

练习中考题，复习重难点逐个击破！面对中考题，不再心慌慌！



2010

# 中考复习训练丛书

数 学

《中考复习训练》编委会 编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

出版(印制)：中国地图出版社

戴金尧主编《初中数学中考复习训练丛书》

(印量 51,000,000 册·出版地：北京)

# 数学

编写者：吴立新

审稿者：王春华

出版地：北京·印制地：北京·出版时间：2002年1月

# 中考复习训练丛书

丛书主编：吴立新

副主编：王春华

初中数学中考复习训练丛书



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

总主编：吴立新  
副主编：王春华

## 图书在版编目(CIP)数据

中考复习训练丛书·数学/《中考复习训练》编委会编—7  
版.一杭州:浙江大学出版社, 2009.10(2009.12重印)  
ISBN 978-7-308-02962-9

I. 中… II. 中… III. 数学课—高中—升学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 097666 号

## 中考复习训练丛书·数学

《中考复习训练》编委会 编

---

责任编辑 王同裕

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州大漠照排印刷有限公司

印 刷 浙江省良渚印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 15.5

字 数 400 千

版 印 次 2009 年 10 月第 7 版 2009 年 12 月第 28 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-02962-9

定 价 29.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571) 88925591

## 修 订 说 明

浙大版“教与学——中考复习训练丛书”自出版以来，备受读者青睐，在中学界引起了强烈的反响。今年，我社本着服务社会、惠及读者、精益求精的出版理念，在反复调查和广泛听取读者意见的基础上，对该丛书进行全面的修订。

本次修订以浙江省制订的初中各学科课程标准以及最新《浙江省初中毕业生学业考试说明》为依据，充分渗透新课程标准的理念，并着眼于提高学生分析问题、解决问题以及自主学习和合作探究的能力，更加科学地体现教改理念和中考改革的新精神、新思想、新要求。

本丛书精选全国，特别是浙江省各地近几年来的优秀中考题，按循序渐进、整体推进的原则设计训练题：既安排了同步训练和单元测试，又设计了模拟冲刺试题；对同一节内容设计了“达标训练”和“冲刺重高”两组训练试题，在难度和题量上做了科学配比，不同层次的读者可以灵活取舍，在复习时能更客观地评价自己的水平，提高学习绩效。我们不敢说精选了所有的好题，但我们保证所选试题一定是难度适中，具有一定测量、训练价值的好题。本丛书适合浙江省内各地学生使用。

2009 年 9 月

# 目 录

---

## CONTENTS

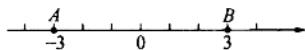
<b>一、数与代数 / 1</b>	
(一) 有理数 / 1	
(二) 实数 / 5	
(三) 整式 / 8	
(四) 分式 / 12	
(五) 代数式 / 15	
(六) 方程与方程组 / 22	
(七) 不等式与不等式组 / 27	
(八) 函数 / 31	
(九) 一次函数 / 36	
(十) 反比例函数 / 44	
(十一) 二次函数 / 50	
<b>二、空间与图形 / 58</b>	
(一) 点、线、面 / 58	
(二) 角 / 62	
(三) 相交线、平行线 / 66	
(四) 三角形 / 69	
(五) 四边形 / 74	
(六) 圆 / 78	
	(七) 尺规作图 / 83
	(八) 视图与投影 / 89
	(九) 图形的轴对称 / 93
	(十) 图形的平移 / 97
	(十一) 图形的旋转 / 103
	(十二) 比例与相似 / 108
	(十三) 锐角三角函数 / 113
	(十四) 图形与坐标 / 118
	(十五) 命题与证明 / 121
	<b>三、概率与统计 / 126</b>
	(一) 数据的收集与整理 / 126
	(二) 数据的描述与处理 / 132
	(三) 统计的应用 / 140
	(四) 概率的计算与应用 / 146
	<b>四、课题学习 / 150</b>
	中考模拟考试数学试题(一) / 158
	中考模拟考试数学试题(二) / 162
	参考答案 / 166

# 一、数与代数

## (一) 有理数

### 范例精析

**例1** [济南中考题]如图,数轴上A, B两点所表示的两数的( )



- A. 和为正数
- B. 和为负数
- C. 积为正数
- D. 积为负数

**解析** 本题主要考查有理数的加、乘运算,并巧妙设计了数形结合的思想方法。考生从图中,可知A点表示的数为-3,B点表示的数为3,两数之和为0,两数之积为-9,故应选D。

**例2** [扬州中考题]为了加强公民的节水意识,合理利用水资源,某市采用价格调控手段达到节水的目的。该市自来水收费价格见价目表。

价目表	
每月水用量	单价
不超出 $6\text{m}^3$ 的部分	2 元/ $\text{m}^3$
超出 $6\text{m}^3$ 不超出 $10\text{m}^3$ 的部分	4 元/ $\text{m}^3$
超出 $10\text{m}^3$ 的部分	8 元/ $\text{m}^3$

注:水费按月结算。

若某户居民1月份用水  $8\text{m}^3$ ,则应收水费:  $2 \times 6 + 4 \times (8 - 6) = 20$  元。

- (1) 若该户居民2月份用水  $12.5\text{m}^3$ ,则应

收水费\_\_\_\_\_元;

(2) 若该户居民3、4月份共用水  $15\text{m}^3$ (4月份用水量超过3月份),共交水费44元,则该户居民3、4月份各用水多少立方米?

**解析** (1) 应收水费  $2 \times 6 + 4 \times (10 - 6) + 8 \times (12.5 - 10) = 48$  元。

(2) 当3月份用水不超过  $6\text{m}^3$  时,设3月份用水  $x\text{m}^3$ ,则  $2x + 2 \times 6 + 4 \times 4 + 8(15 - x - 10) = 44$

解之得  $x = 4 < 11$ ,符合题意。

当3月份用水超过  $6\text{m}^3$ ,但不超过  $10\text{m}^3$  时,设3月份用水  $x\text{m}^3$ ,则  $2 \times 6 + 4(x - 6) + 2 \times 6 + 4 \times 4 + 8 \times (15 - 10 - x) = 44$

解之得  $x = 3 < 6$ (舍去)

所以3月份用水  $4\text{m}^3$ ,4月份用水  $11\text{m}^3$ 。

### 达标训练

1. [金华中考题]如果+3吨表示运入仓库的大米吨数,那么运出5吨大米表示为( )

- A. -5吨
- B. +5吨
- C. -3吨
- D. +3吨

2. [北京中考题]-6的绝对值等于( )

- A. 6
- B.  $\frac{1}{6}$
- C.  $-\frac{1}{6}$
- D. -6

3. [杭州中考题]北京奥运会的国家体育场“鸟巢”建筑面积达25.8万平方米,用科学记数法表示应为( )

- A.  $25.8 \times 10^4 \text{ m}^2$
- B.  $25.8 \times 10^5 \text{ m}^2$
- C.  $2.58 \times 10^5 \text{ m}^2$





D.  $2.58 \times 10^6 \text{ m}^2$

4. [绍兴中考题] 时是电视机常用规格之一, 1时约为拇指上面一节的长, 则 7 时长相当于 ( )

- A. 课本的宽度  
B. 课桌的宽度  
C. 黑板的高度  
D. 粉笔的长度



5. [南京中考题] 某地今年 1 月 1 日至 4 日每天的最高气温与最低气温如下表:

日期	1月1日	1月2日	1月3日	1月4日
最高气温	5°C	4°C	0°C	4°C
最低气温	0°C	-2°C	-4°C	-3°C

其中温差最大的是 ( )

- A. 1月1日      B. 1月2日  
C. 1月3日      D. 1月4日

6. [临安中考题] 如果  $a$  与 -2 互为相反数, 那么  $a$  等于 ( )

- A. -2      B. 2  
C.  $-\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{2}$

7. [连云港中考题] 实数  $a, b$  在数轴上对应点的位置如下图所示, 则必有 ( )

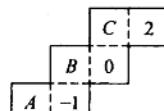


- A.  $a+b > 0$       B.  $a-b < 0$   
C.  $ab > 0$       D.  $\frac{a}{b} < 0$

8. [滨州中考题]  $-\frac{1}{3}$  的相反数是 ( )

- A. -3      B. 3  
C.  $\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$

9. [福州中考题] 右图是一个正方体包装盒的表面展开图, 若在其中的三个正方形 A、B、C 内分别填上适当的数, 使



得将这个表面展开图沿虚线折成正方体后, 相对面上的两个数互为相反数, 则填在 A、B、C 内的三个数依次是 ( )

- A. 0, -2, 1  
B. 0, 1, -2  
C. 1, 0, -2  
D. -2, 0, 1

10. [辽宁中考题] 小刚学习了有理数运算法则后, 编了一个计算程序. 当他输入任意一个有理数时, 显示屏上出现的结果总等于所输入的有理数的平方与 1 的和. 当他第一次输入 -2, 然后又将所得的结果再次输入后, 显示屏上出现的结果应是 ( )

- A. -8      B. 5  
C. -24      D. 26

11. [泰州中考题] 现有甲、乙、丙、丁、戊五个同学, 他们分别来自一中、二中、三中. 已知: (1) 每所学校至少有他们中的一名学生; (2) 在二中联欢会上, 甲、乙、戊作为被邀请的客人演奏了小提琴; (3) 乙过去曾在三中学习, 后来转学了, 现在同丁在同一个班学习; (4) 丁、戊是同一所学校的三好学生. 根据以上叙述可以断定甲所在的学校为 ( )

- A. 一中  
B. 二中  
C. 三中  
D. 不确定

12. 已知 3 个空的啤酒瓶可以换 1 瓶啤酒, 现有 20 个空的啤酒瓶, 若不花钱, 最多可以喝到啤酒 ( )

- A. 8 瓶      B. 9 瓶  
C. 10 瓶      D. 11 瓶

13. [北京中考题] 在五环图案内, 分别填写五个数  $a, b, c, d, e$ , 如图, 其中  $a, b, c$  是三个连续偶数 ( $a < b$ ),  $d, e$  是两个连续奇数 ( $d < e$ ), 且满足  $a+b+c=d+e$ , 例如  $(2, 4, 6, 5, 7)$ . 请你在 0 到 20 之间选择另一组符合条件的数填入下图:



14. 若“三角” 表示运算  $a - b + c$ , “方框” 表示运算  $x - y + z + w$ ,

求:   $\times$   表示的运算, 并计算结果.

15. [浙江中考题] 据了解, 火车票价按“全程参考价  $\times$  实际乘车里程数”的方法来确定. 已知 A 站至 H 站总里程数为 1500 千米, 全程参考价为 180 元. 下表是沿途各站至 H 站的里程数:

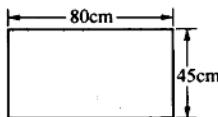
车站名	A	B	C	D	E	F	G	H
各站至 H 站的里程数 (单位: 千米)	1500	1130	910	622	402	219	72	0

例如, 要确定从 B 站至 E 站火车票价, 其票价为  $\frac{180 \times (1130 - 402)}{1500} = 87.36 \approx 87$  (元).

(1) 求 A 站至 F 站的火车票价(结果精确到 1 元);

(2) 旅客王大妈乘火车去女儿家, 上车过两站后拿着火车票问乘务员: 我快到站了吗? 乘务员看到王大妈手中票价是 66 元, 马上说下一站就到了. 请问王大妈是在哪一站下车的? (要求写出解答过程).

16. 蓝天希望学校正准备建一个多媒体教室, 计划做长 120cm, 宽 30cm 的长条形桌面. 现只有长 80cm, 宽 45cm 的木板, 请你为该校设计不同的拼接方案, 使拼起来的桌面符合要求. (只要求画出裁剪、拼接图形, 并标上尺寸)



17. [大连中考题] 在数学活动中, 小明为

了求  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$  的值(结果用  $n$  表示), 设计如图 17-1 所示的几何图形.

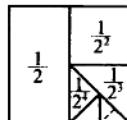


图 17-1



图 17-2

(1) 请你利用这个几何图形求  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$  的值为\_\_\_\_\_.

(2) 请你利用图 17-2, 再设计一个能求  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$  的值的几何图形.

### 冲刺重高

1. [嘉兴中考题] 计算  $(-3)^2$  的结果是 ( )

- A. -6      B. 6  
C. -9      D. 9

2. [宁波中考题] 2008 年 5 月 12 日, 四川汶川发生了特大地震. 震后, 国内外纷纷向灾区捐物捐款, 截至 5 月 26 日 12 时, 捐款达 308.76 亿元. 把它用科学记数法表示为 ( )

- A.  $30.876 \times 10^9$  元  
B.  $3.0876 \times 10^{10}$  元  
C.  $0.30876 \times 10^{11}$  元  
D.  $3.0876 \times 10^{11}$  元

3. 一根一米长的绳子, 第一次剪去一半, 第二次剪去剩下的一半, 如此剪下去, 第六次剪后剩下的绳子的长度为 ( )

- A.  $(\frac{1}{2})^3$   
B.  $(\frac{1}{2})^5$   
C.  $(\frac{1}{2})^6$   
D.  $(\frac{1}{2})^{12}$

4. [无锡中考题] 比较  $-\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  的



大小,下列结果正确的是 ( )

- A.  $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{4}$
- B.  $-\frac{1}{2} < \frac{1}{4} < -\frac{1}{3}$
- C.  $\frac{1}{4} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{2}$
- D.  $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$

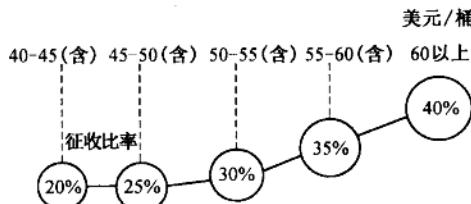
5. [台湾中考题]下图表示数在线四个点的位置关系,且它们表示的数分别为  $p, q, r, s$ . 若  $|p-r|=10, |p-s|=12, |q-s|=9$ , 则  $|q-r|=?$  ( )



- A. 7
  - B. 9
  - C. 11
  - D. 13
6. 计算  $0.04^{2007} \times [(-5)^{2007}]^2$  得 ( )
- A. 1
  - B.  $-1$
  - C.  $\frac{1}{5^{2007}}$
  - D.  $-\frac{1}{5^{2007}}$

7. [浙江中考题]自 2006 年 3 月 26 日起,国家对石油开采企业销售国产石油因价格超过一定水平(每桶 40 美元)所获得超额收入,将按比例征收收益金(征收比率及算法举例如下面的图和表). 有人预测中国石油公司 2006 年第 3 季度将销售 200 百万桶石油,售价为每桶 53 美元,那么按该季度估算中国石油公司应向国家缴纳的特别收益金将达到人民币(按 1 美元兑换 8 元人民币的汇率计算)

#### 石油特别收益金征收比率



( )

#### 石油特别收益金计算举例

石油价格 (美元/桶)	石油特别收益金 (美元/桶)
40	0
45	$5 \times 20\% = 1.75$
48	$5 \times 20\% + 3 \times 25\% = 1.75 + 0.75 = 2.5$
55	3.75
...	...

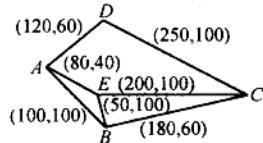
A. 62.4 亿元

B. 58.4 亿元

C. 50.4 亿元

D. 0.504 亿元

8. [连云港中考题]  $A, B, C, D, E$  五个景点之间的路线如图所示. 若每条路线的里程  $a$  (km) 及行驶的平均速度  $b$  (km/h) 用  $(a, b)$  表示, 则从景点  $A$  到景点  $C$  用时最少的路线是 ( )



A.  $A \rightarrow E \rightarrow C$

B.  $A \rightarrow B \rightarrow C$

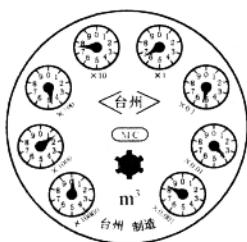
C.  $A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C$

D.  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C$

9. [济南中考题] 数学的美无处不在. 数学家们研究发现, 弹拨琴弦发出声音的音调高低, 取决于弦的长度, 绑得一样紧的几根弦, 如果长度的比能够表示成整数的比, 发出的声音就比较和谐. 例如, 三根弦长度之比是 15 : 12 : 10, 把它们绑得一样紧, 用同样的力弹拨, 它们将分别发出很调和的乐声 do、mi、so. 研究 15、12、10 这三个数的倒数发现:  $\frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{1}{12}$ . 我们称 15、12、10 这三个数为一组调和数. 现有一组调和数:  $x, 5, 3$  ( $x > 5$ ), 则  $x$  的值是 \_\_\_\_\_.



10. [台州中考题] 小舒家的水表如图所示, 则该水表的读数为 \_\_\_\_\_  $\text{m}^3$  (精确到  $0.1\text{m}^3$ ).



11. (1) 比较下列各式的大小:

$$|-2| + |3| \quad | -2 + 3 |;$$

$$\left| -\frac{1}{2} \right| + \left| -\frac{1}{3} \right| \quad \left| -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right|;$$

$$|0| + |-5| \quad |0 - 5|; \dots$$

(2) 通过(1)的比较, 请你分析归纳出当  $a, b$  为有理数时,  $|a| + |b|$  与  $|a + b|$  的大小关系.

(3) 根据(2)中你得出的结论, 求当  $|x| + 5 = |x - 5|$  时, 求  $x$  的取值范围.

12. 某风景区对 5 个景点的门票价格进行了调整, 据统计, 调价前后各景点的游客人数基本不变. 有关数据如下表所示:

景 点	A	B	C	D	E
原价(元)	10	10	15	20	25
现价(元)	5	5	15	25	30
平均日人数(千人)	1	1	2	3	2

(1) 该风景区称调整前后这 5 个景点门票的平均收费不变, 平均日总收入持平. 问风景区是怎样计算的?

(2) 另一方面, 游客认为调整收费后风景区的平均日总收入相对于调价前, 实际上增加了约 9.4%. 问游客是怎样计算的?

(3) 你认为风景区和游客中, 哪一个的说法较能反映整体实际?

13. 图①是由若干个小圆圈堆成的一个形如正三角形的图案, 最上面一层有一个圆

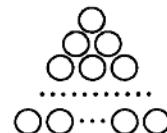
圈, 以下各层均比上一层多一个圆圈, 一共堆了  $n$  层. 将图①倒置后与原图①拼成图②的形状, 这样我们可以算出图①中所有圆圈的个数为  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

第 1 层

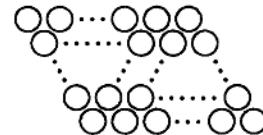
第 2 层

.....

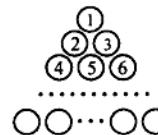
第  $n$  层



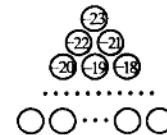
图①



图②



图③



图④

如果图①中的圆圈共有 12 层, (1) 我们自上往下, 在每个圆圈中都按图③的方式填上一串连续的正整数 1, 2, 3, 4, ..., 则最底层最左边这个圆圈中的数是 \_\_\_\_; (2) 我们自上往下, 在每个圆圈中都按图④的方式填上一串连续的整数  $-23, -22, -21, \dots$ , 求图④中所有圆圈中各数的绝对值之和.

## (二) 实 数

### 范例精析

例 1 [扬州中考题] 大家都知道  $\sqrt{5}$  是一个无理数, 那么  $\sqrt{5}-1$  在哪两个数之间 ( )

- A. 1 与 2
- B. 2 与 3
- C. 3 与 4
- D. 4 与 5

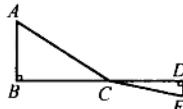
解析 对于无理数作近似估算的新课标



的要求，同学们必须掌握“估算法”这种解题方法，以便在具体的实际问题中作出快速处理。

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ ，即  $2 < \sqrt{5} < 3$ ，所以  $1 < \sqrt{5} - 1 < 2$ ，故选 A。

**例 2** [恩施中考题] 如图，C 为线段 BD 上一动点，分别过点 B、D 作  $AB \perp BD$ ， $ED \perp BD$ ，连结 AC、EC。已知  $AB = 5$ ， $DE = 1$ ， $BD = 8$ ，设  $CD = x$ 。



(例 2 图)

(1) 用含  $x$  的代数式表示  $AC + CE$  的长；

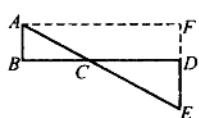
(2) 请问点 C 满足什么条件时， $AC + CE$  的值最小？

(3) 根据(2)中的规律和结论，请构图求出代数式  $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(12 - x)^2 + 9}$  的最小值。

**解析** (1)  $\sqrt{(8-x)^2 + 25} + \sqrt{x^2 + 1}$ ；

(2) 当 A、C、E 三点共线时， $AC + CE$  的值最小；

(3) 如下图所示，作  $BD = 12$ ，过点 B 作  $AB \perp BD$ ，过点 D 作  $ED \perp BD$ ，使  $AB = 2$ ， $ED = 3$ ，连结 AE 交 BD 于点 C。AE 的长即为代数式  $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(12 - x)^2 + 9}$  的最小值。



过点 A 作  $AF \parallel BD$  交  $ED$  的延长线于点 F，得矩形  $ABDF$ ，

则  $AB = DF = 2$ ， $AF = BD = 8$ 。

所以  $AE = \sqrt{12^2 + (3+2)^2} = 13$

即  $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(12 - x)^2 + 9}$  的最小值为 13。

**例 3** [杭州中考题] 在下面两个集合中各有一些实数，请你分别从中选出 2 个有理数和 2 个无理数，再用“+、-、×、÷”中的 3 种符号将选出的 4 个数进行 3 次运算，使得运算的结果是一个正整数。

### 有理数

3, -6,  $\frac{2}{3}$ , 0.17

21.5, - $\frac{4}{3}$ , 0

### 无理数

$\sqrt{2}$ ,  $\pi$ ,  $-\sqrt{12}$ ,  $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$-\sqrt{8}$ ,  $\frac{3}{\pi}$ ,  $\sqrt{3}$

(例 3 图)

**解析** 本题答案不唯一：例如，可以取：  
 $-\sqrt{12}$ ,  $\sqrt{3}$ , -6,  $-\frac{4}{3}$  进行下面的运算：

$$(-\sqrt{12} \div \sqrt{3}) + \left[ -6 \times \left( -\frac{4}{3} \right) \right] = -2 + 8 = 6.$$

**点评** 本题是对无理数和有理数的理解，以及实数的基本运算的考查，类似于我们古代的 24 点游戏。

### 达标训练

1. [连云港中考题] 如果  $\sqrt{x-1}$  有意义，那么字母 x 的取值范围是 ( )

- A.  $x \geq 1$       B.  $x > 1$   
C.  $x \leq 1$       D.  $x < 1$

2. [天津中考题] 若  $m = \sqrt{40} - 4$ ，则估计 m 的值所在的范围是 ( )

- A.  $1 < m < 2$       B.  $2 < m < 3$   
C.  $3 < m < 4$       D.  $4 < m < 5$

3. [芜湖中考题] 估计  $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{20}$  的运算结果应在 ( )

- A. 6 到 7 之间      B. 7 到 8 之间  
C. 8 到 9 之间      D. 9 到 10 之间

4. [杭州中考题] 设  $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ,  $b = 2 - \sqrt{3}$ ,  $c = \sqrt{5} - 2$ ，则 a, b, c 的大小关系是 ( )

- A.  $a > b > c$       B.  $a > c > b$   
C.  $c > b > a$       D.  $b > c > a$

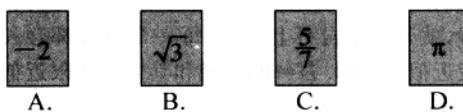
5. [济宁中考题] 已知  $\sqrt{a+2} + |b-1| = 0$ ，那么  $(a+b)^{2007}$  的值为 ( )

- A. -1      B. 1  
C.  $3^{2007}$       D.  $-3^{2007}$

6. 已知实数 a 满足  $|2006-a| + \sqrt{a-2007} = a$ ，那么  $a-2006^2 =$  \_\_\_\_\_.



7. [嘉兴中考题] 如图, A, B, C, D 四张卡片上分别写有  $-2$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $\pi$  四个实数, 从中任取两张卡片.



(1) 请列举出所有可能的结果(用字母 A, B, C, D 表示);

(2) 求取到的两个数都是无理数的概率.

8. [内江中考题] 对于题目“化简求值:  $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2 - 2}$ , 其中  $a = \frac{1}{5}$ ”甲、乙两人的解答不同.

甲的解答是:  $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2 - 2} = \frac{1}{a} + \sqrt{(\frac{1}{a} - a)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5}$ ;

乙的解答是:  $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2 - 2} = \frac{1}{a} + \sqrt{(\frac{1}{a} - a)^2} = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = a = \frac{1}{5}$ .

谁的解答是错误的, 为什么?

9. [海淀中考题] 计算:  $|\sqrt{-2}| + (\cos 60^\circ - \tan 30^\circ)^0 + \sqrt{8}$ .

10. [盐城中考题] 计算:  $|-2| - \sqrt{\frac{1}{16} + (-2)^{-2}} - (\sqrt{3} - 2)^0$ .

11. [台州中考题] 我国古代数学家秦九韶在《数书九章》中记述了“三斜求积术”, 即已知三角形的三边长, 求它的面积. 用现代式子表示即为:

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[ a^2 b^2 - \left( \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]} \dots \dots ①$$

(其中  $a$ ,  $b$ ,  $c$  为三角形的三边长,  $S$  为面积).

而另一个文明古国古希腊也有求三角形面积的海伦公式:

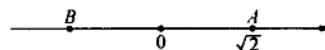
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \dots \dots ②$$

(其中  $p = \frac{a+b+c}{2}$ ).

- (1) 若已知三角形的三边长分别为 5, 7, 8, 试分别运用公式①和公式②, 计算该三角形的面积  $S$ ;

(2) 你能否由公式①推导出公式②? 请试试.

12. [新疆中考题] 如图, 数轴上点 A 表示  $\sqrt{2}$ , 点 A 关于原点的对称点为 B, 设点 B 所表示的数为  $x$ , 求  $(x - \sqrt{2})^0 + \sqrt{2}x$  的值.



### 冲刺重高

1. [杭州中考题] 若化简  $|1-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$  的结果为  $2x-5$ , 则  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x$  为任意实数    B.  $1 \leq x \leq 4$   
C.  $x \geq 1$             D.  $x \leq 4$

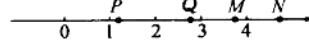
2. [绍兴中考题] 化简  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - (\sqrt{2x-3})^2$  得 ( )

- A. 2                    B.  $-4x+4$   
C. -2                   D.  $4x-4$

3. [北京中考题] 若  $|x+2| + \sqrt{y-3} = 0$ , 则  $xy$  的值为 ( )

- A. -8                   B. -6  
C. 5                    D. 6

4. [遵义中考题] 如图, 在数轴上表示实数  $\sqrt{15}$  的点可能是 ( )



- A. 点 P                B. 点 Q  
C. 点 M                D. 点 N

5. [江西中考题] 已知:  $\sqrt{20n}$  是整数, 则满足条件的最小正整数  $n$  为 ( )

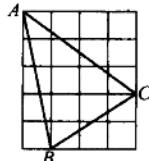
- A. 2                    B. 3  
C. 4                    D. 5

6. 如图, 正方形网格中, 每个小正方形的



边长为1,则在网格上的三角形ABC中,边长为无理数的边数是( )

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



7. [邵阳中考题]下列计算正确的是( )

- A.  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
- B.  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$
- C.  $\sqrt{8} = 4$
- D.  $\sqrt{(-3)^2} = -3$

8. [宁波中考题]若实数x,y满足 $\sqrt{x+2} + (y-\sqrt{3})^2 = 0$ ,则xy的值是\_\_\_\_\_.

9. [杭州中考题]写出一个比-1大的负有理数是\_\_\_\_\_;比-1大的负无理数是\_\_\_\_\_.

10. [泰州中考题]计算:  $(\frac{1}{3})^{-1} - |-2 + \sqrt{3}\tan 45^\circ| + (\sqrt{2} - 1.41)^0$ .

11. 请写出大于 $-\sqrt{11}$ ,小于 $\sqrt{11}$ 的所有整数.

12. 在实数 $-\sqrt{2}$ , 0.31,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{22}{7}$ , 0.8010800, ..., 1.414,  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{9}$ 中,无理数有几个?

13. [新疆中考题]试用举反例的方法说明下列命题是假命题.

举例: 如果 $ab < 0$ ,那么 $a+b < 0$ ;

反例: 设 $a = 4$ ,  $b = -3$ ,  $ab = 4 \times (-3) = -12 < 0$ ,而 $a+b = 4 + (-3) = 1 > 0$ ,

所以,这个命题是假命题.

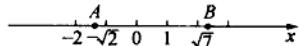
(1) 如果 $a+b > 0$ ,那么 $ab > 0$ ;

反例:

(2) 如果 $a$ 是无理数, $b$ 是无理数,那么 $a+b$ 是无理数.

反例:

14. 如图,在数轴上的点A、点B之间表示整数的点有\_\_\_\_\_个.



15. 全球气候变暖导致一些冰川融化并消失.在冰川消失12年后,一种低等植物苔藓,就开始在岩石上生长.每一个苔藓都会长成近似的圆形.苔藓的直径和其生长年限近似地满足如下的关系式: $d = 7\sqrt{t-12}$  ( $t \geq 12$ ),其中d表示苔藓的直径,单位是厘米,t代表冰川消失的时间(单位:年).

- (1) 计算:当 $t = 16$ 时求d的直径;
- (2) 如果测得一些苔藓的直径是35厘米,问冰川约是在多少年前消失的?

### (三) 整 式

#### 范例解析

例1 判断下列各代数式是否是单项式.如果不是,请简要说明理由;如果是,请指出它的系数和次数:

- (1)  $a+2$
- (2)  $\frac{1}{x}$
- (3)  $\pi r^2$
- (4)  $-\frac{3}{2}a^2b$
- (5)  $m$
- (6)  $-3 \times 10^4 t$

解析 要弄清题中涉及的几个概念,即:数与字母的乘积组成的代数式叫做单项式(单独一个数或一个字母也是单项式);单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数;单项式中所有字母的指数和叫做这个单项式的次数.

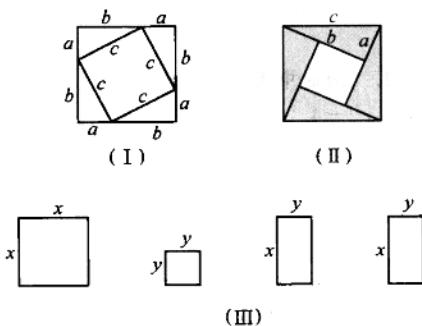
答案 (1) 不是.因为原代数式中出现了加法运算.(2) 不是.因为原代数式是1与x的商.(3) 是.它的系数是 $\pi$ ,次数是2.(4) 是.它的系数是 $-\frac{3}{2}$ ,次数是3.(5) 是.它的系数是1,次数是1.(6) 是.它的系数是 $-3 \times 10^4$ ,次数是1.

注意 圆周率 $\pi$ 是常数;当一个单项式的系数是1或-1、次数是1时,“1”通常省略不写;单项式的系数是带分数时,通常写成假分



数,如(4)中 $-\frac{3}{2}a^2b$ .

**例2** 在学习勾股定理时,我们学会运用图(I)验证它的正确性:图中大正方形的面积可表示为 $(a+b)^2$ ,也可表示为 $c^2+4\cdot(\frac{1}{2}ab)$ ,即 $(a+b)^2=c^2+4\cdot(\frac{1}{2}ab)$ ,由此推出勾股定理 $a^2+b^2=c^2$ ,这种根据图形可以极简单地直观推论或验证数学规律和公式的方法,简称“无字证明”.



(1) 请你用图(II)(2002年国际数学家大会会标)的面积表达式验证勾股定理(其中四个直角三角形全等).

(2) 请你用图(III)提供的图形进行组合,用组合图形的面积表达式验证:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

(3) 请你自己设计图形的组合,用其面积表达式验证:

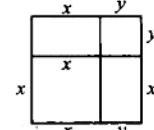
$$\begin{aligned}(x+p)(x+q) &= x^2 + px + qx + pq \\ &= x^2 + (p+q)x + pq\end{aligned}$$

**解析** (1) 大正方形的面积为: $c^2$ ,中间空白部分正方形面积为: $(b-a)^2$ ;四个阴影部分直角三角形面积和为: $4 \times \frac{1}{2}ab$ ;由图形关系可知:大正方形面积=空白正方形面积+四个直角三角形面积,即有:

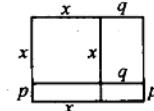
$$\begin{aligned}c^2 &= (b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab \\ &= b^2 - 2ab + a^2 + 2ab\end{aligned}$$

$$= a^2 + b^2.$$

(2) 如右图:大正方形边长为 $(x+y)$ ,所以它的面积为 $(x+y)^2$ ,其面积也等于两个边长分别为 $x, y$ 的正方形和两个长为 $x$ 宽为 $y$ 的矩形面积之和,即 $x^2 + 2xy + y^2$ ,所以: $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ 成立.



(3) 如右图:大矩形的长、宽分别为 $(x+p), (x+q)$ ,则其面积为: $(x+p)(x+q)$ ,从图形关系上可得大矩形是由一个边长为 $x$ 的正方形和三个小矩形构成的,其面积又可表示为: $x^2 + px + qx + pq$ ,则有: $(x+p)(x+q) = x^2 + px + qx + pq = x^2 + (p+q)x + pq$ .



**例3** [临安中考题] 阅读下列题目的解题过程:

已知 $a, b, c$ 为 $\triangle ABC$ 的三边,且满足 $a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$ ,试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

$$\text{解 } \because a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4 \quad (\text{A})$$

$$\therefore c^2(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) \quad (\text{B})$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2 \quad (\text{C})$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形

问:(1) 上述解题过程,从哪一步开始出现错误?请写出该步的代号:\_\_\_\_\_;

(2) 错误的原因为:\_\_\_\_\_;

(3) 本题正确的结论为:\_\_\_\_\_.

**解析** (1) C (2) 没有考虑 $a^2 - b^2 = 0$  (3)  $\triangle ABC$ 是直角三角形或等腰三角形

### 达标训练

1. [威海中考题] 下列计算正确的是

( )

A.  $\left(\frac{1}{3}\right)^0 \times 3 = 0$

B.  $x^5 + x^5 = x^{10}$

C.  $x^8 \div x^2 = x^4$

D.  $(-a^3)^2 = a^6$



2. [赤峰中考题] 把  $x^2 + 3x + c$  分解因式得:  $x^2 + 3x + c = (x+1)(x+2)$ , 则  $c$  的值为 ( )

- A. 2      B. 3  
C. -2      D. -3

3. [临沂中考题] 下列各式计算正确的是 ( )

- A.  $2a^2 + a^3 = 3a^5$   
B.  $(3xy)^2 \div (xy) = 3xy$   
C.  $(2b^2)^3 = 8b^5$   
D.  $2x \cdot 3x^5 = 6x^6$

4. [广东中考题] 两个完全相同的长方体的长、宽、高分别为 5cm、4cm、3cm, 把它们叠放在一起组成一个新的长方体, 在这些新长方体中, 表面积最大是 ( )

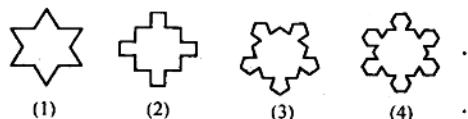
- A.  $158\text{cm}^2$       B.  $164\text{cm}^2$   
C.  $176\text{cm}^2$       D.  $188\text{cm}^2$

5. [浙江中考题] 在日常生活中如取款、上网等都需要密码, 有一种用“因式分解”法产生的密码, 方便记忆. 原理是: 如对于多项式  $x^4 - y^4$ , 因式分解的结果是  $(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$ , 若取  $x=9, y=9$  时, 则各个因式的值是:  $(x-y)=0, (x+y)=18, (x^2 + y^2)=162$ , 于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码. 对于多项式  $4x^3 - xy^2$ , 取  $x=10, y=10$  时, 用上述方法产生的密码是: \_\_\_\_\_ (写出一个即可).

6. [金华中考题] 化简  $a+b+(a-b)$  的最后结果是 ( )

- A.  $2a+2b$       B.  $2b$   
C.  $2a$       D. 0

7. [金华中考题] 如图, 第(1)个多边形由正三角形“扩展”而来, 边数记为  $a_3$ , 第(2)个多边形由正方形“扩展”而来, 边数记为  $a_4$ , …, 依此类推, 由正  $n$  边形“扩展”而来的多边形的边数记为  $a_n$  ( $n \geq 3$ ). 则  $a_5$  的值是 \_\_\_\_\_, 当  $\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5} + \dots + \frac{1}{a_n}$  的结果是  $\frac{197}{600}$  时,  $n$  的值 \_\_\_\_\_.



8. [临沂中考题] 分解因式:  $9a - a^3 =$  \_\_\_\_\_.

9. [金华中考题] 如果  $x+y=-4, x-y=8$ , 那么代数式  $x^2 - y^2$  的值是 \_\_\_\_\_.

10. 如果关于字母  $x$  的二次多项式  $-3x^2 + mx + nx^2 - x + 3$  的值与  $x$  无关, 求  $m$ 、 $n$  的值.

11. [南通中考题] 分解因式:  $(x+2)(x+4) + x^2 - 4$ .

12. [佛山中考题] 对于任意的正整数  $n$ , 所有形如  $n^3 + 3n^2 + 2n$  的数的最大公约数是什么?

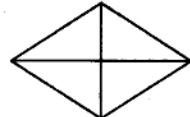
不能只写结果,  
要说明理由哦!

13. [株洲中考题] 分解因式:  $x^3 - 6x^2 + 9x$ .

14. [成都中考题] 先化简, 再求值:  $(3x+2)(3x-2) - 5x(x-1) - (2x-1)^2$ , 其中  $x = -\frac{1}{3}$ .

15. [新疆中考题]

如图, 已知菱形的两条对角线长为  $a, b$ , 你能将菱形沿对角线分割后拼接成矩形吗? 画图说明(拼出一种图形即可); 在此过程中, 你能发现菱形的面积与  $a, b$  的关系吗?



16. [温州中考题] 给出三个多项式:  $\frac{1}{2}x^2 + x - 1, \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1, \frac{1}{2}x^2 - x$ , 请你选择其中两个进行加法运算, 并把结果因式分解.



## 冲刺重高

1. [安徽中考题] 计算  $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3$  的结果正确的是 ( )

A.  $\frac{1}{4}a^4b^2$       B.  $\frac{1}{8}a^6b^3$   
C.  $-\frac{1}{8}a^6b^3$       D.  $-\frac{1}{8}a^5b^3$

2. [怀化中考题] 下列运算中, 结果正确的是 ( )

A.  $a^4 + a^4 = a^8$   
B.  $a^3 \cdot a^2 = a^5$   
C.  $a^8 \div a^2 = a^4$   
D.  $(-2a^2)^3 = -6a^6$

3. [济南中考题] 如果  $\frac{1}{3}x^{a+2}y^3$  与  $-3x^3y^{2b-1}$  是同类项, 那么  $a, b$  的值分别是 ( )

A.  $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$

4. [台湾中考题] 有两个多项式  $M=2x^2+3x+1, N=4x^2-4x-3$ , 则下列哪一个为  $M$  与  $N$  的公因式是 ( )

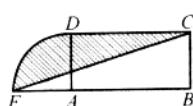
A.  $x+1$       B.  $x-1$   
C.  $2x+1$       D.  $2x-1$

5. [绍兴中考题] 分解因式  $x^3y-2x^2y^2+xy^3=$  \_\_\_\_\_.

6. [福州中考题] 如果  $x^2+x-1=0$ , 那么代数式  $x^3+2x^2-7$  的值为 ( )

A. 6      B. 8      C. -6      D. -8

7. [天门中考题] 设计一个商标图案如图中阴影部分, 矩形  $ABCD$  中,  $AB=2BC$ , 且  $AB=8cm$ , 以点  $A$  为圆心,  $AD$  为半径作圆与  $BA$  的延长线相交于点  $F$ , 则商标图案的面积等于 ( )



- A.  $(4\pi+8)cm^2$       B.  $(4\pi+16)cm^2$   
C.  $(3\pi+8)cm^2$       D.  $(3\pi+16)cm^2$

8. [盐城中考题] 现规定一种新的运算

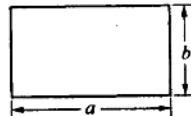
“ $*$ ”:  $a * b = a^b$ , 如  $3 * 2 = 3^2 = 9$  则  $\frac{1}{2} * 3 =$  ( )

A.  $\frac{1}{8}$       B. 8      C.  $\frac{1}{6}$       D.  $\frac{3}{2}$

9. [嘉兴中考题] 一次课堂练习, 小敏同学做了如下 4 道因式分解题, 你认为小敏做得不够完整的一题是 ( )

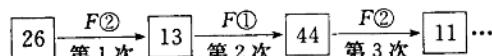
A.  $x^3-x=x(x^2-1)$   
B.  $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$   
C.  $x^2y-xy^2=xy(x-y)$   
D.  $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$

10. [锦州中考题] 如图, 边长为  $a, b$  的矩形, 它的周长为 14, 面积为 10, 则  $a^2b+ab^2$  的值为 \_\_\_\_\_.



11. [荆门中考题] 多项式  $x^2+px+12$  可分解为两个一次因式的积, 整数  $p$  的值是 \_\_\_\_\_ (写出一个即可)

12. [嘉兴中考题] 定义一种对正整数  $n$  的“F 运算”: ① 当  $n$  为奇数时, 结果为  $3n+5$ ; ② 当  $n$  为偶数时, 结果为  $\frac{n}{2^k}$  (其中  $k$  是使  $\frac{n}{2^k}$  为奇数的正整数), 并且运算重复进行. 例如, 取  $n=26$ , 则:

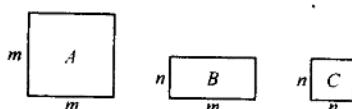


- 若  $n=449$ , 则第 449 次“F 运算”的结果是 \_\_\_\_\_.

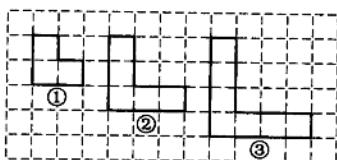
13. [杭州中考题] 三种不同类型的矩形地砖长宽如下图所示, 若现有 A 类型 4 块, B 类型 4 块, C 类型 2 块, 要拼成一个正方形, 则应多出 1 块 \_\_\_\_\_ 类型地砖; 这样的地砖拼法表示了一个两数和的平方的几何意义, 这



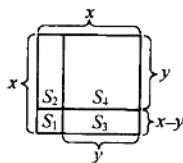
个两数和的平方是\_\_\_\_\_.



14. [温州中考题]在边长为  $l$  的正方形网格中,按下列方式得到“L”形图形,第 1 个“L”形图形的周长是 8,第 2 个“L”形图形的周长是 12,则第  $n$  个“L”形图形的周长是\_\_\_\_\_.



15. 请你观察图形的面积关系,不需要添加辅助线,便可得到一个你非常熟悉的公式,这个公式是什么?



16. [南京中考题]先化简,再求值:  $(2a+1)^2 - 2(2a+1) + 3$ ,其中  $a = \sqrt{2}$ .

17. [双柏中考题]先化简,再求值:  $(a^2 b - 2ab^2 - b^3) \div b - (a+b)(a-b)$ ,其中  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -1$ .

## (四) 分式

### 范例精析

- 例 1** 填空(1)当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,分式  $\frac{2x+3}{3x+5}$  有意义,当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,分式  $\frac{2x+3}{3x+5}$  无意义.

- (2) 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,分式  $\frac{|x|-1}{x+1}$  的值为零.

- (3) 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,分式  $\frac{1}{2-x}$  的值为正.

- (4) 分式  $\frac{a+2}{a+b+3}$  的值为零,则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b \neq$  \_\_\_\_\_.

**解析** 分式  $\frac{A}{B}$  有意义的条件:  $B \neq 0$ ; 分式  $\frac{A}{B}$  无意义的条件:  $B = 0$ ; 分式  $\frac{A}{B}$  值为零的条件:  $A = 0$  且  $B \neq 0$ ; 分式  $\frac{A}{B}$  值为正的条件:  $A$ 、 $B$  同号; 分式  $\frac{A}{B}$  值为负的条件:  $A$ 、 $B$  异号.

- (1) 由  $3x+5 \neq 0$  得  $x \neq -\frac{5}{3}$ , ∴ 当  $x \neq -\frac{5}{3}$  时,分式  $\frac{2x+3}{3x+5}$  有意义.

- 由  $3x+5=0$  得  $x=-\frac{5}{3}$ , ∴ 当  $x=-\frac{5}{3}$  时,分式  $\frac{2x+3}{3x+5}$  无意义.

- (2) 由  $|x|-1=0$  得  $x=\pm 1$ ,

- ∴ 当  $x=-1$  时,分母  $x+1=0$ ,

- ∴ 当  $x=1$  时,分式  $\frac{|x|-1}{x+1}$  的值为零.

- (3) ∵  $1 > 0$ , 要求  $2-x > 0$ , ∴ 当  $x < 2$  时,分式  $\frac{1}{2-x}$  的值为正.

- (4) 由  $a+2=0$  和  $a+b+3 \neq 0$  得,  $a=-2$ ,  $b \neq -1$ .

**例 2** [嘉兴中考题]解答一个问题后,将结论作为条件之一,提出与原问题有关的新问题,我们把它称为原问题的一个“逆向”问题.例如,原问题是“若矩形的两边长分别为 3 和 4,求矩形的周长”,求出周长等于 14 后,它的一个“逆向”问题可以是“若矩形的周长为 14,且一边长为 3,求另一边的长”;也可以是“若矩形的周长为 14,求矩形面积的最大值”,等等.

- (1) 设  $A = \frac{3x}{x-2} - \frac{x}{x+2}$ ,  $B = \frac{x^2-4}{x}$ , 求  $A$  与  $B$  的积;