



水科学数学模型丛书  
Books on Mathematical Models in Water Sciences

## Hydraulic Models

# 水力学数学模型

许唯临 杨永全 邓军 / 编著



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

60

水科学数学模型丛书

# 水力学数学模型

许唯临 杨永全 邓军 编著

科学出版社

北京

TV13  
X903

## 内 容 简 介

本书分为上、下两部分。上半部分主要介绍紊流及伴随紊流运动发生的传热、传质问题的数学模型。首先介绍了紊流及其数学描述中的一些相关知识，然后详细介绍了描述紊流运动的基本方程；介绍了求解基本方程的各类紊流模型，其中较详细地介绍了  $k-\epsilon$  模型、雷诺应力代数方程模型和微分方程模型；详细介绍了数值求解过程及其相关方法。下半部分主要介绍针对不同对象的专题模型，其中包括溃坝洪水模型、渗流模型、复式河槽水流模型、弯道水流模型和求解双曲型方程的特征线法等。

本书可作为水利、水电、水运、环境工程等专业的研究生教材或教学参考书，也可供上述专业以及从事传热、传质、流体流动和其他有关专业工作的工程技术人员和科研人员参考。

### 图书在版编目(CIP) 数据

水力学数学模型/许唯临，杨永全，邓军编著. —北京：科学出版社，  
2010

(水科学数学模型丛书)

ISBN 978-7-03-025997-4

I. 水… II. ①许… ②杨… ③邓… III. 水力学-数学模型 IV. TV13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 203282 号

责任编辑：赵 峰 沈晓晶 / 责任校对：陈玉凤

责任印制：钱玉芬 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2010 年 1 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2010 年 1 月第一次印刷 印张：20 3/4

印数：1—2 000 字数：486 000

定价：59.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈科印〉)

## 《水科学数学模型丛书》学术委员会

主任：刘昌明

委员：（按姓氏笔画排序）

王 浩 刘昌明 朱显谟 张勇传  
张蔚榛 陈志恺 林学钰 韩其为

## 《水科学数学模型丛书》编写委员会

主任：徐宗学

委员：（按姓氏笔画排序）

王光谦 方红卫 邓 军 包为民  
伍 超 任立良 刘志雨 刘宝元  
许唯临 杨永全 杨金忠 李占斌  
李怀恩 李 锋 陈吉宁 陈晓宏  
郑邦民 胡铁松 姚文艺 徐宗学  
梅亚东 谢正辉 蔡树英

## 从 书 序

最近 20 年来，伴随着全球社会经济的快速发展，水科学研究也取得了累累硕果，研究理论、技术与方法日新月异，研究对象向微观纵深发展的同时，也进一步向宏观层面拓展，研究尺度从区域、流域扩展到大陆乃至全球范围，尺度问题已成为当今水科学的研究的前沿课题之一。随着信息技术的快速发展和计算机技术的不断进步，地理信息系统、遥感、全球定位系统(3S) 在水科学的研究中得到了日益广泛的应用；传统的水资源评价已发展为在可持续发展思想的指导下，包括水量、水质、生态和环境等全方位的评价；水文科学中加强了全球气候变化和人类活动对水循环影响的研究。在这一过程中，数学模型技术在水科学的研究的各个领域得到了前所未有的快速发展和广泛应用，集水文过程、土壤侵蚀、水沙输移、非点源污染以及水资源规划与管理等功能的数学模型如雨后春笋，层出不穷，这些模型技术的诞生和发展极大地丰富了水科学的研究内容，促进了水科学有关学科的发展。

20 世纪 60 年代以来，随着计算机技术的出现，数学模型得到了广泛的认同和应用，在水科学的研究的不同领域诞生了许多概念性水科学数学模型，尤其是最近 20 年来，很多基于物理机制的水科学数学模型应运而生，取得了颇为丰富的研究成果。因此，迫切需要对过去近 50 年来的研究成果进行系统的归纳和总结，对过去近 50 年开发的各种水科学数学模型进行系统的梳理和提炼。2005 年下半年，由北京师范大学徐宗学教授和科学出版社赵峰编辑组织发起，成立了一支由在水科学的研究领域活跃的中青年专家组成的《水科学数学模型丛书》编写委员会。经过一年多的酝酿、筹备和多次编委会论证，决定首批推出《水力学数学模型》、《水文模型》、《水沙输移数学模型》、《地下水运动数学模型》、《水资源管理数学模型》、《水环境数学模型》和《土壤侵蚀数学模型》，分别由四川大学许唯临教授、北京师范大学徐宗学教授、清华大学方红卫教授、武汉大学杨金忠和梅亚东教授、清华大学陈吉宁教授以及西安理工大学李占斌教授负责相应分册的编写工作。以上主要编写人员均为活跃在我国水科学领域的知名中青年专家，并在各自的专业领域和国内外均具有一定的影响力，对水科学数学模型理论与方法的研究进展见解独到。

《水科学数学模型丛书》从开始酝酿到最终出版，前后历时近四年，其

间先后组织召开了多次编写工作协调会议及学术委员会工作会议，在充分讨论并征求由多名院士组成的学术委员会委员意见的基础上，最后确定了各分册的基本框架和主体内容。客观地讲，该丛书选题新颖独到，学术定位准确，紧紧站在学术研究的前沿，它的出版发行，将会极大地丰富和发展水科学前沿研究的理论和方法。

该丛书集成当前国内外水科学研究领域主要的数学模型及其相关的基本理论和求解方法，而且许多内容都是这些编著者自身多年的研究成果，对今后相关研究工作有十分重要的参考价值。尤其是各分册都配有相应的案例介绍，可以作为大专院校、科研院所相关专业研究生的参考用书，也可供水科学与工程专业技术人员与管理人员参考。该丛书的出版发行，一定会推动我国水科学数学模型的研究与应用，也会极大地推动我国的水科学的研究事业。



中国科学院院士  
《水科学数学模型丛书》学术委员会主任  
2009年4月

# 序

水力学是一个历史悠久的学科。早在 2000 多年前，李冰父子修建了举世闻名的都江堰水利工程，巧妙地利用水流的运动特性，滋养了天府之国的人民，在当时人类对水流的认识还很粗浅的条件下，实可谓水利工程史上的一个奇迹。在今日的罗马，人们仍然在使用着古人所修建的水道，其发挥效益的时间之长，恐连修建者自己也未曾料到。正是在与自然相处的过程中，人们对水流运动的认识越来越深入。经过一代又一代科学家的努力，水力学作为一门独立的学科逐渐成熟起来，并且在改造自然的过程中发挥了重要的作用。从胡佛大坝到三峡工程，在人类探究和利用水流运动的道路上，竖起了一座座丰碑，这其中也饱含着水力学的贡献。但是，工程建设也对水力学研究不断提出新的挑战，为了应对这些挑战，必须对水流运动进行更加准确、深入、详细的揭示和预测。

著名物理学家、诺贝尔奖获得者李政道博士曾谈到“数学的应用能力是很重要的，因为方程式就是工具”。水力学的发展也是如此，经过纳维埃、斯托克斯等人的努力，具有里程碑意义的 N-S 方程建立了起来。随后，雷诺等的工作为求解水流运动开辟了一片现实的天地。进入 20 世纪后半叶以后，随着计算机技术的飞速发展，经过当代科学家的不懈努力，许多流体计算模型相继被开发出来，使传统的水力学焕发了新的青春，也为工程建设提供了更加有力的支撑。

我国的水利水电建设已进入高峰期，一大批具有国际先进技术指标的大型工程陆续兴建，许多水力学难题需要研究解决，数学模型将与实体模型一起，在解决这些问题的过程中发挥重要的作用。《水力学数学模型》一书正是在这样的背景下应运而生的。

该书详细介绍了常用的紊流数学模型和一些专题计算模型。作者长期工作在水力学研究和教学的第一线，参加了许多重要水电工程的科研工作，积累了丰富的理论知识和实践经验。相信该书的出版将为有关研究、设计人员以及相关专业的师生提供一部有益的工具。

张宏江

中国工程院院士

2009 年 7 月

# 前　　言

随着社会的进步，自然界和工程中越来越多的水流问题需要预测和分析。直到20世纪中叶，人们主要依赖理论、经验和实体模型试验的方法来研究水流问题，这些方法一方面发挥了重要的作用，但另一方面也表现出不同程度的局限性。在计算机技术高速发展的背景下，数学模型迅速兴起并逐渐成熟，采用数学模型预测和分析各种水流问题已经越来越普遍。与水力学实体模型试验相比，水力学数学模型具有成本低、周期短、成果详细等突出的优点，因此可以帮助研究人员深入分析复杂流动的内部结构和参数分布，帮助设计人员快速筛选设计方案。

本书旨在介绍水力学的一些基本数学模型，上半部分主要介绍紊流及伴随紊流运动发生的传热、传质问题的数学模型；下半部分主要介绍针对不同对象的专题模型。在上半部分中，首先介绍了紊流及其数学描述中的一些相关知识，然后详细介绍了描述紊流运动的基本方程；介绍了求解基本方程的各类紊流模型，其中较详细地介绍了 $k-\epsilon$ 模型、雷诺应力代数方程模型和微分方程模型；详细介绍了数值求解过程及其相关方法。在下半部分中，针对工程、河流和地下渗流的一些特定对象，逐一介绍了溃坝洪水模型、渗流模型、复式河槽水流模型、弯道水流模型和求解双曲型方程的特征线法等。

本书除封面上所列的编著者外，伍超、王韦、杨克君等先生分别撰写了溃坝洪水模型、弯道水流模型和复式河槽水流模型，特此感谢。

受作者水平所限，书中难免存在不足之处，诚请各位同仁不吝批评指正！

作　　者

2009年6月

# 目 录

丛书序	
序	
前言	
<b>第一章 紊流</b>	<b>1</b>
第一节 紊流场的数值模拟	1
第二节 紊流基础理论	3
第三节 张量基础知识	10
<b>第二章 紊流运动的基本方程式</b>	<b>14</b>
第一节 紊流的统计平均	14
第二节 紊流运动方程式	16
第三节 紊流能量方程式	18
第四节 雷诺应力输运方程	23
第五节 紊动能耗散率方程式	26
第六节 标量物质输运方程式	29
第七节 紊流涡量方程式	31
第八节 二元沿水深平均基本方程式	32
<b>第三章 紊流数学模型</b>	<b>36</b>
第一节 概述	36
第二节 零方程模型及单方程模型	37
第三节 双方程模型	44
第四节 雷诺应力微分模型与雷诺应力代数模型	52
第五节 紊流数学模型中的经验常数	63
第六节 紊流数学模型的边界条件	67
第七节 自由表面的处理	69
第八节 近壁区的模拟问题	78
<b>第四章 紊流数值计算基础理论</b>	<b>84</b>
第一节 紊流数值计算概述	84
第二节 离散方程的误差及性质分析	89
第三节 差分格式的物理特性	96
第四节 有限容积法	99
第五节 有限容积法的四条基本法则	101
<b>第五章 扩散方程的数值解</b>	<b>104</b>

第一节 恒定一维热传导	104
第二节 源项线性化	107
第三节 非恒定一维热传导	108
第四节 非恒定二维、三维热传导	111
第五节 线性代数方程组的求解方法	113
第六节 数值计算中的有关问题	118
<b>第六章 对流-扩散方程的差分格式</b>	<b>122</b>
第一节 中心差分格式与上风格式	122
第二节 混合格式、指数组式与幂函数格式	124
第三节 通用格式	126
第四节 QUICK 格式	128
第五节 对流-扩散差分方程稳定性的分析	130
第六节 对流-扩散方程的离散化	131
第七节 关于假扩散问题	133
<b>第七章 求解椭圆型流动的原始变量法</b>	<b>137</b>
第一节 压力场及其数值求解中的困难	137
第二节 交错网格技术	138
第三节 压力校正法	140
第四节 SIMPLE 算法的步骤与讨论	142
第五节 SIMPLE 算法的发展与改进	144
<b>第八章 溃坝洪水模型</b>	<b>148</b>
第一节 溃坝流动分析及其基本议程	153
第二节 水激波的解析数值模型	158
第三节 溃坝洪水的相似性解结构	163
第四节 问题讨论及解决方法	169
第五节 斜底、有阻力条件下的水激波解析数值模型	207
第六节 工程实例	215
<b>第九章 渗流模型</b>	<b>222</b>
第一节 渗流基础理论	222
第二节 渗流运动方程式	231
第三节 渗流数值计算方法	235
第四节 渗流有限元算法	244
<b>第十章 复式河槽水流模型</b>	<b>253</b>
第一节 复式河槽流量计算方法比较与分析	254
第二节 复式河槽过流能力的系统动力学模型	264
第三节 基于动量输运系数的过流能力计算	268
<b>第十一章 求解双曲型方程的特征线法</b>	<b>273</b>
第一节 特征线法的基本概念	273

---

第二节 基本方程.....	273
第三节 计算方法.....	275
第四节 计算实例.....	283
<b>第十二章 弯道水流模型.....</b>	<b>288</b>
第一节 弯曲河道与弯道水流的基本概念.....	288
第二节 弯曲河道水面超高及水深计算.....	294
第三节 弯道水流流速分布规律及其计算.....	304
<b>参考文献.....</b>	<b>311</b>

# 第一章 絮 论

紊流，或称湍流，是黏性流体的一种流动状态，是自然界和工程中经常、大量存在的流动现象。水利工作中所涉及的水流现象几乎无一例外都是紊流。紊流研究对于自然科学和工程实践都有十分重要的意义。如何准确地预测紊流是研究紊流的一项重要课题，紊流数值模拟就是解决这一问题的一种方法。

## 第一节 紊流场的数值模拟

到目前为止，我国水力学界为解决工程实践中所提出的各种问题，基本上仍沿用传统的水力学方法进行研究。

传统的水力学方法是建立在经典力学的理论基础上的。经典力学研究流体运动，首先分析作用于流体上的力，根据力学基本定律，如质量守恒、动量守恒、能量守恒等定理，应用数学分析的方法，建立流体运动方程。描述流体运动规律的微分方程式是从18世纪开始相继建立起来的。达朗贝尔（d'Alembert）推导了微分形式的连续方程式，欧拉（Euler）建立了不考虑黏性力的理想流体的运动方程——欧拉方程，纳维埃（Navier）和斯托克斯（Stokes）建立了计算黏性作用力的纳维埃-斯托克斯方程（N-S方程）。至今，这些微分方程仍是流体力学的基本方程。用数学分析的方法求解这些基本运动方程式，可以求解一些简单的、典型的流动问题，如平行平板间的“泊肃叶流”（Poiseuille Flow）、两旋转圆柱面之间的流动等。但是，由于实际流体运动的多样性和复杂性，用数学分析的方法求其理论解，往往十分复杂甚至不可能。到目前为止，用数学分析的方法所得到的理论解大约只有一二十个，几乎再也找不到新的理论解了。为了克服理论求解的困难，人们把理论研究和科学试验结合起来，建立了一种半经验、半理论的方法，即传统的水力学方法。传统的水力学方法着眼于解决具体工程问题，针对具体流动，抓住主要矛盾，以基本方程式为基础，在运动方程式中引入试验研究得到的有关经验系数或关系式，从而得到可以求解的计算式。传统水力学方法较好地解决了工程中经常遇到的许多实际问题，为工程建设和水力学的发展做出了巨大贡献，并仍将在工程实践中继续发挥重要的作用。

传统水力学方法一般应用总流的概念，因此所研究的流动参数大多是总流意义上的参数，如流量、断面平均流速、水深、能坡、水力半径等。它往往着重研究水流与建筑物相互作用的总体效果，而对水流内部的运动情况不做深入分析。研究成果一般是可供工程采用的计算公式和经验公式，提供工程设计所关心的各项流动参数。由于传统水力学方法对流场内部的流动特性了解不够深入，从而使其应用受到很大限制。它不可能准确、精细地研究实际流动的内部机理和力学特性，不能满足工程实践的各种需要，已经

不适应当前科学技术迅速发展的趋势。现代工程技术要求深入研究流场内部的运动规律，详细了解流场内部各个位置和各个时刻的流动参数，以及流场内部的紊流结构。科学技术的迅速发展既向水力学研究提出了更高的要求，也为水力学研究水平的提高创造了良好条件。流体测量技术的发展为研究紊流特性提供了强有力的实验手段，大型高速计算机的出现使复杂微分方程的数值求解成为可能。为了提高水力学的研究水平，必须把总流的概念发展为流场的概念，把经验公式发展为数学模型，使水力学的研究方法跃上现代科学技术的阶段（杨永全，1991）。

描述黏性流体运动的N-S方程同样适用于紊流（理由详见本章第二节）。原则上讲，紊流的预测可通过求解N-S方程来实现。对于黏性系数为常数的不可压缩均质流体，所需求解的未知变量有四个，即压强和三个方向的流速分量。基本运动方程式包括连续方程和三个空间方向上的动量方程式，它们组成封闭的微分方程组。如果流动还包括传热或传质问题，则其运动方程式也将相应增加，方程组仍可封闭。但是，对于复杂的紊流运动，要通过数值计算的方法直接求解N-S方程，实际上是办不到的。这是因为，作为紊流微细结构的最小旋涡，其尺寸和流域体积相比，一般都非常小，因此，进行数值计算的离散网格间距要非常小，整个计算域的网格间距也要非常小，这样，整个计算域的网格节点数势必非常多，它所需要的计算机内存容量和计算时间都很巨大，即便对于十分简单的流场，都将大大超过目前计算机的计算能力。例如，如果紊流旋涡的尺度为0.1mm，那么，在1m<sup>3</sup>的计算域内就需要10亿个计算网格节点，每网格节点上至少要求四个未知量。由于流动的非恒定性，时间间隔也不能取太长，沿时间序列还有更多的信息要储存。因此，对于哪怕是最简单的紊流运动，直接求解N-S方程所需要的计算机内存容量和计算时间，现代巨型计算机都无法承受。

虽然紊流运动是随机的，但运动参数的统计平均值是确定的。研究紊流运动的规律，一般也只需研究统计平均值的变化规律。事实上，获得了紊流运动参数随时间和空间变化的原始资料而不对其进行一定的分析整理，很难得到有价值的信息。统计平均是统计特征值的一种表示方法，是研究紊流运动的基本方法之一。1895年，雷诺（Reynolds）首次将统计平均的概念引入紊流研究中，推导出了著名的雷诺方程，为以后的研究奠定了理论基础。在雷诺方程中，由于统计平均而出现了雷诺应力项 $\overline{\rho u' u_j}$ ，致使未知变量的个数多于运动方程式的个数，方程组不再封闭，这就是所谓的紊流运动方程式的封闭问题。所谓紊流数学模型，就是引入某些假设和经验关系式，将雷诺应力等紊动变量和时均流速等基本变量联系起来，补充一组代数方程或微分方程，使雷诺方程封闭（Rodi，1980）。紊流数学模型并不模拟紊流的详细随机运动过程，它只模拟紊动对时均流的作用和影响。

数学模型是随着计算机的进步而发展起来的。紊流数学模型以计算机为桥梁，将理论、实验和设计结合起来，为科学预测紊流开创了新的局面。紊流模型能计算出流场各项流动参数翔实的分布情况，能够描述流动过程的动态变化，有助于全面、深刻地认识流动现象的物理本质。紊流数学模型可以方便地改变基本参数和边界条件，模拟各种流动情况，比较各种设计方案，从而选择最优方案。相比之下，实物模型在这方面就困难得多。紊流数学模型还可以模拟实物模型难以实现的特殊流动，如在超高温、超高压、

超低压条件下的流动和对大型水利工程原型流动直接进行计算，从而避开模型试验的比尺效应问题。数值模拟和实物模型试验相辅相成，相得益彰。数学模型可以部分代替实物模型试验的人力、物力和财力，但数学计算结果的可靠性又依赖于实物模型试验资料的验证，其发展与改进也必须以实物模型试验结果为依据。

流场计算是许多研究的基础。无论是研究河流泥沙的输运，还是污染物在水流中的扩散、稀释，首先都要研究流场的流速分布及紊动扩散特性。在化工和热能动力领域有许多热传质问题需要解决。为此，首先要研究承载并输送热（质）量的流体运动规律。近年来，紊流传热和传质问题已越来越多地受到人们的重视。研究高速水流的空化和空蚀现象、水气二相流运动规律、高速水流的水动压强特性及消能防冲机理，都需要透彻了解流场的紊动特性。紊流场的数值模拟是预测紊流运动的一条基本途径，是工程实践的迫切需要，是紊流研究的一个重要发展方向。对紊流运动的数值概念和基础理论要有比较透彻的了解，这是建立紊流数学模型的物理基础。其次，要深入研究紊流数学模型，这是准确模拟紊流运动的关键。再次，要熟练掌握数值计算技术。计算方法不当，就不可能得到正确的收敛解。第四，要熟悉计算机语言和上机操作，因为主要的模拟工作都是在计算机上完成的，整个工作效率在很大程度上取决于这一工作环节。最后，为了通过实物模型实验进行验证，掌握一定的现代测试技术和实验方法也是十分必要的（杨永全，1991）。

## 第二节 紊流基础理论

在水力学课程中已经学过，流体运动存在两种基本的流动状态：层流和紊流。当流体流动的雷诺数  $Re$  大于下临界雷诺数  $Re_c$  时，流动状态将成为紊流。对于管流，当  $Re = \frac{VD}{\nu} > Re_c = 2320$  时，对于明渠流，当  $Re = \frac{VD}{\nu} > Re_c = 500$  时，即可认为流动为紊流。在紊流中，流体质点的运动轨迹杂乱无章，变化无常。从前，人们将紊流定义为“杂乱无秩序的流体运动”，由于紊流的内部结构十分复杂，紊流理论仍很不成熟，很难给紊流下一个科学的定义，关于紊流运动的确切定义，目前仍无完全统一的意见（陈玉璞，1990；梁在潮，1988）。为了深入认识紊流，首先应该了解紊流的基本性质。

### 一、紊流的基本性质

#### （一）紊流的随机性

随机性是紊流的主要特性之一。恒定均匀紊流是最简单的流动情况，粗看起来，它的各项流动参数都是固定的，但实际上，它的速度、压强等各项流动参数都在随时间极不规律地变化，表现出极强的偶然性和随机性。一切紊流运动在本质上都是四维的，它的各项运动要素既沿着三维空间坐标变化，也沿着时间坐标不断演变，紊流的瞬时流场总是不恒定的。这种不恒定性不同于通常所说的不恒定流，它的流动参数随时间的变化不是普通变量而是随机变量。随机变量具有以下两个特性：①函数值随时间和空间的变

化极不规则，即使保持相同条件下的重复试验，每次试验所测得的函数值都各不相同；②在相同条件下进行很多次试验，当试验次数足够多时，其统计平均值表现为按一定规律变化的确定值。紊流的随机性包含着两个方面的意义：①它的各项运动参数都随时间做不规则的变化，表现得杂乱无章、瞬息万变；②各项流动参数的统计平均值具有规律。研究紊流运动并非要详察流动随机变化的具体过程，而是要研究紊流统计平均参数的变化规律。统计方法在紊流问题的研究中具有十分重要的意义。

## (二) 紊流的有旋性

紊流运动是由许多大小不同、强度各异、相互关联的旋涡构成的。紊流旋涡是叠加在时均流动之上的，这些旋涡在不断地生成、泯灭，不断地合成、分解。当流动边界发生变化时，时均流丧失稳定性，形成一定尺度的旋涡，其能量由平均流提供。由于流体黏性的作用，大尺度高速旋涡本身不稳定，逐步分解破裂成较小的旋涡。一级尺度的涡体失稳分解成二级尺度的涡体并给它提供能量，二级尺度的涡体又再分解成三级尺度的涡体……如此不断由大尺度的涡体分解成小尺度的涡体，并传递能量，直至最小尺度的涡体将能量耗散掉，即由机械能转变为热能（即分子运动动能）。这种伴随着旋涡的分裂破碎，紊流能量从大旋涡向小旋涡逐级传递，直至黏性耗散的过程称为能量级串过程。

具有固壁边界的紊流，在壁面附近由于流速梯度和切应力都比较大，再加上壁面粗糙对流动的干扰，很容易形成旋涡。旋涡形成之初，由于邻近壁面，受空间限制，涡尺度比较小，在离开壁面的过程中，旋涡尺度不断增大，形成大尺度旋涡。大旋涡又生成小旋涡，旋涡就是这样不断地生成和消失。

紊流旋涡与脉动特性密切相关。从频谱的角度看，紊流包含从低频到高频、从小振幅到大振幅的各种脉动成分，一般低频脉动的振幅大，它囊括了大量的紊流能量，低频脉动与大尺度旋涡相关联，高频率、小振幅的脉动与小尺度旋涡相对应。大尺度旋涡与流场的边界条件关系密切，是确定流场紊动特性的主要因素。它的长度尺度与平均流的特征长度具有同一量级，一般都具有很强的各向异性。紊流的能量损失主要是在能量级串的末级通过小尺度旋涡的黏性耗散而实现的，小尺度旋涡在能量耗散方面的作用十分显著。紊流旋涡的逐级分裂破碎过程有使紊流运动趋于均匀化和各向同性化的作用，它使小尺度旋涡的各向异性大大减弱以致接近各向同性。小尺度旋涡受流场边界条件的影响也逐渐减弱，直至与流场边界条件无关。这一现象称为紊流的局部各向同性性质，这在紊流数值模拟中有重要意义。紊流具有有旋性，有旋是指紊流的瞬时速度矢量场的旋度不为零。紊流场的输运是通过旋涡来传递的，从理论上可以证明，没有旋涡就不能维持紊流（陈玉璞，1990）。

## (三) 紊流的扩散性和耗散性

紊流质点杂乱无章的运动使流体微团间发生剧烈的摩擦和碰撞，流体微团不断地进行分裂，流体的物理量（如动量、能量、热量等）也不断传输和混掺，这就是紊流的扩散性。紊流运动中存在分子扩散，但紊动扩散要比分子扩散强得多。紊动扩散和分子扩

散不仅在强烈程度上有差异，在性质上也不同。分子扩散是流体的本性，不论流体静止还是运动，只要物理量的分布不均匀，分子扩散就总是在进行着，而紊动扩散只存在于紊流中。紊流应用研究的重要目的之一是研究流体所携带物质（如泥沙、空气、污染物等）的扩散特性，物质扩散特性主要依赖于紊动扩散的强弱，紊动扩散是物质扩散的前提。

紊流运动一定伴随着机械能的消耗，紊流在本质上是耗散性的。如果没有外部能源供应能量，流体的运动就不能维持下去，它必然逐渐衰减以至泯灭，这就是紊流的耗散性。紊流的耗散性可以根据紊流能量方程从理论上作出说明（详见第二章）。能量损失规律是工程水力学研究的一个重要课题，有时需要减小能量损失，有时需要加大能量损失，要控制能量损失，就要深入研究紊流。

#### （四）紊流是黏性流体运动的一种状态

紊流是流体流动的状态而不是流体自身的物理性质。流体的物理性质（如密度、分子黏性系数等）只和流体的种类有关，无论流体运动还是静止，它都客观地存在着。紊流特性是流体的运动性质，是和流体的运动状态密切相关的，如果没有流动，就谈不上紊流特性。例如，分子黏性系数 $\nu$ 是流体的物理性质，它的值取决于流体的种类和温度等物理因素，与流动状态无关，即使流体不运动，分子黏性仍然存在；而紊流黏性系数则不同，它是流体的紊动特征参数，流体不处于紊流状态，就无从谈紊流特性系数，而且紊流黏性系数的值随着紊流状况的不同而改变，与流体的种类、温度无关。

紊流是黏性流体的一种流动状态。无论流动是层流还是紊流，流体的物理性质不会发生变化，N-S 方程是描述黏性流体运动的基本方程式，推导 N-S 方程的基本条件是：流体是均一的、各向同性的连续介质，流体属于牛顿流体，其应力应变的关系遵守广义牛顿内摩擦定律。流动状态从层流向紊流的过渡并没有改变推导 N-S 方程的基本假定，N-S 方程对于紊流同样适用。

运动的有旋性、涡量的扩散性和能量的耗散性是黏性流体运动的基本性质，这些性质同样适用于紊流状态。

有人提出疑问，当研究紊流内部最微细的紊流旋涡时，是否仍然能够将流体看作连续介质？回答是肯定的。下面来具体分析这一问题。

由于流体具有黏性，紊流由大旋涡分解成小旋涡的过程不可能无休止地进行，旋涡缩小到一定程度后，将由于黏性耗散作用而泯灭。旋涡的最小尺度可通过对单元涡团的拉伸极限变形的分析而得出（陈玉璞，1990）。分析表明，当涡团的速度尺度 $v$ 和长度尺度 $l$ 所组成的雷诺数 $Re = \frac{vl}{\nu} = 1$ 时，黏性旋涡的尺度达到最小，紊流涡团的长度尺度和它的速度尺度成反比，速度受黏性切应力的制约，不可能很大，因而涡团的特征长度也不可能很小。以水为例，如果 $v=1\text{m/s}$ ，取 $\nu=1\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ，则 $l=0.001\text{mm}$ 。由物理学可知，每立方米流体中约含有 $3.3\times 10^{28}$ 个水分子，在边长为 $0.001\text{mm}$ 的立方体中有 $3\times 10^{10}$ 个水分子，即在每个边长上排列着大约 3000 个水分子。再以空气为例，若取 $\nu=1.5\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ ， $v=15\text{m/s}$ ，则 $l=0.001\text{mm}$ ，每立方米空气中大约含有 $2.7\times 10^{25}$

个空气分子，在 $0.001\text{mm}$ 长度上大约排列着300多个空气分子。以上估算说明，紊流运动的最小旋涡尺度与流域的长度尺度相比是非常小的，尽管它和流体的分子间隔尺寸比起来非常大。研究紊流运动，即使着眼于最微细的紊流旋涡，和分子运动比较，仍然属于宏观运动，完全可以把流体视作连续介质。

## 二、紊流的拟序性和关联性

紊流属于自然现象。就自然现象而言，无论是力学的、电学的、化学的，还是生物的，一般都可归纳成确定性现象和随机性现象。确定性现象的自变量和因变量之间有确切的函数关系；随机性现象的每一次试验结果有偶然性和随意性，随机性时间要采用概率论和统计平均的方法，寻求其统计规律。紊流不属于确定性现象，它具有随机性，但又不是完全的随机现象，它在一定程度上呈现出一种有序性，时间上的拟序和空间上的关联就是紊流的一个重要特征。

### （一）紊流的发生及猝发现象

层流是安静、平稳、层次分明、秩序井然、有条不紊的流体运动。随着雷诺数的增加，流动的秩序性发生崩溃，流态由层流转变成紊流。这个过程就叫由层流向紊流的转换，或者叫紊流的发生。影响转换的因素很多，转换过程的物理机制也很复杂。当雷诺数很大时，层流的稳定性极差，只要有微小扰动，流动就会立即转变成紊流；雷诺数不大时，层流抵抗扰动的能力就强一些，流态处于过渡状态，紊动具有间歇性，时而是层流，时而是紊流，或者这一处是层流，那一处是紊流，这种间歇出现的紊流一般都不规则、不均匀。当雷诺数很小时，黏性起完全的控制作用，层流的稳定性很强，即使有很强的扰动也将逐渐衰减而消失。流态从层流向紊流转换的实质是层流稳定性的丧失。层流稳定性可以用小扰动理论进行研究，并已取得了许多成果（陈玉璞，1990；窦国仁，1981）。流态转换的研究既包括研究转换条件，也包括研究它与紊流性质的密切关系，流态转换也与许多工程问题有关，一直是紊流研究的一项重要课题。

近年来，“猝发”现象的发现和研究使人们更清楚地认识了紊流的发生过程，从20世纪50年代起，克莱因（Kline）等许多学者用轻气泡、电火花和高速摄影技术对平板边界层中紊流的发生进行了大量的观察，这些观察结果具体、形象地描述了猝发现象，其概况如下：

- 1) 平板表面先出现带状的低速条与高速条相间的现象（图1.1）。
- 2) 在低速带中由于底部壁面的剪切作用强烈，形成横向涡，涡的中部随流动缓慢上举。因为上部速度大，就将此涡沿流拉成“U”形，继而形成“Ω”形涡套，其变形过程如图1.1所示。
- 3) “Ω”形涡套的顶部突然向高速带喷射，爆发为紊流，形成突然出现的紊流斑点，这就是紊流的猝发。猝发伴随产生压力波等现象。
- 4) 紊流斑继续上升，进入流场深处，猝发点周围的流体迅速卷入所余空间，爆发斑被低速流带所清扫，流动恢复到初始状态。