很困難的。而在本書終結時便容易得多，但是全書既已看過，也就不需要答覆這些問題了。我們覺得，說這本書不是怎樣的書倒簡單些。這不是一本有系統的介紹基本的物理事實和理論的書。我們的目的只是要敘述，人類如何努力把觀念世界與現象世界連繫起來。我們只想說明是怎樣的動力逼迫科學家發明許多觀念來解釋實在。但是我們的敘述必須簡單。在錯綜複雜的事實與概念中，我們只選擇那些最有代表性的和最有意義的。其餘的理論和事實都省略了。本書的目的既然只是敘述物理觀念的發展，因此我們不能不對於事實與觀念作一定的選擇。一個問題的重要性不能用它所佔的篇幅來判斷。我們略去了幾種主要的思想，並不是因為它們不重要，而是因為它們不在我們所選定的路線上。

在寫這本書的時候，關於本書讀者的性質，我們作過很長的討論，而處處都在替他着想。我們想像他完全缺乏物理學和數學的知識，但是卻具有很多的好德性，足以彌補這種缺陷。我們發現他對於物理學和哲學的觀念很感興趣，同時我們不能不讚美他努力鑽研書中比較無趣味和困難的部分的那一種忍耐。他知道，要理解任何一頁，必須仔細讀過以前的每一頁。他知道，即使是一本通俗的科學書，也不能像讀小說一樣的去讀它。

這本書是你我之間的親切的閒談。你也許覺得它討厭或有趣，枯燥或激動。但是假如本書能使你多少知道發明家怎樣始終如一地奮鬥，以求了解支配物理現象的法則，我們的目的便算達到了。

愛因斯坦

茵菲爾

# 目錄

## 譯序

## 原序

### 一 機械觀的興起

大偵探故事	一
第一個線索	二
向量	六
運動之謎	九
剩下一個線索	一六
熱是一種質嗎	一八
升降鐵路	一四
兌換率	一六
哲學的背景	一八
物質動力論	三〇
總結	三四

## 二 機械觀的衰落

三五

兩種電流體

三五

磁流體

四〇

第一個嚴重的困難

四三

光的速度

四六

作為質的光

四八

色之謎

四九

波是甚麼？

五一

光波說

五三

縱光波還是橫波呢？

五九

以太與機械觀

六〇

總結

六一

## 三 場論相對論

六二

場的圖示

六三

場論的兩大柱石

六九

場的實在

七二

場與以太

七八

力學的間架

七八

以太與運動

八四

時間，空間，相對論

九二

相對論與力學

○○

時空連續區

一〇四

廣義相對論

一〇九

升降機內外

一一二

幾何學與實驗

一一七

廣義相對論及其證實

一二四

場與物質

一二七

總結

一二九

## 四 量子論

連續不連續

一三一

物質與電的元量子

一三二

光量子

一三五

光譜

一三九

物質波

一四二

或然波

一四七

物理學與實在

一五六

總結

一五四

# 物理學的進化

## 一 機械觀的興起

大偵探故事——第一個線索——回量——運動之謎——剩下一個線索——熱是一種質嗎？——升降  
鐵路——兌換率——哲學的背景——物質動力論——總結

### 大偵探故事

我們可以想像一個最完美的偵探故事。在這樣的一個故事中，作者把所有的重要的線索都告訴我們，使我們對於那個案子非提出一種理論來不可，假如仔細研究案情，則最後如何解決，不待作者宣布，我們早已完全預料到了。在壞的偵探故事中，作者故意提出一個誰也沒有料想到的解決來，使我們非常失望；但是，在完美的偵探故事中則不然，解決完全不出我們所料。

我們能不能把科學家比作一個讀偵探故事的人呢？大自然像一本大書，這裏面有許多神祕，歷代的科學家不是在繼續不斷的努力尋求它的解決麼？這個比喻當然不很正確，最後會要放棄它的，但是暫時却不妨利用它，也許以後為方便起見，還要把它加以擴充和修改。

這個大偵探故事，至今還沒有解決。我們甚至不能肯定它會有一個最後的解決。不過自讀這本書以來，我們所獲的也已經很不少了，我們已經有了關於這本書中所用的文字的基本知識，又懂得了一些線索，而且在科學的艱難困苦中的發展過程中，得到了很多的愉快與興奮。但是，我們發現，雖則讀過的卷帙已經很不少了，離最後的解決還是遠得很。而且有沒有一個最後的解決還是問題呢！在每一個階段上，我們都想找一個解釋，

能符合一切已經發現了的線索。但是我們所接受的任何理論，雖能解釋許多事實，卻始終沒有一個能解釋一切已知的線索。每每有一個理論似乎是很圓滿的，但是繼續讀下去以後，又會發現它還是不圓滿。新的事實產生了，舊的理論不能解釋它，或者根本與舊理論不合。我們讀得愈多，愈覺得這本書的結構完美；但是我們不斷地往前進，那最後的解決却不斷地往後退，因此我們始終得不到一個最後的解決。

在柯南道爾或他人的偵探故事中，偵探首先把他所需要的事實都搜集起來。這些事實往往是很奇怪的，互相衝突的，毫不相關的。可是這個大偵探知道暫時不需要再繼續偵察了，現在所需要的是用純粹的思想，把所有搜集好的事實聯貫起來。於是他拉拉提琴，或是躺在椅上抽煙斗。突然，他靈機一動，恍然大悟！現在他不僅能解釋已有的事實，而且他知道一定還有旁的許多事實也已經發現了。他知道在甚麼地方可以找到這些事實，假如他願意，他可以出去，多找些事實來證實他的理論。

科學家讀自然之書，這已經是一句老生常談了。但是科學家却必須自己找解決。他不能像有些人讀偵探故事一樣，因為急於想知道案子是怎樣解決的，便翻到書末去看那最後的結果。可是科學家讀自然之書却不能這樣。他是讀者，同時也是偵探。他必須解釋一件事實與旁的事實之間的關係。他即使要得到部分的解決，也必須把所有漫無秩序的事實搜集起來，用創造的想像力去理解和貫穿它們。

正如偵探有時須用純粹的思想，物理學家也必須如此。本書的目的便是描寫物理學家的這一部分工作。我們主要的是要敘述物理研究中思想與觀念的作用。

### 第一個線索

自有人類思想以來，便有人要讀這個大偵探故事。但是直到三百多年以前，科學家才開始懂得這個故事的文字。那是伽利略和牛頓的時代。從那個時代起，這本書便讀得很快了。偵察的技術，尋求線索與研究線索的系統的方法都發展了。有些自然之謎已經解決了。不過有許多解決在繼續研究以後，證明並非最後的解決，而

只是一種很膚淺的暫時的解決。

有一個根本問題，幾千年來都因為它太複雜了，無從解決它，這就是運動的問題。我們在自然界中看見許多運動。例如石子在空中，船在海上，車在街上的運動。這些運動事實上都是很複雜的。因此要了解這些現象，必須由最簡單的例子開始，然後逐漸研究複雜的例子。試看一個靜止的物體，它一點運動也沒有。要變更這樣一個物體的位置，必須推它，提它或是用馬力或是蒸汽機作用於它。我們的直覺認為運動是與推、提、或拉的動作相連的。許多經驗告訴我們，假如要使物體運動愈快，必須愈用力推他。我們自然會斷定，對於一個物體的作用愈強有力，它的速率便愈大。一輛四匹馬的車比一輛二匹馬的車要動得快些。於是直覺告訴我們，速率主要地是與作用相連的。

凡是讀過偵探小說的都知道，一個錯誤的線索，往往把案情弄混亂了，以致遲遲得不到最後的解決。根據直覺的推理方法是不可靠的，它使我們關於運動發生一種錯誤的意見。這個意見自亞里士多德至伽利略的千餘年間，始終為學術界所接受。而因為亞里士多德在歐洲中世紀學術界具有無上的權威，他既贊成這種直覺的觀念，自然沒有人敢反對了。在兩千年來一般人認為是他所寫的力學中，他說：

『推一個物體的力不再去推它時，物體便歸於靜止。』

伽利略却能應用科學的推理方法發現亞里士多德的錯誤；他的發現是人類思想史上最偉大的成就，而且是物理學的真正的開端。這個發現告訴我們，根據直接觀察的直覺的結論不是常常可靠的，因為它們有時會得出錯誤的線索來。

但是直覺錯在那裏呢？難道說一輛四匹馬的車比一輛二匹馬的車走得快些，還會有錯嗎？

讓我們更加仔細地研究關於運動的基本事實，先從簡單的日常的經驗研究起，這些經驗是自有文明以來，我們便熟悉的，而且是在生活的奮鬥中得來的。

假如在平路上推一輛車，突然停止推它，車不會立刻停止，它還會繼續往前運動一個很短的距離。我們

問，怎樣才能增加這個距離呢？這有許多辦法，例如車輪上塗油，把路修平滑等。車輪轉動得愈容易，路愈平滑，車便可以繼續運動得愈遠。但把車輪塗油和把路修平有甚麼作用呢？只有一種作用，即外部的影響減小了，車輪間及車輪與道路間的所謂摩擦力的影響減小了。這已經是對於觀察的現象的一個理論的解釋，不過事實上這個解釋很武斷。再往前研究一下，我們便可以得到那正確的線索。設想一條絕對平滑的路，而且車輪毫無磨擦，那麼便會沒有甚麼東西使車輪停止，而車輪也會永遠運動下去。這個結論是從一個理想的實驗產生的，而這個實驗實際上是無法做的，因為把所有的外部的影響都除掉，這是絕對做不到的。

由上可知，對付運動問題有兩個方法，我們現在且把這兩個方法加以比較。我們可以說，直覺的看法是一——作用愈大，速度便愈大。因此速度本身表示有無外力作用於物體上。伽利略所發現的新線索是一——假如一個物體，我們不去推它，拉它，或用旁的方法作用於它，或簡單些說，假如沒有外力作用於它，則這個物體會用等速依直線運動下去。因此速度並不表示有無外力作用於一個物體。伽利略的結論是正確的，一個世紀之後，牛頓把它列為慣性定律。這是我們在學校初讀物理學時，必須首先記着的一條定律，也許有人還記得罷：

『一個物體，假如沒有外力改變它的狀態，便會永遠保持靜止，或等速直線的運動狀態。』

我們已經看到，這個慣性定律不能是直接從實驗中來的，而是根據觀察由思想得來的。這個理想的實驗事實上是做不到的，雖或做不到，它卻能使我們對於實際的實驗有更深刻的理解。

從世界上形形色色的複雜運動中，我們選等速直線的運動作為第一個例子。這種運動是最簡單的，因為它是沒有外力作用的。可是等速直線的運動是永遠不能實現的，石子從塔上掉下來，車在平路上推動，都不能絕對等速直線地運動。為什麼呢？因為我們不能消除所有外力的影響。

在偵探故事中往往有些最明顯的線索，我們以為它們是可靠的，結果却發現是錯了。同樣的，在尋求自然的定律時，最明顯的直覺的解釋也往往是錯的。

宇宙觀是日新月異的。伽利略的貢獻就是毀滅了那直覺的看法，而用一種新的理論來代替它。這就是伽利略的發現的重要的意義。

但是關於運動立刻又發生了新問題。假如速度不表示有無外力的作用，甚麼才表示外力作用呢？伽利略現了這個根本問題的答案，而牛頓把這個問題答覆得更明確。這個答案便成爲我們偵察中的另一個線索。

要得到一個正確的答案，我們必須再仔細想想那絕對平滑的道路上的車輛。在那理想的實驗中，運動所以是等速直線的，是因爲沒有任何外力。我們現在設想有人把這輛等速直線運動的車子朝它的運動方向推一下。很明顯的，它的速率會增加。假如朝相反的方向推一下，則速率會減小，這也是同樣明顯的事。在前面的例子中，車因被推而加速，在後面的例子中，車因被推而減慢。由此可以立刻得到一個結論：一種外力的作用改變速度。因此速度本身不是推或拉的結果，速度的改變才是它們的結果。這樣一個力究竟是增加還是減小速度，完全看它是朝運動的方向作用，還是朝相反的方向作用。伽利略對於這一點看得很清楚，在他的兩種新科學中有這樣的話：

『……一個運動的物體假如有了某種速度以後，只要沒有增加或減小速度的外部原因，便會始終保持這種速度。但是這個條件只在平面上才可能；因爲假如下是在朝下的斜面上則已經有了增加速度的原因；假如是在朝上的斜面上，則已經有了減小速度的原因；由此類推，只有平面上的運動才是永恆不變；因爲假如速度是等速直線的，則它既不能減弱，也不會弛緩，更不會消滅。』

根據正確的線索進行研究，我們對於運動的問題，居然有了較深刻的了解。甚麼是牛頓的力學的基礎呢？並非直覺所想的，是力與速度本身之間的連繫，而是力與速度改變之間的連繫。

我們已經應用了舊力學上很重要的兩個概念，即力與速度的改變。科學再往前發展後，這兩個概念的內容都擴充和推廣了。因此我們應該更加仔細地研究它們。

力是甚麼呢？在直覺上我們知道這個名詞的意義。這個觀念是從推、拉、拋等動作的筋肉感覺來的。但是

可以把它推廣，使它不限於這些簡單的例子。我們可以想像有些力的作用並不都像馬拉車子一樣！我們說在太陽與地球之間，地球與月亮之間有吸引力，就是這種力造成潮汐現象。我們說地球有一種力把我們和我們周圍的物體都限制在它的影響範圍之內，我們又說風有力可以掀起波浪，吹動樹葉。我們只要看見甚麼東西的速度改變了，我們便認為那種改變是由於外力。

牛頓在他的原理中寫道：

『加力便是對於一個物體加一種作用，以改變它的靜止或等速直線運動的狀態。』

這個力就只在那作用中，作用過去了，物體中便再沒有力了。因為一個物體只靠着它的慣性便可以保持它所得到的每一個新的狀態。力有許多不同的來源，如打擊力，壓力，向心力等。』

一個石子從塔頂上掉下來，它的運動不是等速的，而是愈來愈快的。我們於是斷定：有一個外力朝運動的方向作用。或者換句話說，地球吸引石子。我們再來舉個例。假如把石子朝上拋，結果會怎樣呢？它的速度慢慢減小，等它到了最高點時，便開始往下墮。物體上升時速度的減小，和物體下墮時速度的增加，都是由於同一的力。不過，一者的力朝運動的方向作用，他者的力朝相反的方向作用。力只是一種，它是產生增加速度或者減小速度，全看石子是朝上拋還是朝下拋。

### 向量

我們在上面所討論到的一切運動都是直線的。現在我們必須更進一步。我們要理解自然的定律，須首先分析最簡單的例子，把較複雜的例子放在後面研究。一根直線比較一根曲線要簡單些。可是我們不能在理解了直線運動以後便滿足了。力學定律，應用最成功的許多種運動，如月亮，地球，行星的運動都是曲線的。從直線運動的研究進到曲線運動的研究，會遇到許多新的困難。我們必須有勇氣克服這些困難，不然便不能理解舊力學中的定律，而舊力學因為首先給了我們許多線索，所以成了科學發展的起點。

我們再研究一個理想的實驗。設想一個極圓的球在平滑的桌上等速直線地運動。我們知道假如推這個圓球一下，或者說對它加以外力，它的速率便會變更。現在假定推的方向不是如前面所說的例子中一樣，沿圓球運動的路線，而是與那路線垂直的方向，結果圓球會怎樣呢？我們可以看出這個運動有三個階段：最初的運動，力的作用，以及力停止作用以後的最後的運動。根據慣性定律，在力作用以前和以後的速率都是絕對等速直線的。但是力作用以前和以後的等速直線的運動有一點不同：方向變了。圓球最初的路線與力的方向是互相垂直的。最後的運動不會在這兩條線上。假如推它的力大，而它最初的速度小，它就會接近原來的運動路線。外力小，而它最初的速度大，它就會接近原來的運動路線。我們根據慣性定律所得到的新結論是：一般說來，外力的作用不僅改變運動的速率，而且改變運動的方向。理解了這種事實以後，才可以理解向量的概念在物理學中所起的推廣作用。

我們可以繼續應用簡單的推理方法。我們仍以伽利略的慣性定律為出發點。這是解決運動之謎的有價值的線索，從這個線索還可以推出許多結論來。

在一平滑的桌面上，有兩個圓球朝不同的方向運動。為便於想像起見，我們假定這兩個方向是互相垂直的。因為沒有外力作用，這些運動是絕對等速直線的。再假設它們的速率相等，即在相同的時間內經過相同的距離。但若說這兩個圓球有同樣的速度是否正確呢？可以答是，也可以答否。假使二輛汽車的速率計上都表示每點鐘四十英里，我們通常便說它們的速率或速度相等，不論它們是朝那一個方向開行。但是科學必須創造它本身的文字和觀念供它本身使用。科學觀念最初總是日常生活所用的普通語言中的觀念，但是發展以後便變成爲完全不同的東西了。在普通語言中，觀念的意義是很含糊的，但爲適用於科學思想起見，它們必須具有很嚴格的意義。

從物理學家的觀點看來，兩個圓球的運動的方向不同則速度也不同，這種說法是有種種的便利的。四輛汽車從一處出發，雖然速率計上所記的速率都是每點四十英里，我們卻說這四輛車的速度不同，雖則這種說法完

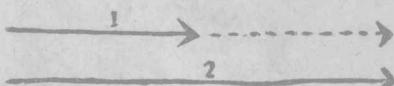
全是習慣上規定的，但是有很大的方便。速度與速率的區別，表示物理學如何從日常生活中的觀念出發，而把它加以改變，使它有利於科學的進一步的發展。

假使測量長度，其結果是用某種單位的數表示出來的。一根棍的長度也許是三尺七寸，一樣東西的重量也許是二磅三兩，而時間則為多少分多少秒。在每一種情形之中，測量的結果都是用一個數來表示的。可是單用一個數還不夠描寫某些物理上的觀念。認識這種事實，在科學研究上是一大進步。例如速度便須用一個方向和一個數來表示。一個既有數值又有方向的量叫做向量。它的符號是一根箭。速度可以用一根箭，或者簡單說來，用一個向量表示。向量的長度表示速度，它的方向便是運動的方向。

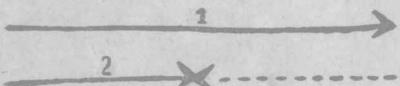
假如四輛汽車從一處開行，方向不同而速率相等，它們的速度可以用同樣長的方向不同的四向量表示，假使有二輛汽車在大路上相擦而過，速度都是每點鐘四十英里，我們可以用箭頭方向相反的兩根向量來表示它們的速率。因此表示紐約的『上行』和『下行』的地道車的箭頭，也必定指着不同的方向。但是所有的上行的火車，只要速率相同，則不論在那一條路軌上或經過那一個車站，都有同樣的速度，可以用一根向量來表示。一根向量不能表示火車經過那一個車站，或是在許多平行路軌中的那一條路軌上。換句話說，根據習慣的規定，平行的，長度相同的，方向相同的向量都可以認為是相等的。向量的不同或是長度不同，或是方向不同，或是兩者都不同。四根不同的向量可以畫成從一共同的點出發。因為出發點沒有甚麼關係，所以這些向量可以代表從一處出發的四輛汽車的速率，也可以代表在不同的地方，以一定的速度朝一定的方向開行的四輛汽車。

這種向量的圖示法，可以用來描寫我們已經討論過的關於直線運動的事實。我們說過，一輛作直線等速運動的車，朝它運動的方向推它一下，它的

圖一 第



圖二 第



速度便會增加，若畫圖，便可以用兩根向量表示，一根較短的表示推以前的速度，一根同方向而較長的表示推動會遲緩下去，那種情形的圖又稍稍不同了。那用點線表示的向量也是代表速度的變更，但是方向却不同。由此可以明白，不僅速度本身，便是速度的變更也都是向量。但是速度的變更是由於外力的作用，因此力也必須用一個向量代表。要表明一個力，單說明使多大的勁推車子是不夠的，還需要說明朝那一個方向推它。力正如速度及速度的變更一樣，不能僅用一個數表示，而必須用一個向量表示。因此外力也是一個向量，與速度的變更的方向相同。在前面的兩個圖中，用一點線表示的向量既表示速度變更的方向，也表示力的方向。說到這裏，懷疑家也許會說，他看不出介紹向量有甚麼好處。以上無非是把已經知道的事實，翻譯成一種生疏的複雜的文字而已。在目前的階段上我們很難使他相信，他的意見是錯誤的。事實上暫時他是對的。不過，我們立刻會看到，這種生疏的文字會產生一種很重要的結果。

### 運動之謎

以上只討論到直線運動，但自然界中直線運動很少，因此研究過直線運動以後，我們還是不能理解自然界中所觀察到的運動。我們必須研究曲線的運動，而我們的下一步工作便是決定這種運動的定律。這是很不容易的。在直線運動的研究中，速度，速度變更及力這幾個觀念是很有用處的。但是我們不能立刻看出來這幾個觀念如何能應用於曲線運動。我們甚至可以想像這些舊觀念不適於描寫一般的運動，而必須創造新的觀念。我們應該循着舊路走呢？還是應該找一條新路走呢？

把一個觀念加以推廣這在科學上是常有的事。至於推廣的方法却不只一種，而可以有無數種。但是必須嚴格地合於一個要求：假如原來的條件具備時，推廣了的觀念必須簡化為原來的觀念。

我們可以用現在所研究的例子來解釋這個意思。我們可以把舊的速度，速度變更，力等觀念推廣，用來解

釋曲線的運動。在科學的術語上，曲線這個名詞，是包括直線在內的。直線是曲線的一種特別的不十分重要的例子。假使把速度，速度變更，力應用於曲線運動，它們便會自動的應用於直線運動。但是這種結果，必須不與前面所得到的結果互相矛盾。假使曲線變成了直線，所有推廣了的觀念都要簡化成描寫直線運動的已經熟悉的觀念。但是這種限制還不夠。依照這種限制來推廣一個觀念，可以得出許多可能的結果來。科學史上告訴我們最簡單的推廣有時是成功的，有時是失敗的。我們必須首先作一個猜測。在目前這個例子中，我們很容易猜出那正確的推廣的方法。那些新觀念是很成功的，它們幫助我們了解石子拋在空中的運動，也能幫助我們了解行星的運動。

在一般的曲線運動中，所謂速度，速度變更和力是甚麼意義呢？我們首先說速度。一個小物體沿曲線由左到右運動。這樣一個小物體通常叫做一個質點，假設知道了質點在某一時刻的位置。在這一時刻中和這一位置上的速度是怎樣的呢？伽利略的線索又能幫助我們解決這個速度的問題。我們必須再用我們的想像力去想像一個理想的實驗。在外力的影響之下，質點沿曲線由左到右運動。設想在一個一定的時候，質點正在那個位置上，所有的外力突然沒有了。那麼根據慣性定律，運動便會是等速直線的。在實際上我們自然不能使一樣物體完全不受外力的影響。我們只能這樣猜想：『假使……結果會怎樣呢？』猜想是否正確，就看由它推出來的結論是否與實驗相合。

當一切外力都消滅以後的質點的等速直線運動的方向，就是所謂切線的方向。在顯微鏡下去看一個運動的質點，我們可以看出，曲線的一小部分很像一小段直線。切線便是它的延長線。因此速度向量便是在切線上。它的長度代表速度的數值，或是像汽車的速率計所表示的，速率的數值。



圖

三 第

應該叫做速度向量，而且使我們能夠決定一定的時刻和一定的點上的速度向量。

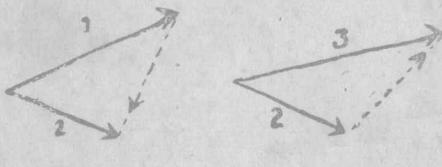
在下圖中畫着一個質點沿一根曲線而運動的三個不同的位置上的速度向量。在這個例子中，不僅速度的方向，而且由向量的長度所表示的速度的數值，在運動中都是時時變化的。

這個新的速度觀念是否適合推廣的一切要求呢？就是說：假使曲線變成了直線，他是否也簡化為我們已經熟悉的觀念呢？很明顯的，它是如此。一根直線的切線便是這根直線本身。速度向量便在運動線上，例如那運動的車子或那滾動的圓球，便是如此。

其次便要介紹在曲線上運動的一個質點的速度的變更。這也有許多種方法，我們選擇其中最簡單的，最方便的一種。下圖中有幾個速度向量，代表路線的不同的點上的運動。前面兩根向量可以再畫過，使它們從一共同的點出發，而我們知這這樣畫向量是可能的。那用點線表示的向量我們叫做速度的變更。它的起點是第一根向量的末端，而他的末端是第二根向量的末端。初看起來，這個速度變更的定義似乎不自然而且沒有意義。在向量(1)與(2)的方向相同這種特殊情形中，它的意義便清楚得多。自然，這又回到直線運動去了。假使兩根向量的起點相同，而又用點線的向量把它們的末端連接起來，這個圖便和前節中的第一圖完全相同，而以前的概念便成了新概念的一種特殊情形。在圖中我們必須把兩根線分開來，因為假使不然，這兩根線便會合而為一分辨不出來了。

現在我們必須進行推廣的最後一步了。在我們所作的猜測之中，這是最重要的一個。力與速度的變更之間必須建立一種聯繫，然後才能做出一個線索，使我們了解一般的運動問題。

解釋直線運動的線索是簡單的：外力產生速度的變更，而力的向量與變更的方向相同。現在我們問，解釋曲線運動的線索是甚麼呢？完全一樣！唯一不同的便是速度變更的意義比前廣些。假使曲線上的每一點的速度



圖四 第