

21

世纪高等院校教材

数学实验

(第二版)

杨振华 邴志新 编



科学出版社

www.sciencep.com

21 世纪高等院校教材

数 学 实 验

(第二版)

杨振华 邴志新 编

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是江苏省 21 世纪教学改革重点项目“数学建模思想与提高学生综合素质研究”的成果,书中内容涉及高等数学、线性代数、初等数论、计算方法、概率统计等课程,全书以提问的形式引导学生亲身经历发现与创造的全过程,本书重点培养学生的创新精神和用计算机解决实际问题的能力,增强学生数学应用、数学建模的能力,本书第二版改用 MATLAB 为软件平台。

本书可供高等学校师生使用,也可作为工程技术人员参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

数学实验/杨振华,酆志新编. —2 版. —北京:科学出版社,2010.2
21 世纪高等院校教材
ISBN 978-7-03-026714-6

I. ①数… II. ①杨…②酆… III. ①高等数学-实验-高等学校-教材
IV. ①O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 019409 号

责任编辑:赵 靖 / 责任校对:陈玉凤
责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市安泰印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2002 年 2 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2010 年 2 月第 二 版 印张:10 3/4

2010 年 2 月第十一次印刷 字数:217 000

印数:34 001—39 000

定价:17.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

目 录

MATLAB 软件基础	1
§ 1 引言	1
§ 2 MATLAB 软件的基本命令	1
实验一 MATLAB 软件的使用	16
§ 1 初等代数	16
§ 2 微积分	18
§ 3 线性代数	20
§ 4 计算方法	21
§ 5 MATLAB 软件中的作图	23
实验二 数列的极限	30
§ 1 基本理论	30
§ 2 实验内容与练习	30
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	39
实验三 函数的最值与导数	40
§ 1 基本理论	40
§ 2 实验内容与练习	41
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	50
实验四 函数的迭代、混沌与分形	51
§ 1 基本理论	51
§ 2 实验内容与练习	52
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	63
实验五 定积分的定义与计算	64
§ 1 基本理论	64
§ 2 实验内容与练习	65
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	76
实验六 级数与函数逼近	77
§ 1 基本理论	77
§ 2 实验内容与练习	78
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	89

实验七 数学常数	91
§ 1 自然对数的底 e	91
§ 2 Euler 常数 γ	94
§ 3 圆周率 π	96
§ 4 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	102
实验八 差分方程	103
§ 1 基本理论	103
§ 2 实验内容与练习	104
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	115
实验九 线性映射的迭代与特征向量的计算	116
§ 1 基本理论	116
§ 2 实验内容与练习	116
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	125
实验十 辗转相除法	126
§ 1 基本理论	126
§ 2 实验内容与练习	127
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	134
实验十一 不定方程	135
§ 1 基本理论	135
§ 2 实验内容与练习	136
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	145
实验十二 计算机随机模拟与基因遗传问题	146
§ 1 背景介绍	146
§ 2 实验内容与练习	146
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	157
实验十三 二项分布的计算与中心极限定理	159
§ 1 引言	159
§ 2 实验内容与练习	159
§ 3 本实验涉及的 MATLAB 软件语句说明	167
参考文献	168

MATLAB 软件基础

§ 1 引 言

MATLAB 的名称由 matrix(矩阵)和 laboratory(实验室)两词的前三个字母组合而成. 早期主要用于现代控制中复杂的矩阵、向量的各种运算, 现已发展成为一种用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级技术计算语言和交互式环境。

使用 MATLAB 可以解决最基本的数学问题, 诸如数值计算、矩阵计算、符号运算、统计分析、求解优化问题, 等等. 不仅如此, MATLAB 的应用范围非常广, 包括信号和图像处理、通信、控制系统设计、测试和测量、财务建模和分析以及计算生物学等众多应用领域。

MATLAB 软件的命令系统本身构成了一种功能强大的程序设计语言, 用这种语言可以比较方便地定义用户需要的各种函数和程序包, 系统本身也提供了许多应用程序包。

§ 2 MATLAB 软件的基本命令

双击 MATLAB 软件的图标即可启动 MATLAB 软件。

在其命令窗口中出现“>>”后即可输入命令, 如 $\sin(\pi/2)$, 然后按下回车键即可执行相应的命令。

2.1 算术运算

MATLAB 软件的算术运算是指加减乘除及乘方、开方运算。

例 1 >> $3 * (5-2) + 4^{\wedge}(6-3) / 2$

ans=

41

在 MATLAB 软件中, 乘法用“*”表示, 除法用“/”表示, 乘方用“^”表示。

例 2 >> $2^{\wedge}(1/2)$

ans=

1. 4142

MATLAB 对数据采取近似计算,在默认设置下,结果保留 5 位数字.

例 3 >>1/3+pi

ans=

3.4749

pi 表示圆周率 π .

例 4 >>2^100 %计算 2 的 100 次方

ans=

1.2677e+030

结果用科学计数法表示,1.2677e+030 表示 1.2677×10^{30} .

在输入命令中,可用%之后写入命令的注解,注解并不影响命令的执行,如例 4 中的命令.

2.2 函数

MATLAB 软件提供了许多数学上的函数,表 0.1 给出了一些常用的函数.在 MATLAB 软件中,英文字母大小写严格区分.函数与命令后面的表达式要放在小括号里.

表 0.1 常用的函数

函 数	数学含义	函 数	数学含义
abs(x)	$ x $	imag(z)	z 的虚部
acos(x)	$\arccos x$	log(x)	$\ln x$
acot(x)	$\text{arccot} x$	log10(x)	$\log_{10} x$
asin(x)	$\arcsin x$	max([x1,x2,...])	$\max(x_1, x_2, \dots)$
atan(x)	$\arctan x$	min([x1,x2,...])	$\min(x_1, x_2, \dots)$
angle(z)	argz(辐角的主值)	mod(a,b)	a 除以 b 的余数
nchoosek(n,k)	C_n^k	primes(n)	不大于 n 的所有素数
ceil	向上取整	rand	$[0,1]$ 之间均匀随机数
conj(z)	z 的共轭复数	randn	标准正态分布随机数
cos(x)	$\cos x$	real(z)	z 的实部
cot(x)	$\cot x$	round	四舍五入取整
exp(x)	e^x	sec(x)	$\sec x$
factorial(n)	$n!$	sin(x)	$\sin x$
fix(x)	向零方向取整	sqrt(x)	$\sqrt{x}$
floor	向下取整	tan(x)	$\tan x$

例 5 >>sin(pi/6)

ans=

0.5000

例 6 >>sqrt(3.3+1.5i)

```
ans=
    1.8608+0.4031i
```

例 7 >>rand

```
ans=
    0.8147
```

例 8 >>rand('seed',45);rand%以 45 为种子数产生随机数

```
ans=
    0.0809
```

2.3 赋值与函数定义

MATLAB 软件中可以直接给变量赋值,并进行运算.变量名必须以字母开头,不能有空格和标点符号(可以有下划线).

例 9 >>x=1

```
x=
    1
```

例 10 >>a=1,b=2;c=3

```
a=
    1
c=
    3
```

MATLAB 软件中的语句可以写在同一行里,中间用分号或逗号隔开,分号之前的命令不显示结果,逗号(或不加标点符号)之前的命令显示结果.

例 11 >>d=a+b*c

```
d=
    7
```

MATLAB 软件中还可以定义函数,最简单的函数命令形式为

f=inline('函数表达式')

例 12 >>f=inline('x^2+y^2');f(1,2)

```
ans=
    5
```

更为一般的函数定义形式见本实验“M 文件”部分.

2.4 逻辑运算

如同许多高级程序语言一样,MATLAB 软件也提供了逻辑运算的功能.逻辑

运算可用于程序中的条件控制.

1. 关系运算

表 0.2 给出了常用的关系运算.

表 0.2 关系运算

$x==y$	相等
$x\neq y$	不相等
$x>y$	大于
$x\geq y$	大于或等于
$x<y$	小于
$x\leq y$	小于或等于

例 13 `>>3>=2`

`ans=`

1

若逻辑判断的结果为真,则值为 1,否则值为 0.

注:在 MATLAB 中一般不使用连续的关系运算符.

例 14 `>>-3<-2<-1`

`ans=`

0

在例 13 中,系统先判断“ $-3<-2$ ”,值为 1,于是 $-3<-2<-1$ 变为 $1<-1$,显然结果为假,得到最终的值为 0.

2. 逻辑运算

表 0.3 给出了常用的逻辑运算.

表 0.3 逻辑运算

$\sim p$	否
$p\&q$	且
$p q$	或

例 15 `>>(5.8>4.1)&~(3.2==2.0)`

`ans=`

1

3. 逻辑判断命令

在 MATLAB 软件中的一些名词之前加上“is”构成了许多逻辑判断命令,例

如,

isempty(是否为空集)	isequal(是否相等)
isfloat(是否浮点数)	isglobal(是否全局变量)
isinteger(是否整数)	isprime(是否素数)
isreal(是否实数)	isvector(是否向量)

例 16 >>x=isprime(2),y=isprime(4)

```
x=
    1
y=
    0
```

2.5 矩阵与向量

MATLAB 软件提供了相当丰富的关于矩阵与向量的函数命令. 关于向量与矩阵的运算是非常快捷与方便的.

1. 向量与矩阵的定义

(1) 直接定义: 直接输入向量或矩阵的元素, 同一行的元素以逗号或空格来分隔, 不同的行用分号或回车分隔.

例 17 >>a=[1,2,3;4,5,6;7,8,10]

```
a=
    1    2    3
    4    5    6
    7    8   10
>>x=[2,3]
x=
    2    3
>>y=[4;5]
y=
    4
    5
```

(2) 向量的冒号定义: $a:d:b$ 形式的语句生成一个行向量, 范围在 a 与 b 之间, a 为第一个元素, d 为间隔, d 的取值不能为 0.

例 18 >>z=12:-3:1

```
z=
   12    9    6    3
```

(3) 语句定义

`zeros(m,n)` 产生 m 行 n 列的元素全为 0 的矩阵;

`ones(m,n)` 产生 m 行 n 列的元素全为 1 的矩阵;

`eye(n)` 产生 n 阶单位矩阵;

`diag(u)` 产生一个对角矩阵, 其对角线元素与向量 u 的元素一致.

例 19 `>>diag([2,6])`

```
ans=
     2     0
     0     6
```

2. 矩阵的元素操作

MATLAB 利用下标访问矩阵的元素.

例 20 `>>a=[1,2,3;4,5,6;7,8,10];`

`b1=a(3,1)` % b_1 为 a 的第 3 行第 1 列的元素

`b2=a([1,3],[1,2])`

% b_2 为 a 的第 1,3 行第 1,2 列的元素构成的矩阵

`b3=a(end,:)` % b_3 为 a 的最后一行所有列元素构成的矩阵

`b4=a(7)`

%将 a 的所有列按照从左到右的次序排列, b_4 求第 7 个元素

`a(:,4)=[3,2,1]` %将矩阵 a 添上第 4 列

`b5=reshape(a,2,6)` %将 a 重写为 2 行 6 列的矩阵

`c=find(b3==8)` % 求 b_3 中等于 8 的元素的位置

运行以上语句得到的结果为

```
b1=
     7
b2=
     1     2
     7     8
b3=
     7     8    10
b4=
     3
a=
     1     2     3     3
     4     5     6     2
```

```

7 8 10 1
b5=
1 7 5 3 10 2
4 2 8 6 3 1
c=
2

```

3. 矩阵的基本运算

矩阵的加减法是对相同维数的矩阵的对应元素进行加减,与一般的理解一致.如果是矩阵和标量进行加减,则该矩阵的所有元素与该标量进行运算.

例 21

```

>>x=[1,2,3;4,5,6];y=[7,8,9;4,3,2];z=x+y,w=x-5
z=
8 10 12
8 8 8
w=
-4 -3 -2
-1 0 1

```

矩阵 A 与 B 相乘 $C=A*B$,其结果与代数中矩阵相乘也是一致的,要求 A 的列数等于 B 的行数.

在 MATLAB 中,对矩阵还有另一种乘法: $A.*B$,此时要求 A 与 B 有相同的维数,其结果为 A 与 B 的对应元素相乘.

矩阵方程组 $AX=B$ 以及 $XA=B$ 的解可以分别用 $A\backslash B$ 与 A/B 来表示. $A./B$ 表示 A 与 B 的对应元素相除得到的矩阵.

若 n 为正整数,A 为一个方阵,则 A^n 表示矩阵 A 的 n 次方.若 A 为一个一般的矩阵或向量, $A.^n$ 表示 A 的每个元素求 n 次方.

例 22 求解线性方程组 $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-y+3z=9 \\ 5x+y-z=4 \end{cases}$,并验证.

解 相应的命令为

```

>>A=[1,1,1;2,-1,3;5,1,-1];b=[6;9;4];x=A\b,r=A*x-b

```

得到的结果为

```

x=
1.0000
2.0000

```

```

3.0000
r=
1.0e-14 *
0.0888
0.1776
-0.0444

```

由于是近似求解,结果有微小的误差.

2.6 符号运算

符号表达式是代表数据、变量、函数等的字符串或字符串数组.在线性代数、微积分等学科中一些运算必须使用符号运算. MATLAB 中, `sym` 命令定义单个的符号表达式, `syms` 定义多个符号变量.

例 23 `syms a b x y` 将 a, b, x, y 定义为符号变量.

例 24 `>>x=sym('x','real');` % 定义 x 为符号变量,它代表实数

```
>>y=sym('y','real');
```

```
>>z=x+i*y;
```

```
>>conj(z) %求共轭复数
```

```
ans=
```

```
x-sqrt(-1)*y
```

例 25 下面的语句将符号表达式中的 a 用值 1 进行替换:

```
>>f=sym('(a+b)^2');a=1;g=subs(f)
```

```
g=
```

```
(1+b)^2
```

也可以用 `subs('(a+b)^2','a',1)` 得到一样的效果.

例 26 `simple` 函数可以化简符号表达式.

```
>>y=sym('2*sin(x)*cos(x)'),z=simple(y)
```

```
y=
```

```
2*sin(x)*cos(x)
```

```
z=
```

```
sin(2*x)
```

2.7 M 文件

MATLAB 中有两种工作方式,一种是直接交互的命令模式,如在前面所举的例子中,所有的命令都是在命令窗口输入,然后按回车键执行命令.如果程序比较长,或数据量比较大,在命令窗口输入是不方便的. MATLAB 提供了另一种工

作模式:文件驱动模式.

文件驱动模式,即将所要执行的命令语句存放在一个后缀为 m 的文件中(一般称为 M 文件)在命令窗口可以调用该文件,执行其中的命令.

在 MATLAB 菜单栏中依次单击“File”—“New”—“M-file”即可创建并编辑一个 M 文件.

在 MATLAB 的“current directory”窗口(在默认设置下,该窗口位于菜单栏上方的右边),我们可以设置当前的文件夹.如果我们将 M 文件存放于当前文件夹或 MATLAB 设置好的搜索文件夹中,即可调用该文件.

1. 程序文件

程序文件包含了一连串的 MATLAB 命令,调用该文件时,这些命令会依次得到执行.

例 27 设置当前文件夹为“d:\user”,并在该文件夹下建立“pro1.m”文件,其文件内容为

```
x=1:2
```

```
y=x.^2
```

```
sum(y) %求各个元素之和
```

在命令窗口输入“pro1”,即可执行“pro1.m”文件中的命令,得到的结果为 5.

2. 函数文件

函数文件可以看作定义复杂函数的一种方式,可以接受参数,也可以返回参数. MATLAB 软件附带了许多函数文件,以实现特定的功能.

函数文件的第一行必须包含关键词“function”以及输入变量、输出变量、函数名.

例 28 下面的程序求两个数的和、差、积、商:

```
function [h,c,j,s]=g(x,y)
```

```
h=x+y;
```

```
c=x-y;
```

```
j=x * y;
```

```
s=x/y;
```

将其存到当前文件夹的“g.m”中.若在命令窗口执行[h,c,j,s]=g(4,5)就可以分别求出 4 与 5 的和、差、积、商.

例 29 下面的程序用来检验一个正整数是否可以写成两个素数的和.如果正整数 x 不能写成两个素数的和,则输出一个空集;若正整数 x 能写成两个素数的和,则输出两个素数构成的集合,这两个素数的和为 x.

```

function s=f(x)
m=2;n=floor(x/2);s=[];
while isempty(s) & m<=n
    if isprime(m) & isprime(x-m)
        s=[m,x-m];
    end
    m=m+1;
end

```

将上面的程序存到当前文件夹的“f.m”文件中. 若在命令窗口执行 $f(18)$, 得到的两个数为 5 与 13; 若执行 $f(11)$, 得到的为空集.

2.8 程序流程控制

1. 分支结构

在复杂的计算中常需要根据表达式的情况(它是否满足一些条件)确定是否做某些处理,或在满足不同的条件时做不同的处理. MATLAB 软件提供了描述条件分支的结构,它们常用在程序里,用于控制程序的执行过程.

最常见的分支结构用 if 语句来实现. 其最简单的形式为

```

if expression
    (commands)
end

```

如果表达式为真,则执行组命令 commands,否则跳过.

如果有两个选择,采用以下形式:

```

if expression                %判断条件
    (commands1)              %条件为真时执行
else
    (commands2)              %条件为假时执行
end

```

如果选项多余两个,采用下面的形式:

```

if expression1                %判断条件 1
    (commands1)              %条件 1 为真时执行,跳出分支结构
elseif expression2
    (commands2)              %条件 1 为假,条件 2 为真时执行,跳出分支结构
.....
else

```

```
(commandsn)    %前面所有表达式为假时执行
end
```

例 30 定义符号函数 $h(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$. 其函数文件如下:

```
function y=h(x)
if x>0
    y=1
elseif x==0
    y=0
else
    y=-1
end
```

2. 循环结构

高级程序设计语言都提供了描述重复执行的循环语句. 在 MATLAB 软件中也提供了一些类似的循环控制结构.

1) for 循环

for 循环的循环次数一般是已知的, 其格式如下:

```
for x=array      %x 为循环变量
    commands     %组命令 commands 是循环体
end
```

例 31 下面的程序可用来计算 $\sum_{k=1}^{20} k$ 与 $20!$:

```
s=0;p=1;
for k=1:20
    s=s+k;
    p=p*k;
end;
disp(['s=',num2str(s),'p=',num2str(p)])
```

结果显示为

```
s=210,p=2432902008176640000
```

注: disp 命令在屏幕上显示数组, num2str 命令将数转化为字符串.

2) while 循环

若循环次数事先不确定, 循环是用某个条件来控制的, 可以用 while 循环来实

现,其格式如下:

```
while expression    %判断条件
    commands        %组命令 commands 是循环体,
                    %只要条件为真,循环体即反复执行,直到条件为假.
end
```

例 32 数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_0=1, x_{n+1}=\frac{1}{2}\left(x_n+\frac{2}{x_n}\right)$, 可以证明该数列极限为 $\sqrt{2}$.

试求出 n , 使得 $|x_n - \sqrt{2}| < 10^{-8}$.

该程序的循环次数事先是不可能知道的, 我们可以用下面的程序来求出:

format long; %显示格式命令, 小数点后 15 位数字表示

```
x=1;stopc=1;eps=1e-8;n=0;
```

```
while stopc>eps
```

```
    x=(x+2/x)/2;n=n+1;
```

```
    stopc=abs(x-sqrt(2));
```

```
end
```

```
n
```

```
x
```

其结果为

```
n=
```

```
4
```

```
x=
```

```
1.414213562374690
```

2.9 输入输出命令

1. 键盘输入命令 input

在运行程序时, 有时变量不事先给定, 而是在运行过程中给出, 我们可以用 input 命令来实现. 其基本格式为 $r = \text{input}(\text{'提示符'})$.

例如, 在例 32 的程序中, 将 $\text{eps}=1\text{e}-8$ 改为 $\text{eps}=\text{input}(\text{'eps='})$. 执行该程序, 命令窗口会出现“eps=”的提示, 此时即可输入一个数, 比如 $1\text{e}-12$, 程序继续运行, 得到 n 的值为 5.

2. 屏幕输出命令 disp

disp 命令用来输出变量的值, 可以是数字或字符串.

例 33 >>a=1;b=2.5;