高等院校精品课程系列教材·省级

JINGPIN KECHENG

信号与系统 下册

——系统分析与设计

主编 程耕国

附赠电子教案

配有精品课程网站

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高等院校精品课程系列教材

信号与系统 下册
——系统分析与设计

主　编　程耕国
副主编　吴　谨　陈华丽　熊　凌
　　　　尉　宇　刘毅敏

机械工业出版社

本书根据当前信息和电子技术的发展，结合高校教学改革的形势和要求，综合近10年来的教学实践，整合原“信号与系统”和“数字信号处理”两门课程的教学内容精心编写而成。

本书分上、下两册，上册讲述信号分析与处理，下册讲述系统分析与设计。与上册相比，下册重点强调了“离散”部分，主要分析了数字系统的时域、频域特性，介绍了数字系统的设计和实现方法。下册的具体内容是：系统及系统的时域分析、时域连续系统的频域分析、时域连续系统的复频域分析、时域离散系统的 z 域分析、无限长冲激响应数字滤波器的设计、有限长冲激响应数字滤波器的设计、数字信号处理的硬件实现。

本书可作为普通高等学校电气信息类专业本科生的教材，也可作为科技人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统．下册，系统分析与设计/程耕国主编．—北京：机械工业出版社，2009.4

（高等院校精品课程系列教材）

ISBN 978-7-111-26756-0

Ⅰ.信… Ⅱ.程… Ⅲ.①信号系统—系统分析—高等学校—教材②信号系统—系统设计—高等学校—教材 Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第049876号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
策划编辑：时 静 责任编辑：李馨馨 时 静 版式设计：张世琴
责任校对：刘志文 责任印制：李 妍
中国农业出版社印刷厂印刷
2009年7月第1版第1次印刷
184mm×260mm·11.75印张·285千字
0001—3500册
标准书号：ISBN 978-7-111-26756-0
定价：22.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：（010）88379753 88379739

封面无防伪标均为盗版

前　　言

21 世纪科学技术的发展对信息技术教育提出了更高的要求，作为信息技术教育的重要课程，“信号与系统”和“数字信号处理”的教学得到了业界高度的重视。

由于“信号与系统”和“数字信号处理”是电子信息类本科生必修的主干课程，其教学内容在理论和实践上有着密切的内在联系。本书是在总结长期的教学经验和吸纳同类教材优点的基础上，对“信号与系统”和“数字信号处理”两门课的内容进行了归纳、整合而成的，本书集这两门课程的精华于一体，去掉了以往两本教材中的重叠部分，加强了重点部分，通过有机整合，科学地构建了新的课程体系。具体来说，有以下 4 个特点：

1. 在教材内容的组织上，将原有的《信号与系统》、《数字信号处理》两本教材进行重新梳理，归纳出信号分析→信号处理→系统分析→系统综合这样一条主线。如果在《信号与系统》中将信号和系统并行来写，再把离散信号与系统放到数字信号处理中写，这样两本书中就难免有重复部分，导致每本书在一个学期都难以完成。本书分为上、下两册，上册讲信号分析与处理（共 5 章），从物理意义和数学表达方面对各种信号进行了详尽的分析；下册讲系统分析与综合，以系统综合为目的，阐述了系统的分析和设计，使读者通过学习，掌握对实际信号进行数字分析、处理的方法。学生上一学期学信号，下一学期学系统，所学知识连贯，一气呵成。由于信号与系统、数字信号处理在同一套教材中，符号统一，变量的名称统一，学生不易混淆。

2. 在教材体系上，本教材配备了同步的实践教程。学生在学习理论的同时，通过加强实践，能够对知识理解得更透彻。实践教程既有基础的验证性实验，又有综合性、设计性实验，从而全面提高学生的动手实践能力。本教材还精心选编了大量的例题和习题，使之与正文有机结合，有利于培养学生分析问题和解决问题的能力。

3. 在辅助工具上，注重计算机仿真软件的运用，从根本上将学生从简单的习题计算转移到基本概念、基本原理和基本方法的理解和应用上，提高学习效率和效果。实践教程引入了具有强大计算功能的 Matlab 软件，给出了很多问题的 Matlab 求解方法。

4. 考虑到大学电类不同专业对信号与系统方面知识要求的不同，为适应不同的教学要求和教学计划，便于对本教材内容进行剪裁，本教材内容的安排既注重了课程体系的连贯性，又保持了一定的独立性，同时，在内容上注重与时俱进，将当前先进的信息和通信技术引入本教材。

本书可作为电类各专业“信号与系统”课程的教材，也可供从事信息获取、转换、传输、处理、信息系统等领域工作的研究生、教师和广大科技工作者参考。

本书由程耕国主编和统稿，程耕国撰写了绪论和第 1 章，尉宇撰写了第 2 章，熊凌撰写了第 3、8 章，陈华丽撰写了第 4、9 章，刘毅敏撰写了第 5 章，徐望明撰写了第 6 章，吴谨撰写了第 7 章，李娟撰写了第 10 章，盛玉霞撰写了第 11 章，朱磊撰写了第 12

章。清华大学自动化系教授、博士生导师萧德云教授审阅了本教材的目录并提出了宝贵的修改意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中可能有不少疏漏和差错，敬请读者不吝赐教。

读者可在 www.cmpedu.com 下载本书配套的电子教案。本书配有精品课程网站，网址为 http://jwc.wust.edu.cn/ec/C3/Course/Index.htm。

编　者

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

第 6 章　系统及系统的时域分析

所谓系统，是指相互依赖、相互作用的若干事物按一定规律组合而成的具有特定功能的整体。这种高度概括的定义有着极为丰富的内涵，它不仅包括了诸如机械、电路等所有的物理系统，还包含了政治、经济领域等社会经济学系统。因此，研究系统的基础理论，学习系统分析的基本方法具有重要意义。

人们在分析属性各异的各类系统时，常常抽去具体系统的物理或社会含义，而把它们抽象为理想化的模型，将系统中运动、变化的各种量（电压、电流、光强、力、位移、生物数量等）统称为信号，宏观地研究信号作用于系统的运动变化规律，揭示系统的一般性能，而不关心系统内部的各种细节。因此信号与系统的关系十分密切，有关它们的理论是相互渗透的。

系统理论包括系统分析与系统综合（设计）两方面的内容。系统分析是对已知的系统作各种特性的分析，而系统综合则是根据需要去设计满足性能要求的系统。综合是分析的逆问题，它的解答不一定是唯一的。系统分析的方法很多，可以分为时域分析和变换域分析两大类。时域分析法不涉及任何变换，直接求解方程，对系统的分析和计算全部在时间变量域内进行。这种方法直观，物理概念清楚，是学习各种变换域分析方法的基础。本章主要讨论系统的时域分析法，变换域分析法在本书的其他章节讲解。

6.1　系统的描述

按照系统理论，要分析一个系统，首先应该描述这个系统，具体来说就是针对实际问题建立描述该系统基本特性的模型，然后采用数学方法或计算机仿真方法进行分析和求解，并对所得的结果作出物理解释，赋予其实际的含义。

所谓系统模型是指对实际系统基本特性的一种抽象描述。根据不同需要，系统模型往往具有不同形式。以电路系统为例，它可以是由理想元器件互联组成的电路图，由基本运算单元（如加法器、乘法器、积分器等）构成的模拟框图，或者由节点、传输支路组成的信号流图；也可以是在上述电路图、模拟框图或信号流图的基础上，按一定规则建立的用于描述系统特性的数学方程。

系统的基本功能是将输入信号经过传输、变换或处理后，在系统的输出端得到满足要求的输出信号。如果系统只有单个输入信号和单个输出信号，则称为单输入—单输出系统，如图 6-1 所示。如果含有多个输入信号和多个输出信号，则称为多输入—多输出系统，如图 6-2所示。

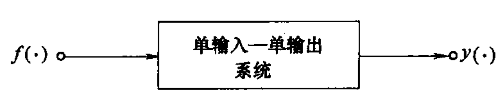


图 6-1　单输入—单输出系统

习惯上，把系统的输入信号叫做激励，把输出信号叫做响应。对于一个给定系统，如果在任一时刻的响应仅取决于该时刻的激励，而与它过去的历史状况无关，就称其为即时系统或无记忆系统；否则，如果系统在任一时刻的响应不仅与该时刻的激励有关，而且与它过去的历史状况有关，就称其为动态系统或记忆系统。例如，只有电阻元件组成的系统是即时系统，包含有动态元件（如电容、电感、寄存器等）的系统是动态系统。

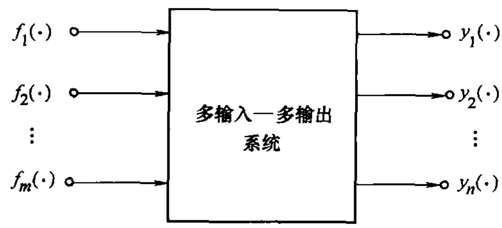


图 6-2　多输入—多输出系统

6.1.1　系统的数学模型

系统的数学模型就是按一定规则建立的用于描述系统特性的数学方程。通常，把着眼于建立系统输入输出关系的系统模型称为输入输出模型或输入输出描述，相应的数学模型（描述方程）称为系统的输入输出方程。

如果系统的激励和响应都是连续时间信号，则称其为连续时间系统，简称为连续系统。如果系统的激励和响应都是离散时间信号，就称其为离散时间系统，简称离散系统。连续系统和离散系统常常组合使用，由两者混合组成的系统称为混合系统。

在这里，以连续系统为例，需要指出的是，在系统分析中，经常用到“初始观察时刻 t_0”或“初始时刻 t_0”一词（对于离散系统，请读者类比），它包括两层含义：

含义之一是以 t_0 时刻为界，可将系统输入信号 $f(t)$ 区分为 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 两部分，即

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

式中

$$f_1(t) = \begin{cases} f(t) & t < t_0 \\ 0 & t \geqslant t_0 \end{cases}, \quad f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ f(t) & t \geqslant t_0 \end{cases}$$

通常，将 $f_1(t)$ 称为历史输入信号，简称历史输入。将 $f_2(t)$ 称为当前输入信号，在不发生混淆的前提下，也可简称为输入信号或激励。

含义之二是表示仅关心系统在 $t \geqslant t_0$ 时的响应，而对 t_0 时刻以前系统的响应不感兴趣，或者说在输入信号作用下，从 t_0 时刻开始观察系统的响应。为方便起见，通常取 $t_0 = 0$。

1. 连续系统的数学模型——微分方程

先观察两个简单系统。

例 6-1　简单力学系统如图 6-3 所示。

在光滑平面上，质量为 m 的钢性球体在水平外力的作用下做直线运动。设球体与平面间的摩擦力及空气阻力忽略不计。将外力 $f(t)$ 看做是系统的激励，球体运动速度 $v(t)$ 看做是系统的响应，求系统的输入输出方程。

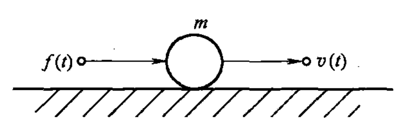


图 6-3　简单力学系统

解：根据牛顿第二定律，有

$$f(t) = ma(t) = m\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$$

或者写成

$$v'(t) = \frac{1}{m}f(t) \tag{6.1-1}$$

可见，描述该力学系统输入输出关系的数学模型，即输入输出方程是一个一阶常系数微分方程。求解时，除要求给定 $f(t)$ 外，还需知道初始条件 $v(0)$，即初始观察时刻 $t_0=0$ 时球体的初始速度。

例 6-2 图 6-4 是一个电路系统。其中，电压源 $u_{s1}(t)$ 和 $u_{s2}(t)$ 是电路的激励，将电感电流 $i_L(t)$ 看做电路的响应，求系统的输入输出方程。

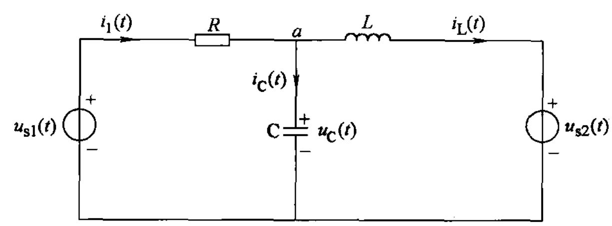


图 6-4 电路系统

解：由基尔霍夫定律，列出节点 a 的支路电流方程为

$$i_L(t) = i_1(t) - i_C(t)$$

考虑以下电流电压关系

$$i_1(t) = \frac{u_{s1}(t) - u_C(t)}{R} = \frac{1}{R}[u_{s1}(t) - Li'_L(t) - u_{s2}(t)]$$

$$i_C(t) = Cu'_C(t) = C[Li'_L(t) + u_{s2}(t)]' = LCi''_L(t) + Cu'_{s2}(t)$$

将 $i_1(t)$ 和 $i_C(t)$ 代入式中，经整理后可得

$$i''_L(t) + \frac{1}{RC}i'_L(t) + \frac{1}{LC}i_L(t) = \frac{1}{RLC}[u_{s1}(t) - u_{s2}(t)] - \frac{1}{L}u'_{s2}(t) \tag{6.1-2}$$

可见，该系统输入输出方程是二阶常系数微分方程，给定初始条件 $i_L(0)$ 和 $i'_L(0)$ 后，就能求解此微分方程，得到 $t\geqslant 0$ 时的电感电流 $i_L(t)$。

在以上两例中，虽然系统的具体内容各不相同，但描述各连续系统输入输出关系的数学模型都是微分方程。因此在系统分析中，常常抽去具体系统的物理含义，将它作为一般意义下的系统来研究，以便于揭示系统共有的一般规律。

如果描述连续系统的微分方程是 n 阶的，则称该系统为 n 阶连续系统。

当系统的数学模型为 n 阶线性常系数微分方程时，写成一般形式有

$$\begin{aligned} &y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1y^{(1)}(t) + a_0y(t) \\ &= b_mf^{(m)}(t) + b_{m-1}f^{(m-1)}(t) + \cdots + b_1f^{(1)}(t) + b_0f(t) \end{aligned}$$

或缩写为

$$\sum_{i=0}^{n} a_iy^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^{m} b_jf^{(j)}(t) \tag{6.1-3}$$

式中，$f(t)$ 是系统的激励；$f^{(j)}(t) = \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^j}f(t)$，$y(t)$ 为系统的响应。$y^{(i)}(t) = \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i}y(t)$，$a_i(i=0,1,\cdots,n)$ 和 $b_j(j=0,1,\cdots,m)$ 都是常数，且 $a_n=1$。若要求解 n 阶微分方程，还需要给定 n 个初始条件 $y(0)$，$y'(0)$，…，$y^{(n-1)}(0)$。

2. 离散系统的数学模型——差分方程

描述离散系统输入输出关系的数学模型，即系统的输入输出方程是差分方程。

例 6-3 考察一个银行存款本息总额的计算问题。储户每月定期在银行存款，设第 n 个月的存款额是 $f(n)$，银行支付月息利率为 β，每月利息按复利结算，试求储户在 n 个月后

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

的本息总额 $y(n)$。

解：显然，n 个月后储户本息总额 $y(n)$ 应该包括如下三部分款项：①前面（$n-1$）个月的本息总额 $y(n-1)$；② $y(n-1)$ 的月息 $\beta y(n-1)$；③第 n 个月存入的款额 $f(n)$。于是有

$$y(n) = y(n-1) + \beta y(n-1) + f(n) = (1+\beta)y(n-1) + f(n)$$

即

$$y(n) - (1+\beta)y(n-1) = f(n) \tag{6.1-4}$$

从系统观点理解，如果将上述本息总额计算过程看成一个银行存款本息结算系统，储户每月存款额 $f(n)$ 作为系统的激励，本息总额 $y(n)$ 作为系统的响应，那么该系统属于离散系统，式（6.1-4）就是系统的输入输出方程。

这种由已知的输入序列和未知的输出序列组成的方程称为差分方程。方程中，未知序列项变量最高序号与最低序号的差数，称为差分方程的阶数。由此可见，式（6.1-4）是一阶差分方程，而且方程是未知序列项的一次式，其系数均为常数，故称该方程为一阶线性常系数差分方程。求解差分方程也需给定初始条件，若设储户存款月份从 $n=1$ 开始，则其初始条件为 $y(0)$。

例 6-4 某养兔场每对异性兔子每月可繁殖一对新生兔（异性），隔一个月后新生兔便具有生育能力。若开始养兔场有 M 对异性新生兔，第 n 个月从外地收购 $f(n)$ 对异性新生兔，问 n 个月后养兔场的兔子对总数是多少？

解：设 n 个月后养兔场的兔子对总数为 $y(n)$。因为在第 n 个月，有 $y(n-2)$ 对兔子具有生育能力，它们由原来的 $y(n-2)$ 对变成 $2y(n-2)$ 对，其余的 $y(n-1)-y(n-2)$ 对兔子没有生育能力，再考虑外购新生兔 $f(n)$ 对，故第 n 个月月末的兔子对总数为

$$y(n) = 2y(n-2) + [y(n-1) - y(n-2)] + f(n)$$

即

$$y(n) - y(n-1) - y(n-2) = f(n) \tag{6.1-5}$$

上式是一个二阶差分方程，$y(n)$ 反映了兔子对总数的增长情况。根据给定的初始条件，可解此方程。

由此可见，以上两例中，虽然系统的具体内容各不相同，但描述这些离散系统输入输出关系的数学模型都是差分方程，因此也可以用相同的数学方法来进行系统分析。

与连续系统类似，由 N 阶差分方程描述的离散系统称为 N 阶离散系统。当系统的数学模型（即输入输出方程）为 N 阶线性常系数差分方程时，写成一般形式有

$$y(n) + a_{N-1}y(n-1) + \cdots + a_0 y(n-N) = b_M f(n) + b_{M-1}f(n-1) + \cdots + b_0 f(n-M)$$

或缩写为

$$\sum_{i=0}^{N} a_{N-i} y(n-i) = \sum_{j=0}^{M} b_{M-j} f(n-j) \tag{6.1-6}$$

式中，$f(n)$ 是系统的激励；$y(n)$ 为系统的响应；$a_{N-i}(i=0,1,\cdots,N)$ 和 $b_{M-j}(j=0,1,\cdots,M)$ 都是常数，且 $a_N=1$。若要求解 N 阶差分方程，还需要给定 N 个初始条件。

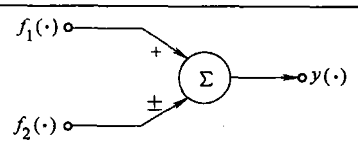
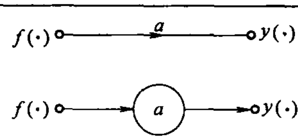
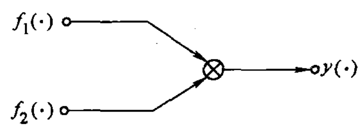
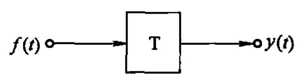
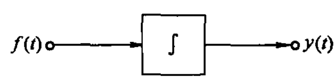
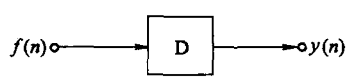
6.1.2 系统的框图表示

系统的数学模型只是系统的描述形式之一，从数学角度来说，方程代表了某些运算关

系，如相乘、微分（或差分）、相加等。可以将这些基本运算用一些理想部件符号表示并相互连接来表征系统输入输出的运算关系，这样画出的图称为系统模拟框图，简称系统框图。

系统框图的基本运算单元用方框、圆圈等图形符号表示，代表一个部件或子系统的某种运算功能，即该部件或子系统的输入输出关系。常用的基本单元有：积分器（用于连续系统）或移位器（用于离散系统），以及加法器和数乘器（标量乘法器），有时还要用到乘法器（信号相乘）和延时器（用于连续系统）。表 6-1 中给出了常用基本运算单元的框图符号和系统激励 $f(\cdot)$ 与响应 $y(\cdot)$ 之间的运算关系（箭头表示信号传输的方向）。

表 6-1　常用的系统基本运算单元

名　称	框图符号	输入输出关系
加法器		$y(\cdot) = f_1(\cdot) \pm f_2(\cdot)$
数乘器		$y(\cdot) = af(\cdot)$
乘法器		$y(\cdot) = f_1(\cdot) \cdot f_2(\cdot)$
延时器		$y(t) = f(t - T)$
积分器		$y(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau$
移位器		$y(n) = f(n - 1)$

数学模型或系统输入输出方程直接反映了系统输出与输入变量之间的关系，便于数学分析和计算。系统框图除了反映变量关系外，还以图形方式直观地表示了各单元在系统中的地位和作用。两种描述形式可以相互转换，可以由系统方程画出系统框图，也可以由系统框图写出系统方程。

例 6-5　某连续系统的输入输出方程为

$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = f(t) \tag{6.1-7}$$

试画出该系统的框图表示。

解：将输入输出方程改写为

$$y''(t) = f(t) - a_1 y'(t) - a_0 y(t) \tag{6.1-8}$$

由于系统是二阶的，故在系统框图中应有两个积分器。假定以 $y''(t)$ 作为起始信号，它经过两个积分器后分别得到 $y'(t)$ 和 $y(t)$。再根据式 (6.1-8)，将信号 $y(t)$ 和 $y'(t)$ 分别

数乘 $-a_0$ 和 $-a_1$ 后与 $f(t)$ 一起作为加法器的输入信号，其输出就是前面考虑的起始信号 $y''(t)$。这样一个过程可以用两个积分器、两个数乘器和一个加法器连接成图 6-5 所示的结构来模拟。

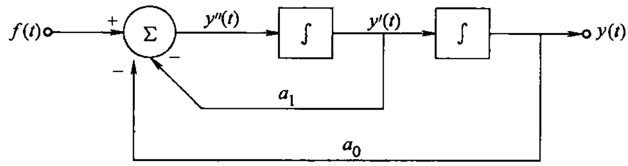


图 6-5　式（6.1-7）所描述连续系统的框图表示

例 6-6　某连续系统的输入输出方程为

$$y''(t)+a_1y'(t)+a_0y(t)=b_1f'(t)+b_0f(t) \tag{6.1-9}$$

试画出该系统的框图表示。

解： 该系统方程是一个一般的二阶微分方程。与式（6.1-7）不同，方程中除含有输入信号 $f(t)$ 外，还包含有 $f(t)$ 的导数。对于这类系统，可以通过引用辅助函数的方法画出系统框图。

设辅助函数 $x(t)$ 满足

$$x''(t)+a_1x'(t)+a_0x(t)=f(t) \tag{6.1-10}$$

可以证明在式（6.1-10）成立的条件下，$y(t)$ 与 $x(t)$ 之间存在以下关系：

$$y(t)=b_1x'(t)+b_0x(t) \tag{6.1-11}$$

实际上，只需将式（6.1-10）和式（6.1-11）代入原方程即可证明上式的正确性。这样，就可用式（6.1-10）和式（6.1-11）来等效表示式（6.1-9）。

要注意的是，辅助函数方程（6.1-10）中 $x(t)$ 及其各阶导数项前面的系数与式(6.1-9)中 $y(t)$ 及其各阶导数项的系数相同，而式（6.1-11）中，$x(t)$ 及其导数项的系数与式（6.1-9）中 $f(t)$ 及其导数项的系数相同。按此规律，可以直接由系统输入输出方程写出用辅助函数表示的两个等效方程。

从起始信号 $x''(t)$ 出发，利用两个积分器分别得到 $x'(t)$ 和 $x(t)$，再应用数乘器和加法器模拟式（6.1-10）和式（6.1-11），就可得到系统的框图表示，如图 6-6 所示。

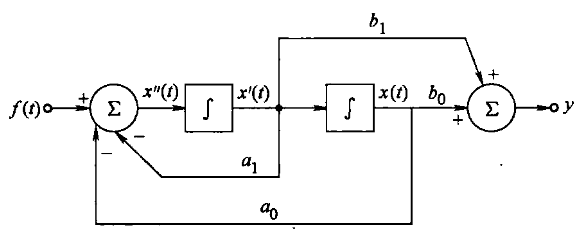


图 6-6　式（6.1-9）所描述的连续系统的框图表示

例 6-7　某离散系统框图如图 6-7 所示，试写出描述该系统输入输出关系的差分方程。

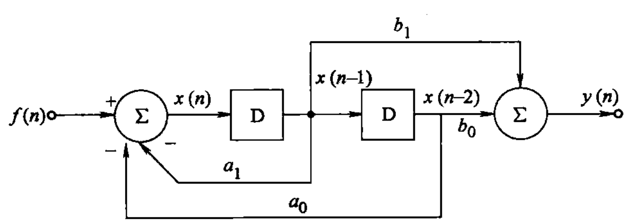


图 6-7　某离散系统框图表示

解： 系统框图中有两个移位器，故系统是二阶系统。采用与连续系统中由框图列写微分方程相类似的方法，在左边移位器的输入端引入辅助函数 $x(n)$，则该移位器的输出为 $x(n-1)$，右边移位器的输出为 $x(n-2)$。写出左边加法器的输出

$$x(n) = f(n) - a_1 x(n-1) - a_0 x(n-2) \tag{6.1-12}$$

即

$$x(n) + a_1 x(n-1) + a_0 x(n-2) = f(n) \tag{6.1-13}$$

右边加法器的输出

$$y(n) = b_1 x(n-1) - b_0 x(n-2) \tag{6.1-14}$$

为了消去辅助函数项，分别由式（6.1-12)、式（6.1-14）写出：

$$x(n-1) = f(n-1) - a_1 x(n-2) - a_0 x(n-3)$$
$$x(n-2) = f(n-2) - a_1 x(n-3) - a_0 x(n-4)$$
$$y(n-1) = b_1 x(n-2) - b_0 x(n-3)$$
$$y(n-2) = b_1 x(n-3) - b_0 x(n-4)$$

从而可得

$$\begin{aligned} y(n) &= b_1 f(n-1) - b_1[a_1 x(n-2) + a_0 x(n-3)] - b_0 f(n-2) + b_0[a_1 x(n-3) - a_0 x(n-4)] \\ &= b_1 f(n-1) - b_0 f(n-2) - a_1[b_1 x(n-2) + b_0 x(n-3)] - a_0[b_1 x(n-3) - b_0 x(n-4)] \\ &= b_1 f(n-1) - b_0 f(n-2) - a_1 y(n-1) - a_0 y(n-2) \end{aligned}$$

因此，描述该离散系统的差分方程为

$$y(n) + a_1 y(n-1) + a_0 y(n-2) = b_1 f(n-1) - b_0 f(n-2) \tag{6.1-15}$$

实际上，通过观察式（6.1-13)、式（6.1-14）和式（6.1-15)，不难发现，本例中等效方程的系数与系统输入输出方程的系数和例 6-6 一样，也存在着一定的对应关系。

6.2 系统的性质

系统的基本功能是将输入信号（激励）经过传输、变换或处理后，在系统的输出端得到满足要求的输出信号（响应)。这一过程可表示为

$$f(\cdot) \rightarrow y(\cdot)$$

或记为

$$y(\cdot) = T[f(\cdot)] \tag{6.2-1}$$

式中，信号变量用圆点标记，代表连续时间变量 t 或离散序号变量 k； T 是算子，表示系统对 $f(\cdot)$ 的传输和变换作用，它的意思是 $f(\cdot)$ 经过算子所规定的运算得到 $y(\cdot)$，可以理解为激励 $f(\cdot)$ 作用于系统所引起的响应为 $y(\cdot)$。

为了给系统分类和解决某些具体信号通过系统的分析问题提供方便，更为了给推导一般系统分析方法提供基本的理论依据，有必要研究一下系统的基本特性，主要包括线性、时不变性、因果性和稳定性等。

6.2.1 线性

线性性质包含两个方面：齐次性和可加性。

如果系统的激励 $f(\cdot)$ 增大 α（为任意常数）倍时，其响应 $y(\cdot)$ 也增大 α 倍，就称该系统具有齐次性或均匀性。这一特性也可表述为

若 $f(\cdot) \rightarrow y(\cdot)$，则

$$\alpha f(\cdot) \rightarrow \alpha y(\cdot)$$

或记为

$$T[\alpha f(\cdot)] = \alpha T[f(\cdot)] \tag{6.2-2}$$

如果任意两个激励 $f_1(\cdot)$ 与 $f_2(\cdot)$ 共同作用于系统时，系统的响应等于每个激励单独作用时所产生的响应 $y_1(\cdot)$ 与 $y_2(\cdot)$ 之和，就称该系统具有可加性或叠加性。这一特性也可表述为

若 $f_1(\cdot) \rightarrow y_1(\cdot), f_2(\cdot) \rightarrow y_2(\cdot)$，则

$$f_1(\cdot) + f_2(\cdot) \rightarrow y_1(\cdot) + y_2(\cdot)$$

或记为

$$T[f_1(\cdot) + f_2(\cdot)] = T[f_1(\cdot)] + T[f_2(\cdot)] \tag{6.2-3}$$

如果系统同时具有齐次性和可加性，就称该系统具有线性特性。这一特性可表述为

若 $f_1(\cdot) \rightarrow y_1(\cdot), f_2(\cdot) \rightarrow y_2(\cdot)$，则

$$\alpha f_1(\cdot) + \beta f_2(\cdot) \rightarrow \alpha y_1(\cdot) + \beta y_2(\cdot)$$

或记为

$$T[\alpha f_1(\cdot) + \beta f_2(\cdot)] = \alpha T[f_1(\cdot)] + \beta T[f_2(\cdot)] \tag{6.2-4}$$

式中，α、β 为任意常数。

对于动态系统，其响应不仅取决于系统的激励 $\{f(\cdot)\}$，而且与系统的初始状态有关。为简便起见，不妨设初始时刻为 $t = t_0 = 0$ 或 $n = n_0 = 0$，系统在初始时刻的状态用 $x(0)$ 表示，如果系统有多个初始状态 $x_1(0), x_2(0), \cdots, x_N(0)$，就简记为 $\{x(0)\}$。

这样，动态系统在任意时刻的响应 $y(\cdot)$ 可以用初始状态 $\{x(0)\}$ 和区间 $[0,\ t]$ 或 $[0,\ n]$ 上的激励 $\{f(\cdot)\}$ 完全确定。初始状态可以看做是系统的另一种激励（有的书上称为“内部激励”），这样系统的完全响应 $y(\cdot)$ 将取决于两种不同的激励，即输入信号 $\{f(\cdot)\}$ 和初始状态 $\{x(0)\}$。即

$$y(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{x(0)\}] \tag{6.2-5}$$

因此，对于线性系统，系统的响应 $y(\cdot)$ 应该等于 $\{f(\cdot)\}$ 与 $\{x(0)\}$ 单独作用所引起的响应之和。我们称输入信号 $\{f(\cdot)\}$ 全为零、仅由初始状态 $\{x(0)\}$ 引起的响应为零输入响应，用 $y_x(\cdot)$ 表示，即

$$y_x(\cdot) = T[\{0\}, \{x(0)\}] \tag{6.2-6}$$

称初始状态 $\{x(0)\}$ 全为零、仅由输入信号 $\{f(\cdot)\}$ 引起的响应为零状态响应，用 $y_f(\cdot)$ 表示，即

$$y_f(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{0\}] \tag{6.2-7}$$

那么，线性系统的完全响应为

$$y(\cdot) = y_x(\cdot) + y_f(\cdot) \tag{6.2-8}$$

上式表明，线性系统的完全响应可以分解为零输入响应和零状态响应两个独立分量，前者完全由初始状态决定，后者完全由输入信号决定。线性系统的这一性质，可称为分解特性。

但是，仅仅依据分解特性还不足以把系统看作是线性的。当系统具有多个初始状态或多

个输入信号时，它还必须对所有的初始状态和所有的输入信号分别呈现线性性质。也就是说，当所有的输入信号为零时，系统的零输入响应对于各初始状态应呈现线性（包括齐次性和可加性），可称之为零输入线性。表示为

$$T[\{0\},\alpha x_1(0)+\beta x_2(0)]=\alpha T[\{0\},x_1(0)]+\beta T[\{0\},x_2(0)] \qquad (6.2\text{-}9)$$

当所有的初始状态为零时，系统的零状态响应对于各输入信号应呈现线性，可称之为零状态线性，表示为

$$T[\alpha f_1(\cdot)+\beta f_2(\cdot),\{0\}]=\alpha T[f_1(\cdot),\{0\}]+\beta T[f_2(\cdot),\{0\}] \qquad (6.2\text{-}10)$$

综上所述，一个同时具有分解特性、零输入线性和零状态线性的系统才能称为线性系统，否则称为非线性系统。

描述线性连续（离散）系统的数学模型是线性微分（差分）方程，而描述非线性连续（离散）系统的数学模型是非线性微分（差分）方程。因此，也可以判断以线性微分（差分）方程作为输入输出方程的系统都是线性系统，而以非线性微分（差分）方程作为输入输出描述方程的系统都是非线性系统。

6.2.2 时不变性

参数不随时间变化的系统称为时不变系统；参数随时间变化的系统称为时变系统。

一个时不变系统，由于参数不随时间变化，故系统的输入输出关系也不会随时间变化。如果激励 $f(\cdot)$ 作用于系统产生的零状态响应为 $y_f(\cdot)$，那么，当激励延迟 t_d（或 k_d）接入时，其零输入状态响应也延迟相同的时间，且响应的波形形状保持相同。系统的这种性质称为时不变特性。

也就是说，对于一个时不变系统，若 $f(\cdot)\rightarrow y_f(\cdot)$，则

$$f(t-t_d)\rightarrow y_f(t-t_d) \quad \text{（对连续系统）}$$

$$f(k-k_d)\rightarrow y_f(k-k_d) \quad \text{（对离散系统）}$$

也可以记为，若 $y_f(\cdot)=T[f(\cdot),\{0\}]$，则

$$y_f(t-t_d)=T[f(t-t_d),\{0\}]\text{（对连续系统）} \qquad (6.2\text{-}11)$$

$$y_f(k-k_d)=T[f(k-k_d),\{0\}]\text{（对离散系统）} \qquad (6.2\text{-}12)$$

连续系统时不变特性的示意图如图 6-8 所示。

线性系统可以是时不变的，也可以是时变的。描述线性时不变系统的数学模型是线性常系数微分（差分）方程，描述线性时变系统的数学模型是线性变系数微分（差分）方程。对于非线性系统，也可以分为时不变和时变两类，相应的数学模型是非线性常系数微分（差分）方程和非线性变系数微分（差分）方程。本书仅讨论线性时不变（Linear Time Invariant）系统，简称 LTI 系统。

利用线性和时不变性可以证明：LTI 连续系统具有微分特性。也就是说，对于一个 LTI 连续系统，若 $f(t)\rightarrow y_f(t)$，则

$$f'(t)\rightarrow y'_f(t)$$

也可以记为，若 $y_f(t)=T[f(t),\{0\}]$，则

$$y'_f(t)=T[f'(t),\{0\}] \qquad (6.2\text{-}13)$$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com