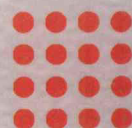


普通高等学校教材



LILUN LIXUE

理论力学

主 编 蒲致祥
副主编 薛 璞 刘小洋

西北工业大学出版社

高等学校教材

理论力学

(中学时)

主 编	蒲致祥		
副主编	薛 璞	刘小洋	
编 者	白振林	张德昌	朱晓梅
	刘小洋	薛 璞	蒲致祥

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求(修改稿)》(参考学时 70~80, 现在实际又压缩为 60 学时左右)编写。内容分静力学、运动学、动力学三大部分。部分节、段后附有针对相应概念的思考题。每章的习题及答案附于书后。

本书对基本理论适当提高起点, 表述简明、思路清晰; 对基本概念有较深入的阐释; 对基本方法有具体的指导。更适应“学时压缩、要求不变、加强自学”的新需要。

本书可作为高等工业院校中学时(60~70)理论力学教材, 也可作为电大、函大、成人自考教材。对工程技术人员进修自学, 硕士生迎考复习, 本书也能给予许多实际帮助。

出版发行: 西北工业大学出版社

通信地址: 西安市友谊西路 127 号 邮编: 710072

电 话: (029) 88493844, 88491757

网 址: www.nwpup.com

印 刷 者: 陕西丰源印务有限公司

开 本: 787 mm × 1 092 mm 1/16

印 张: 15.625

字 数: 376 千字

书 号: 978-7-5612-0968-4

版 次: 1999 年 7 月第 1 版 2008 年 6 月第 4 次印刷

定 价: 22.00 元

前 言

本书根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》(参考学时 70~80)编写。内容包括静力学、运动学及动力学三大部分,选材考虑了各类专业的通用性。引伸和加选内容用“*”号标出。部分节、段后有针对相应内容的思考题,书后按章附习题和答案。

本书是在西北工业大学理论力学教研室统一组织和规划下,在本校历次编写的理论力学教材的基础上编写的。为适应新的周工作日制实行后,“课程要求不变,课时压缩”(实际学时现减至 54~60 学时)的新情况,教材方面应本着“信息量不变,篇幅少而精,便于自学”的原则。为此,这次编写对基本理论适当提高了起点,对先修课已涉及的内容,只作简单回顾、归纳或直接引用;对基本概念,针对学生中常见的疑难作了较深入的阐释;对基本分析方法,多有具体的指导和讨论。通篇力求概念准确、思路清晰、叙述简明、富于启发性、便于自学。

参加本书编写的有刘小洋(第一~四章)、朱晓梅(第五章)、蒲致祥(绪论、第八~十章、第十六章)、薛璞(第十一,第十三~十五章),张德昌(第六、七章)、白振林(第十二章)。全书由蒲致祥统稿并任主编,薛璞、刘小洋任副主编。

本书承孙国铨教授详细审阅,并提出了许多宝贵意见。这次编写中,杜文奎、林颢仙、支希哲、和兴锁、朱西平等分别审阅了部分初稿,提出了许多修改建议,在此一并表示感谢。

由于编者水平所限,本书缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

1996 年 10 月

目 录

绪论.....	1
---------	---

第一篇 静力学

第一章 静力学的基本概念和公理.....	3
§ 1-1 静力学的基本概念.....	3
§ 1-2 静力学公理.....	4
§ 1-3 约束和约束反作用力.....	6
§ 1-4 受力分析和受力图.....	8
第二章 基本力系	12
§ 2-1 力系的基本类型	12
§ 2-2 共点力系合成与平衡的几何法	12
§ 2-3 力的投影·力沿坐标轴的分解式	15
§ 2-4 共点力系合成与平衡的解析法	17
§ 2-5 两个平行力的合成	20
§ 2-6 力偶及其性质	21
§ 2-7 力偶系的合成与平衡	23
第三章 平面力系	26
§ 3-1 力对点之矩	26
§ 3-2 力线平移定理	27
§ 3-3 平面力系的简化·主矢与主矩	27
§ 3-4 平面力系简化结果的讨论·合力矩定理	29
§ 3-5 平面力系的平衡条件	31
§ 3-6 平面平行力系的平衡	34
§ 3-7 物体系的平衡·静不定问题的概念	35
* § 3-8 简单平面桁架的内力计算	40
第四章 摩擦	43
§ 4-1 滑动摩擦	43
§ 4-2 考虑滑动摩擦时的平衡问题	44

· § 4-3 滚动摩擦的概念	47
第五章 空间力系	49
§ 5-1 力对点的矩和力对轴的矩	49
§ 5-2 空间力系向任一点的简化及其主矢与主矩	52
§ 5-3 空间力系的各种合成结果·一般形式的合力矩定理	53
§ 5-4 空间力系的平衡条件	55
§ 5-5 重心	57

第二篇 运动学

第六章 点的运动	63
§ 6-1 运动学引言	63
§ 6-2 描述点运动的矢径法	64
§ 6-3 直角坐标法	65
§ 6-4 自然法	67
第七章 刚体的基本运动	74
§ 7-1 刚体运动学概述	74
§ 7-2 刚体的平动	74
§ 7-3 刚体的定轴转动	75
§ 7-4 转动刚体内各点的运动	76
§ 7-5 定轴转动问题的矢量表示	79
第八章 点的复合运动	81
§ 8-1 基本概念	81
§ 8-2 点的速度合成定理	83
§ 8-3 牵连运动是平动时点的加速度合成定理	85
§ 8-4 牵连运动是定轴转动时点的加速度合成定理	87
第九章 刚体的平面运动	91
§ 9-1 刚体的平面运动方程	91
§ 9-2 平面运动的分解	92
§ 9-3 平面图形内各点速度分析的基点法	93
§ 9-4 平面图形内各点速度分析的瞬心法	95
§ 9-5 平面图形内各点的加速度	99
· § 9-6 刚体绕平行轴转动的合成	102

第三篇 动力学

第十章 质点动力学基础.....	107
§ 10-1 动力学引言	107
§ 10-2 动力学基本定律	107
§ 10-3 质点运动微分方程	109
§ 10-4 质点的两类动力学问题	109
第十一章 动能定理.....	114
§ 11-1 动力学普遍定理概述	114
§ 11-2 力的功	114
§ 11-3 质点系所受力的功	116
§ 11-4 转动惯量	119
§ 11-5 质点系和刚体的动能	122
§ 11-6 动能定理	124
§ 11-7 功率·功率方程	129
§ 11-8 势力场·势能·机械能守恒定理	131
第十二章 动量定理.....	133
§ 12-1 动量·力的冲量	133
§ 12-2 动量定理·冲量定理	134
§ 12-3 质心运动定理	138
§ 12-4 碰撞	140
第十三章 动量矩定理.....	143
§ 13-1 动量矩	143
§ 13-2 动量矩定理	144
§ 13-3 刚体的平面运动微分方程	148
§ 13-4 动力学普遍定理的综合应用	152
第十四章 达朗伯原理和动静法.....	156
§ 14-1 达朗伯原理	156
§ 14-2 惯性力系的简化	157
§ 14-3 动静法的应用举例	159
第十五章 振动.....	164
§ 15-1 概述	164

§ 15-2 自由振动	165
§ 15-3 衰减振动	168
§ 15-4 强迫振动	172
第十六章 虚位移原理	178
§ 16-1 引言	178
§ 16-2 广义坐标·自由度	178
§ 16-3 虚位移	179
§ 16-4 虚功·理想约束	180
§ 16-5 虚位移原理	180
习题	184
第一章习题	184
第二章习题	186
第三章习题	189
第四章习题	196
第五章习题	198
第六章习题	201
第七章习题	204
第八章习题	206
第九章习题	211
第十章习题	216
第十一章习题	218
第十二章习题	224
第十三章习题	227
第十四章习题	231
第十五章习题	235
第十六章习题	238
参考文献	242

绪 论

1. 理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

运动是物质的存在形式。车辆运行、电子运动、化学变化、生命活动、人的思维及社会现象都是物质运动。研究不同的物质运动,产生相应的科学门类。理论力学所研究的机械运动是物体的空间位置随时间的变化(包括静止)。例如车船行驶、天体运行、机器人运作及火箭飞行等都是机械运动。它是最简单直观、最普遍的物质运动形式,因而力学也是人类认识最早,发展也较为成熟的科学。

2. 理论力学的研究内容

以牛顿定律(17世纪)为基础的力学体系称为古典力学(或牛顿力学)。它的力学定律、定理多以矢量表述,故又称为矢量力学。与矢量力学相区别的是由拉格朗日、哈密顿等人奠基的分析力学(19世纪后期)。它以标量方程给出古典力学原理更简洁、和谐的分析表达。此后(20世纪初以来)在迅猛发展的工业技术需求的推动下,古典力学产生了一系列专门学科,如陀螺力学、振动理论、变质量力学、运动稳定性与控制以及本世纪后期形成和发展起来的多刚体系统动力学等。牛顿力学、分析力学及上述专门学科统称为一般力学。与一般力学相区别的是固体力学、流体力学及生物力学等。

与古典力学相区别的是产生于19世纪末和本世纪初的相对论力学和量子力学。这些物理学的新成就表明,古典力学不适用于接近光速物体的运动和基本粒子的运动。尽管如此,由于古典力学的理论和方法简单方便,而且一般工程技术中(包括星际航行和机器人技术),物体的速度远小于光速,尺度也远大于基本粒子,对此考虑相对论和量子力学意义下的精确度实无必要。因此古典力学自它形成之日直到现在以至将来,都以它体系上严整的科学风范和应用上强大的生命力,不断地发展、完善,在各领域发挥它无可替代的作用。

本书理论力学,属古典力学、一般力学、矢量力学范围。按传统,其内容和顺序是静力学、运动学和动力学三大部分(各部分的研究内容将分述于各篇首)。前二部分,一方面各有其独立的工程应用;另一方面也是后一部分的基础。同时,传统的上述三大部分编排,既符合由简到繁的认识规律,也有利于和相关课程教学的配合。

3. 课程的任务

理论力学是工科高等教育中一门重要的技术基础课。学习本课程的任务是:①应用力学基本理论和方法,解决工程技术中的实际问题;②为后续课程,如材料力学、弹性力学、流体力学、机械原理、机械零件等以及有关专业课程提供理论基础;③注意培养正确的世界观、科学的思想方法,提高分析问题解决问题的能力。因为理论力学的研究方法和理论体系是唯物辩证的认识论和方法论的一个具体映证。它所反映的从直觉观察、总结归纳、抽象思维到导出结论、

数学表述、再经实践验证的科学方法,是人类卓越智慧的体现,并且深刻地影响了哲学及数学等自然科学的发展。所以学习本课程所获教益将不仅限于这门课程内容本身。

第一章 静力学的基本概念和公理

§ 1-1 静力学的基本概念

静力学,主要是刚体静力学,要研究的主要问题是:

- (1) 作用于刚体的力的性质及其运算(包括合成、分解和简化)的方法;
- (2) 作用于刚体力系的平衡条件及其应用。

这里所谓平衡,一般是指物体相对于地面的静止和匀速直线平动,这是物体运动的一种特殊情形。

静力学在工程中有广泛的应用,例如结构物的设计常常需先作静力分析。另外静力学关于力的性质及运算方法也是动力学研究的基础。因此本课程先学习静力学。

刚体和力都是力学中最基本的概念,现分别说明。

1. 刚体

刚体是一个理想的力学模型,它是指在力的作用下形状和大小都始终保持不变的物体。或者说,刚体内任意两点间的距离保持不变。实际物体在受力作用时总会有变形,但只要变形在所研究的力学问题中不起主要作用,则可以把变形后的物体看成刚体。本课程中的有关结论,有些是对刚体而言,有些则是对实际物体而言,这些差别应予注意。

2. 力

力是物体间相互的机械作用,这种作用使这些物体的形状和运动状态发生改变。

在理论力学里仅研究力所产生的效应,而不研究它的物理来源。同时约定,把引起物体变形的效应称为力的内效应,使物体运动状态变化的效应称为力的外效应。对于刚体则不显示力的内效应。

力的作用效应决定于力的三个要素:① 力的作用位置或作用点;② 力的方向;③ 力的大小。

力的作用位置一般说是物体的一部分面积或体积。若作用面积或体积很小时可抽象为点,作用在此点的力称为集中力。否则称为分布力,作用于刚体的分布力通常可用等效的集中力代替。

本书采用国际单位制(SI),用N(牛顿)作为力的计量单位。

力是一种矢量。本书中矢量都用一个粗斜体字母表示,以同文的细斜体字表示这矢量的模。有时也用顶上带箭头的两个并列的细体字母表示矢量,第一个字母表示这个矢量的始端,第二个字母表示这个矢量的末端。顶上不带箭头的两个并列字母表示这个矢量的模。例如力 $F = \overrightarrow{AB}$ 的模是 $F = AB$ (图 1-1)。

代表矢量的有向线段称为矢。方向平行于某个矢量而模等于1(无量纲,只表示方向)的矢,称为单位矢。设以 e_F 表示矢量 F 的单位矢,则力 F 可以写成 $F = Fe_F$ (图 1-1)。

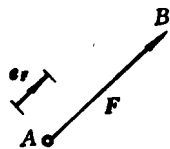


图 1-1

作用于同一物体或物体系的一群力称为力系。力系有各种分类,这将在后文随时介绍。

§ 1-2 静力学公理

力对物体的作用效果取决于它的特征。不同特征的力或力系的作用效果不同,能引起物体运动状态的不同变化。但是,由经验知道,也可以有这样的情形,两个不同的力系,能对同一物体产生相同的效应。这样的两个力系是等价的,彼此可以互相代替,并称为等效力系。静力学里首先要研究力系相互等效的条件。用一个较简单的力系去等效代换原有较复杂力系,称为力系的简化(或合成)。在特殊情况下,一个力系可以和一个力等效,则这个等效力就称为该力系的合力;而该力系中的各个力称为其合力的各分力。

在静力学里,为简明起见,规定刚体在受力之前都处于静止(相对于地面)。因此,在受力作用后,刚体能否维持这种平衡状态,完全决定于该力系的配置。能使刚体维持平衡的力系称为平衡力系。这种力系对刚体的外效应为零。习惯上说,平衡力系中的某几个力与其余各力互成平衡。这样,静力学的第二个任务可以改述为研究刚体上作用力间互成平衡的条件及其应用。

解答上面所提的问题,是以下面几个公理(有的称为定律)为基础。

公理一(两力平衡公理) 要使刚体在两个力作用下维持平衡状态,必须也只须这两个力大小相等、沿同一直线作用,而指向相反。

对非刚体,这个公理的适用性受到限制。例如,软绳受大小相等、方向相反的两个拉力时可以平衡,但如变为受压,则不能平衡。由此可见,刚体平衡的充要条件,对于变形体来讲,并不一定充分。

公理二(加减平衡力系公理) 可以在作用于刚体的任何一个力系上加上或去掉几个互成平衡的力,而不改变原力系对刚体的作用。

这个公理也只对刚体才成立;对于现实物体,加减某些平衡力系,就会影响物体的变形,甚至会引起它的破坏。因而,必须经常注意理想模型与现实物体间的差别。

由这两个公理可导出下面的重要推论。

推论(力在刚体上的可传性) 作用于刚体的力,它的作用点可以沿作用线在该刚体内前后任意移动,而不改变它对该刚体的作用。

证明 设在刚体上点A作用着力 F (图 1-2(a))。根据公理二,可以在力 F 的作用线上任意一点B,加上两个互成平衡的力 F_1 和 F_2 (图 1-2(b)),令 $F_1 = -F_2 = F$ 。由公理一知,力 F 和 F_2 互成平衡,因而根据公理二,又可以将这两个力去掉(图 1-2(c))。这样,原来的力 F 既与

力系(F, F_1, F_2)等效,也与力 F_1 等效,而力 F_1 就是原来的力 F ,只不过作用点已移到点 B 而已。

由此可见,对于作用在刚体上的力来说,作用点已不再是决定其效应的要素,而为作用线所代替,故它是滑动矢量,可以从它的作用线上任一点画出。

公理三(力平行四边形定律) 作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力。合力也作用在同一点,并等于原来两个力的矢量和。即,合力的矢能用原来两个力的矢为邻边而画出的平行四边形的对角线来表示。

这样,设在点 A 作用有两个力 F_1 和 F_2 (图1-3(a)),用 R 代表它们的合力,则有矢量表达式

$$R = F_1 + F_2$$

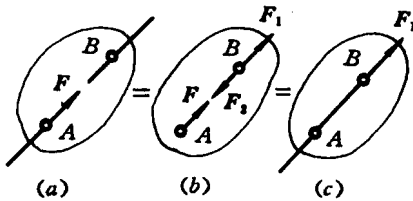


图 1-2

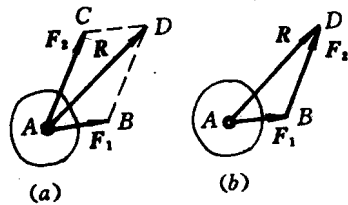


图 1-3

式中“+”号表示按矢量相加,即按平行四边形法则相加。力平行四边形的作图过程可做如下简化。如图1-3(a)所示,为求合力 R ,只须画出平行四边形的一半例如 ABD 。为此在画出力 F_1 的矢 $\overrightarrow{AB}$ 后,以点 B 作为第二个力矢 F_2 的起点,画出力 F_2 的矢 $\overrightarrow{BD}$,则连接第一力的起点 A 和第二力的终点 D 的矢 $\overrightarrow{AD}$ 就表示了合力 R (图1-3(b)),三角形 ABD 称为力三角形,这种用三角形求合力的作图法则称为力三角形法。

应用上述公理可推导出不平行三力平衡时的汇交定理：

当刚体在三个力作用下平衡时,设其中两力的作用线相交于某点,则第三力的作用线必定也通过这个点。

设在刚体上的点 A_1, A_2 和 A_3 分别作用着不平行但互成平衡的三个力 F_1, F_2 和 F_3 (图1-4(a))。已知力 F_1 和 F_2 的作用线相交于某点 O ;这两个的合力 R_1 应和力 F_3 互成平衡,因而 R_1 和 F_3 必须沿同一作用线。但 R_1 的作用线通过点 O ,故 F_3 也一定通过点 O (图1-4(b))。

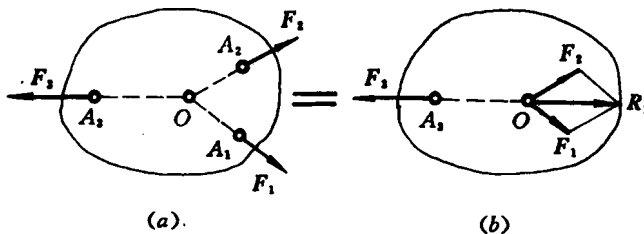


图 1-4

又由平行四边形定律可知,共点两个力的合力和这两个力是共面的,故这三个互成平衡的

力,还一定是共面的。

分析刚体在三个力作用下平衡的问题时,如已知其中两个力的作用线的交点,常用这个定理来确定第三个力的方向。

公理四(作用和反作用定律) 任何两个物体相互作用的力,总是大小相等,作用线相同,但指向相反,同时并分别作用于这两个物体。

如果把相互作用之一看为作用,而另一看为反作用,则上述定律还可叙述成,与任何作用相应,总有一个和它大小相等、作用线相同而指向相反的反作用存在。

应该注意,两个物体之间作用和反作用虽然是大小相等、沿同一直线而指向相反的两个力,但两者并不互成平衡。因为这两个力不是作用于同一物体,而是分别作用于不同的两个物体。

下面是最后一个公理,它说明在什么条件下,可以将刚体静力学的理论应用于非刚体,即变形体。

公理五(刚化公理) 设变形体在已知力系作用下维持平衡状态,则如将这个已变形但平衡的物体变成刚体(刚化),其平衡不受影响。

这个公理在研究变形体的平衡时十分重要,因为现实的物体总是变形体。刚体静力学的公理能否应用于现实物体的平衡,还要看这变形物体能否承受这些力。如果能承受,且已知它是平衡的,那末就可以应用这些公理来研究这变形体所受各力须遵守的条件。因为根据刚化公理,作用于刚体的力系平衡时所须遵守的那些条件,在变形体平衡时也是遵守的。但是单凭这些平衡条件还不能肯定变形体能否承受这些力。可见,刚体平衡的充要条件,对变形体的平衡说来只是必要的而不是充分的。

§ 1-3 约束和约束反作用力

前面曾经指出,力是物体间相互的机械作用。因此,当我们用力学定律解决实际问题时,必须了解有关物体之间的相互接触和联系方式,从而分析它们的受力情形。

可以任意运动(获得任意位置)的物体称为自由体,如空中的火箭、飞机等。由于与周围物体接触,不可能发生某些方向位移的物体称为非自由体。如挂在绳子上的灯、放在桌面上的书等,都是非自由体的实例。绳子、桌面等分别限制了灯、书等的运动自由,使它们不可能发生某些方向的位移。概括说来,绳子、桌面这些物体构成了按一定方式限制灯、书等的位移的条件。

由周围物体所构成的,限制非自由体位移的条件,称为加于该非自由体的约束。为方便起见,习惯上把构成约束条件的周围物体本身,也称为约束。这些物体由于阻挡了非自由体某些方向的位移,必须能承受非自由体按被阻挡位移的方向传来的力。与此同时,约束也按相反方向给予该非自由体以大小相等的反作用力,这种力称为约束反作用力,简称约束反力。

约束反力的特点是,这些力事先并不能独立地确定。这和作用在物体的所谓主动力不同,后一种力被认为可以彼此独立地预先确定(如重力)。约束反力的大小和方向则既与作用于非自由体的主动力有关,也与接触处的物理-几何性质有关。

现在,我们根据一般非自由体被固定、支承起来或与其他物体相连接的不同方式,把常见的约束予以理想化并归纳为下列几种类型,进而指出其约束反力的某些特征。

(1) 由完全柔软而不能伸长的绳、缆等构成的约束,如图 1-5 用绳悬挂灯。所谓完全柔软,

是指完全不能抗拒弯曲和压力而仅能承受拉力这一性质而言。此外,对于一般问题,绳缆本身的重量总是忽略不计。这样的理想绳缆,在受力状态下是拉直的,因而它所给予被约束物体的约束反力只能是拉力,其方向必定沿绳缆本身而背离被约束的物体,如图 1-5 中作用于结点 A 的绳 AB 和 AC 的拉力 T_1 和 T_2 。

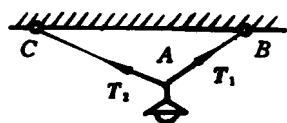


图 1-5

(2) 由完全光滑的接触表面所构成的约束。如图 1-6(a)、(b)、(c) 桌面对于书的接触、齿轮间的啮合、轴承中钢圈对于滚珠的接触都属于这种类型。所谓完全光滑,是指支承面不会产生阻碍被约束物体沿接触处切面内任一方向的阻力。

完全光滑的约束面只能阻挡非自由体沿接触处公法线方向压入该约束面的位移。这时约束面承受了非自由体给予它的压力。所以,对应的约束反力只能是压力,其方向沿着接触处的公法线而指向被约束的物体。

如果接触处的面积很小,就可以认为约束反力集中地作用于一点(如钢圈对滚珠的反力);否则,约束反力沿整个接触表面分布(如图 1-6(a))的情形可以随着作用于非自由体的其他力而改变,因而该约束面反力的合力作用点将不能预先确定。图 1-6(b) 中齿轮间沿一条线啮合,约束反力分布于啮合线(与图面垂直)。但习惯上只画这些分布力的合力 N ,它的作用点被认为是在图面上。

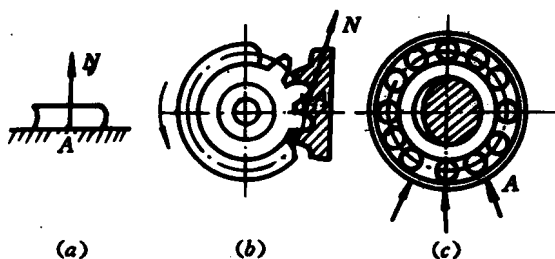


图 1-6

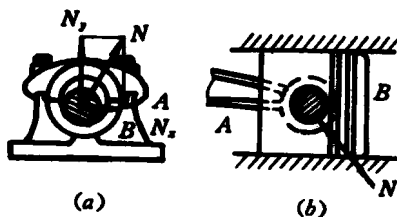


图 1-7

(3) 由铰链构成的约束。普通采用圆柱铰链,如门窗铰链、轴承、活塞销(图 1-7(a)、(b))等都属于这种类型。这种铰链模型可由固连于物体 A 的光滑圆柱插入物体 B 的圆孔来构成(圆柱与圆孔之间有间隙,但一般可略去不计)。随着所受主动力的不同,物体 A 可以获得不同方向的运动趋势,使圆柱(销轴、轴颈)紧压到圆孔(轴承)内表面的某处。这样,物体 B 将通过接触线给物体 A 某个反力 N 。这个约束反力的作用线必定通过圆柱与圆孔的圆心(沿着接触线上某个方向的半径)。但是,圆柱紧压圆孔之点的位置将随其他作用力而改变。可见,圆柱铰链约束反力的作用线必在垂直于圆柱轴线的平面内并通过圆心,而它的方向则不能预先独立确定。它可用通过圆心而大小未知的两个正交力表示,如图 1-7(a) 中用 N_x 、 N_y 表示 N 。

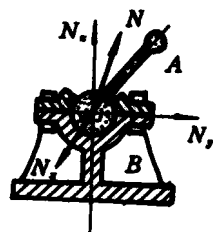


图 1-8

在空间系统中,有时采用球铰链。这种约束可由固连于物体 A 的光滑圆球嵌入物体 B 的球窝而构成。球窝上有缺口,容许物体 A 绕球心转动(图 1-8)。汽车变速箱的操纵杆就利用了这种约束。

球铰链不容许物体 A 沿任何方向离开铰链的球心,而能承受物体 A 上按任何方向通过球

心的力。可见，球铰链的约束反力作用线恒通过铰链球心而方向则不能预先独立地确定。它可用通过球心而大小未知的三个正交分力表示，如图 1-8 中的 N_x, N_y, N_z 。

在结构简图中连接两物体的铰链常用小圆圈“○”表示(参见图 1-9(d)，图 1-10)。

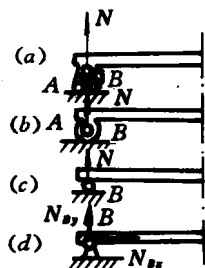


图 1-9

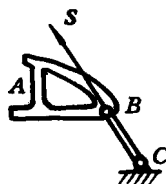


图 1-10

在实际问题中，还要遇到更为复杂的约束，但是它们多数可归结为上述类型，或者可以看做这些基本约束的组合。

下面提出几种复合约束的例子。

(1) 活动(铰链)支座(图 1-9(a)、(b))。它是由前述第二、第三两种类型的简单约束组成的。这里，支承面 A 的约束反力方向必与这个面垂直，同时其作用线必通过铰链 B 的轴心。这些支座也可不用铰链而用单个滚子来实现(图 1-9(c))。这些支座的支承面只能承受压力，即相当于第二类约束。

如果取消活动支座中的滚子，而把支座固连在基础上，则所得为固定(铰链)支座(图 1-9(d))。其作用完全与普通铰链构成的约束相同。

(2) 双铰链刚杆(不计自身重量)连接(图 1-10)。这种刚杆(直杆或弯杆)常被用来作为拉杆或支承，而借两端的铰链连接两个物体(在平面情形中，两端铰链是其轴线都垂直于该平面的两个圆柱铰链)。

现单独考察图 1-10 中双铰刚杆自身的平衡。它是只受两个力作用的平衡物体(二力体)，这两个力分别作用在两端铰链的中心，而根据公理一，这两个力的作用线必须沿这两个铰链中心的连线。显然，与这两个力相对应的反作用力，即刚杆 BC 对于两端所连物体的反力 S，其方向必定也是沿这连线的。

可见，本身不受主动力作用的双铰链刚杆给予相连物体的反力，其方向必定沿两端铰链中心的连线。

怎样把实践中所遇到的约束化简并估计其反力的特征，这是一个重要的、然而有时也可能是相当困难的问题。必须具体地分析每个问题的条件。但是，对于一般的问题，上述几种约束模型已有足够普遍的适用性。

§ 1-4 受力分析和受力图

在应用平衡规律解答静力学问题时，特别是在确定约束反力之前，一般须从所考察的平衡系统中选取某些物体作为研究对象——取分离体，并仔细分析作用在该物体上各力位置、大

小、方向的已知、未知情况。这一过程称为受力分析。然后在分离体上逐一画出作用于其上的全部力，得到分离体的受力图。必须指出，在每个具体问题中，正确地画出受力图，是取得正确解答的首要条件。

1. 受力图的画法及步骤

(1) 根据题意选取研究对象，用尽可能简明的轮廓线把它单独画出，即取分离体。

(2) 画出该研究对象所受的全部主动力。

(3) 在研究对象上所有原来存在约束(即与其他物体相接触和相连)的地方，根据约束的性质画出约束反力。对于方向不能预先独立确定的约束反力(例如圆柱铰链的约束反力)用互相垂直的两个或三个分力表示，指向可以假设。

(4) 有时可根据作用在分离体上的力系特点，如利用两力平衡时共线、不平行三力平衡时汇交于一点等理论，确定某些约束反力的方向，简化受力图。

2. 画受力图应注意的事项

(1) 当选取的分离体是互相有联系的物体时，同一个力在不同的受力图中用相同的方法表示，同一处的一对作用力和反作用力分别在两个受力图中应表示成方向相反的力。

(2) 画作用在分离体上的全部外力，不能多画也不得少画。内力一律不画。除分布力代之以等效的集中力、未知的约束反力可用它的正交分力表示外，所有其他力一般不合成，不分解，并画在其真实作用位置上。

平衡对象的受力分析及其受力图的画法，必须通过具体实践反复练习，以求得技巧的熟练和巩固。特别应注意根据约束的性质画约束反力。

例 1-1 在图 1-11 所示的平面系统中，匀质球 A 重 P ，借本身重量和摩擦均不计的理想滑轮 C 和柔绳维持在仰角是 α 的光滑斜面上，绳的一端挂着重 Q 的物块 B 。试分析物体 B 、球 A 和滑轮 C 的受力情况，并分别画出平衡时各物体的受力图。

解 (1) 物块 B 受两个力作用：本身的重力 Q (主动力)，铅直向下，作用点可取在物块的重心；绳子 DG 段给予它的拉力 T_D (约束反力)，作用于物块 B 与绳子的连结点 D 。根据两力平衡公理，物块 B 平衡时 T_D 和 Q 必须共线，彼此大小相等而指向相反。物块 B 的受力图如图 1-12(a) 所示。

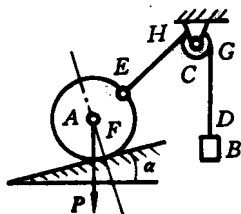


图 1-11

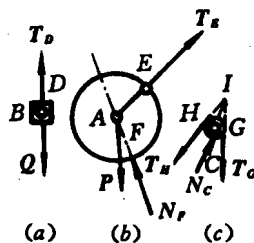


图 1-12