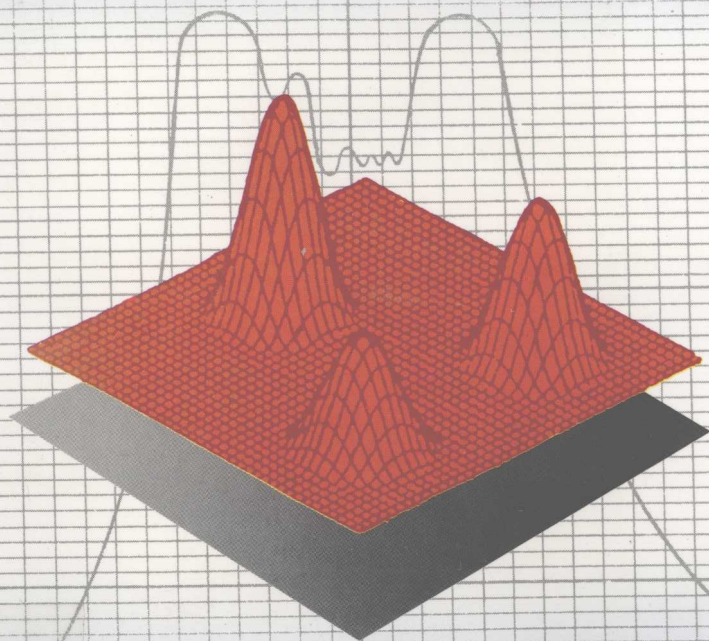


科学与工程计算丛书

刚性大系统数字仿真方法

GANGXINGDAXITONG SHUZIFANGZHENFANGFA



刘德贵 费景高 韩天敏 著
河南科学技术出版社

SECS

科学与工程计算丛书

刚性大系统数字仿真方法

刘德贵 费景高 韩天敏著

河南科学技术出版社

科学与工程计算丛书
刚性大系统数字仿真方法

刘德贵 费景高 韩天敏著

责任编辑 袁元

河南科学技术出版社出版发行

(郑州市农业路73号)

国防科技大学银河印刷厂印刷

850×1168毫米 32开本 13.625印张 312千字

1996年1月第1版 1996年1月第1次印刷

印数:1—1000册

ISBN 7-5349-1771-9/T·362

定价: 13.50元

《科学与工程计算丛书》编辑委员会

名誉主编：**冯康**

名誉编委：(按姓氏笔划为序)

于敏	王仁	冯康	石钟慈	庄逢甘	曲钦岳
朱家骅	李德元	何祚庥	陈能宽	谷超豪	况蕙孙
郑哲敏	周毓麟	秦元勋	黄祖洽	曾庆存	符鸿源
程开甲	裴鹿成				

编委：(按姓氏笔划为序)

于万瑞	王宗皓	王政贤	王宝瑞	王肖钧	冯士筭
孙文心	厉衡隆	石中岳	卢秀球	付德薰	付泽周
纪立人	纪楚群	刘林	刘儒勋	向新民	朱允伦
李荫藩	李作新	吴江航	吴乃龙	吴辉碇	吴其芬
杜书华	杨清建	宋国乡	邱希春	陈健华	何延才
何锦昌	汪翼云	金时懋	郑邦民	周树荃	范新亚
宓国柱	罗吉庭	张立存	张志杰	张若棋	张锁春
胡乃雄	姚凯伦	浣石	顾昌鑫	倪浩清	徐国华
常文蔚	常谦顺	赖定文	蒋伯诚	董绍静	鲍家駉

常务编委：(按姓氏笔划为序)

孙文心	刘儒勋	吴江航	何延才	金时懋	徐国华
蒋伯诚					

执行主编：蒋伯诚

编辑部成员：蒋伯诚 张锁春 张立存 张志杰 周春生

杜慧娴 陈吉斌

代 序

为促进我国科学与工程计算事业的发展,1988年7月,中国核学会计算物理学会在青岛举办了全国计算物理学术研讨会.会议期间,经有关专家商议,决定出版一套《科学与工程计算丛书》,得到了许多著名科学家的热情关心和支持.经过两年多的筹备,正式开始了这套丛书的编辑出版工作.

计算机是一种延伸、强化人的思维的工具.当世界上第一台计算机 ENIAC 诞生时,冯·诺伊曼就预言这一新工具所拥有的巨大潜力和对人类社会的深远影响.在过去的40多年里,计算机迅猛发展,其应用范围从国防尖端部门扩大到科学技术和国民经济建设的各个领域,计算机已经给人类社会带来了一场深刻的技术革命,计算机的发展和计算方法的进步极大地提高了人们的计算能力,从而引起了科学方法论上的巨大变革,使计算成为科学研究的第三手段,对研究的定量化起到了特殊重要的作用.“实验、理论、计算”三位一体是现代科学研究的基本模式,三者既相对独立,又互相补充,互相依赖.人们在计算机上可充分利用数值计算来模拟现实世界的各种过程,部分替代实验或作为实验的补充,检验理论模型的正确性,尤其是还能呈现现实生活中无法重复或无法进行实验的现象,或模拟耗资巨大的实验工程,探索新的奥秘.由于有了计算这一强有力的手段,大大增强了人们科学研究的能力,促进了不同学科之间的交叉渗透,缩短了基础研究到应用开发的过程,加速了把科学技术转化为生产力的进程.

在计算机的发展和数值计算的广泛应用的推动下，科学与工程计算（简称科学计算）作为一门工具性、方法性和边缘交叉性的新学科，已经开始了自己的发展。它既包含了在各种科学与工程领域中逐步发展起来的计算性学科分支，如计算数学、计算物理、计算力学、计算化学以及计算地震学等计算工程学，又包括经济科学、医学、生物学和系统科学等发展中所需要的计算理论。计算方法则是它们联系的纽带和共性的基础。科学计算就其本质而言，是要解决现代科学与工程中提出的大规模、非线性、非均匀和几何形状非规则的复杂问题，是数学理论和计算艺术的高度结合，是复杂系统的数值计算或模拟。计算机的性能与算法水平的乘积是衡量计算能力高低的指标。

我国在科学与工程计算领域已有了一支较高水平的、能打硬仗的队伍。这支队伍在我国计算机水平相对落后的条件下，以其智力优势和拼搏精神为我国的国防建设和经济建设作出了重大贡献，积累了丰富的实践经验，急需加以总结、提高、推广和交流。编写《科学与工程计算丛书》，正是为了适应这种形势的需要，它的出版将会填补我国这方面的空缺。

这套丛书是采用“众人拾柴火焰高”的集资方式创办的，由于丛书的涉及面极广，故不设主编，由常务编委轮流担任执行主编。丛书作者都是奋战在教学和科研第一线的专家学者，他们为发展我国的科技事业不辞劳苦，呕心沥血，无私奉献。谨向他们表示崇高的敬意。

可以期望，《科学与工程计算丛书》的出版发行，必将有力地推动我国科学计算事业的发展。

《科学与工程计算丛书》编委会

1990年8月

前言

当今时代, 数字仿真、科学计算已是独立于理论研究、实验研究的一种基本的科学活动, 一般不再仅仅把它看做理论与实验研究的辅助手段。现在人们可以采用理论研究、实验研究与数字仿真、科学计算三类基本科学活动来进行科学技术研究。因此, 数字仿真、科学计算是近代科学技术迅速发展的重要因素。

一个大工程或大系统的研究和设计的成功在很大程度上依赖于计算和数字仿真(或数学仿真或数学模拟)。科学家和工程师的理论基础及其解决实际问题的能力提高都常常受益于仿真(或模拟)。一旦没有仿真或仿真工作做得不充分, 那么他们现今所做的工作对于要解决的那类问题可能是不合适的, 严重时可能出现大的事故。这几乎已成为人们在大系统研究和设计中的共识了。因此, 有关的研究正在受到国内外仿真专家, 数值分析专家, 计算机软、硬件专家的重视。

“刚性大系统数字仿真方法研究”是国家自然科学基金资助的项目, 研究工作从 1990 年至 1993 年, 历时 4 年。本书是该项研究成果的一个总结。参加这项研究的, 除我们三人外, 还有袁兆鼎教授、汤铭端博士、宋晓秋博士和博士研究生黄自力、谢亚军等。

刚性大系统在自然界和工程技术问题中常常遇到, 例如飞行器的运动、电力系统的运行、自动控制系统的运行、化学反应过程、生态平衡问题等, 其数学模型往往都是刚性大系统。很多偏微分方程通过线方法半离散化得到的大维数常微分方程组的初值

问题,也是刚性大系统产生的一个来源。这种大系统的特点是,有的解分量变化很快,有的解分量变化则非常缓慢,而且变化的速度可以相差非常大的量级,在长时间区间(当然也不一定是时间区间)内求解将出现困难。这种系统近 30 年来引起了许多数值分析专家的重视,他们从理论上探讨这类问题的实质,并从各个角度寻求适合它的数值解法。我们针对实际问题的背景,将这种研究与大的工程问题结合起来,特别是与大系统数字仿真、实时仿真结合起来,并具有历史的延续性。

本书共八章。第一章和第二章是对刚性大系统概念和数字仿真原理的叙述,第三章介绍基本的刚性方法和稳定性理论。这三章给出了本书的基本概念和方法。第四章至第八章基本上是我们在工作中的成果和经验的总结。

在上述诸方面,国内外的学者发表了大量的论文和著作,取得了许多研究成果。考虑到系统性,同时为了使本书的内容能反映当前国内外的研究水平,我们引用了许多作者的工作。为此对他们表示衷心的感谢。

最后,我们非常感谢中国科学院院士周孝信教授阅读了本书第八章的内容,博士研究生谢亚军、陈丽容阅读了第四章和第五章的内容,提出了不少有益的意见。国家自然科学基金委员会数理科学学部数学学科主任徐中玲副研究员、航天工业总公司二院科技委副主任李伯虎研究员、二〇四所所长廖泰安、副所长刘杰、处长徐静对本书的出版给予了热情支持和帮助,在此一并致谢!本书的执行主编蒋伯诚教授为本书的出版做了大量细致的审校工作,付出了辛勤的劳动,在此谨向他表示衷心的感谢。由于作者水平所限,书中一定有缺点甚至错误,欢迎读者批评指正。

作者

1994 年春于北京

目 录

第一章 刚性大系统	(1)
1.1 一些刚性大系统的例子	(1)
1.2 刚性大系统的概念	(12)
1.3 刚性算法的主要特点	(21)
参考文献	(23)
第二章 数字仿真原理	(26)
2.1 系统仿真	(26)
2.2 系统建模	(31)
2.3 数字仿真算法	(42)
2.4 仿真模型的校验和确认	(62)
参考文献	(68)
第三章 基本的刚性方法及其稳定性	(70)
3.1 一些数值稳定性概念和稳定性准则	(71)
3.2 向后微分公式	(84)
3.3 2阶导数线性多步方法	(98)
3.4 基本的隐式 RK 公式	(104)
3.5 对角隐式 RK 方法	(116)
3.6 Rosenbrock 型方法	(119)
参考文献	(125)
第四章 多速率组合方法	(131)

4.1	算法的构造	(131)
4.2	几类多速率组合方法	(136)
4.3	稳定性分析	(149)
	参考文献	(157)
第五章	并行计算方法	(160)
5.1	并行算法的基本构造途径	(161)
5.2	并行预估校正(PPC)方法	(165)
5.3	并行显式 RK 方法和并行组合方法	(171)
5.4	并行多步多级 RK 方法	(188)
5.5	并行块方法	(198)
5.6	并行迭代 RK 方法	(207)
5.7	并行显式 Runge-Kutta-Nystrom 方法	(212)
5.8	并行对角迭代 RK 方法	(215)
5.9	时间分割的并行算法	(221)
	参考文献	(229)
第六章	刚性系统的实时仿真	(234)
6.1	基本实时仿真算法	(235)
6.2	线性系统的数字仿真方法	(244)
6.3	实时间断的处理	(262)
6.4	固定步长积分算法的频域误差	(275)
6.5	多帧速实时仿真算法	(288)
6.6	实时仿真模型频域误差的补偿	(307)
	参考文献	(318)
第七章	运载火箭姿态运动的数字仿真	(321)
7.1	引言	(321)
7.2	姿态运动数学模型的转换	(323)

7.3	预处理实时数字仿真方法	(333)
7.4	姿态控制系统的数字仿真	(340)
7.5	姿态运动数学模型的分块	(344)
7.6	应用分块方案1的并行数字仿真模型	(347)
7.7	应用分块方案3的并行数字仿真模型	(358)
7.8	运载火箭轨道计算的并行算法	(363)
	参考文献	(378)
第八章	电力系统暂态过程的数字仿真	(380)
8.1	暂态过程的基本概念	(380)
8.2	网络方程的形成	(381)
8.3	电力系统潮流计算	(384)
8.4	电力系统的故障	(386)
8.5	暂态稳定的数学模型	(396)
8.6	梯形公式和某些典型环节的处理	(409)
	参考文献	(421)

第一章 刚性大系统

本章给出一些在不同的应用工程与科学领域中有一定代表性的刚性大系统的例子，介绍刚性大系统的概念，讨论数字仿真中求解这类系统时遇到的困难，分析求解刚性系统的实质，最后指出刚性算法的一些主要特点。

1.1 一些刚性大系统的例子

我们从不同的应用领域选取一些刚性方程的例子，这些例子本身或者它们的组合就是一个刚性大系统。

例 1.1 飞行器自动控制系统 (选自文献 [1, 2])。不同类型的宇航飞行器对控制系统的要求不同，系统组成的元件也不同。但是，共性的任务决定了它们具有类似的结构。一般飞行器自动控制系统的组成部分如图 1.1 所示^[1]。其中，校正装置：由调节规律决定的微分、积分、放大等元件组成，用以改善系统的动、静特性。放大器：常用的有继电放大器、集成电路放大器等，用以综合、放大、变换控制信号。执行机构：常用的有电动舵伺服系统、液压舵伺服系统等，用以操纵舵面，稳定与控制飞行器飞行。飞行器：是控制对象，输出各种被控量。反馈装置：常用的有电位计、测速机等，电位计用来实现硬反馈，使舵面输出与控制信号成比例，测速机用来实现软反馈，以改善舵伺服系统回路的动

态性能。姿态敏感元件：常用的有惯导平台或陀螺仪，用来测量控制对象的姿态运动参数。质心敏感元件：常用的有加速度计、无线电高度表等，用来测量控制对象的质心运动参数。



图 1.1 飞行器自动控制系统框图

我们取这个系统的一部分简化方程来说明它的刚性性质^[2]。

为了叙述简单起见，假定地球是不转的。按下述的方式建立坐标系：坐标原点 O 在发射点， Ox 轴在过发射点的地平面上，指向发射方向， Oy 轴由 O 点垂直向上， Oz 轴与 Ox 和 Oy 轴垂直，并且与 Ox ， Oy 轴组成右手系。假定飞行器在 Oxy 平面内运动。我们得到简化的运动方程

$$\left. \begin{aligned} mv' &= P_v + C_v + X_v - mg \sin \theta, \\ mv\theta' &= P_\theta + C_\theta + X_\theta - mg \cos \theta, \\ x' &= v \cos \theta, \\ y' &= v \sin \theta, \end{aligned} \right\} \quad (1.1a)$$

$$\left. \begin{aligned} J\varphi'' + M_\delta + M_\gamma + M_c &= 0, \\ \tau_2\delta'' + \tau_1\delta' + \delta &= a_0(\varphi - \varphi_e), \end{aligned} \right\} \quad (1.1b)$$

其中， v 为飞行器的速度； P_v ， C_v ， X_v 分别是推力、控制力、气动力在速度方向上的投影； P_θ ， C_θ ， X_θ 分别是推力、控制力、气

动力在与速度方向垂直向上的方向上的投影; g 是重力加速度; m 是飞行器在时刻 t 的质量; θ 是速度方向与 Ox 轴的夹角, 称为速度倾角; φ 是飞行的纵轴与 Ox 轴的夹角, 称为俯仰角; δ 是控制机构的偏角, 称为舵偏角, 用以产生控制力矩和控制力, 使飞行器沿着规定的飞行轨道飞行; φ_e 是程序角, 它规定 φ 在时刻 t 应取的量值, 由它确定飞行器的飞行轨道; $\varphi - \varphi_e$ 即 φ 与 φ_e 之间的偏差; a_0 是放大系数; J 是飞行器绕飞行器横轴的转动惯量; M_d, M_r, M_c 分别是阻尼力矩、气动力矩和控制力矩。

方程组 (1.1) 称做完全组, 它可以分成两个子组 (1.1a) 和 (1.1b). (1.1a) 描述飞行器的质心运动, 当飞行速度比较大时, 质心运动的惯性比较大, 相对来说它的变化是慢的. (1.1b) 描述控制机构对飞行器的姿态控制运动. 由于运动的惯性较小, 它是快变的. τ_2 和 τ_1 是小参数, τ_1 的量级为 10^{-1} , 而 τ_2 的量级为 10^{-3} . 通常积分 (1.1a) 不会遇到困难, 其 Jacobi 矩阵的特征值的实部和虚部的绝对值很小. 但是 (1.1b) 的性质不一样, 它的 Jacobi 矩阵的实部的绝对值是很大的. 例如我们只考虑 (1.1b) 的第二个方程, 相应于这个方程的特征方程是

$$\tau_2 \lambda^2 + \tau_1 \lambda + 1 = 0,$$

其根

$$\lambda_1 \approx -\frac{\tau_1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_1},$$

$$\lambda_2 \approx -\frac{1}{\tau_1}.$$

因此 $|\lambda_2|$ 的量级为 10 , 而 $|\lambda_1|$ 的量级为 10^2 , 所以精确地积分 (1.1) 需要较小的步长.

这里顺便指出, 若考虑控制回路方程, 特征值的量级可达

10^6 , 整个系统的方程个数的量级可达 10^3 .

由上面的分析可知, 完全组 (1.1) 是一个典型的刚性大系统, 它包含了分别含快变分量和慢变分量的两个子系统.

为了有效地处理 (1.1) 的数值积分问题, 在实践中采用下面两种方法.

(1) 应用奇异摄动的思想将方程组 (1.1b) 进行简化. 这里又有两种方案. 一种方案只令 $\tau_2=0$, 于是 (1.1b) 的第二个方程简化成

$$\tau_1 \delta' + \delta = a_0(\varphi - q_2), \quad (1.2)$$

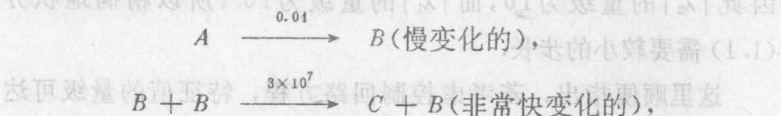
可以降低 (1.1) 的刚性比. 第二方案是将 (1.1b) 简化成代数方程组

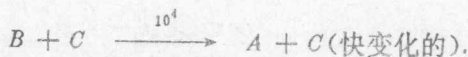
$$\left. \begin{aligned} M_r + M_c &= 0, \\ \delta &= a_0(\varphi - q_2). \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

这两种方案得到的计算飞行器轨道的方程组均称为简化组, 它们在工程实际中是普遍使用的. 当 (1.1) 中参数的间断性小时, 采用第二方案对计算的精度影响很小. 若间断性较大, 可采用第一方案. 这样可保持一定的暂态过程, 使得计算结果保持连续性.

(2) 由于 (1.1a) 和 (1.1b) 具有不同的性质, 并且有一定的相对独立性, 故可对它们使用不同的数值积分方法和不同的积分步长进行求解.

例 1.2 化学反应系统在化学反应中经常遇到反应速度问题. 文献 [3] 中给出了下面的 Robertson^[4] 的例题, 它在数值分析中是非常著名的.





其反应速度方程组为

$$\left. \begin{aligned} A: y_1' &= -0.04y_1 + 10^4y_2y_3, & y_1(0) &= 1, \\ B: y_2' &= 0.04y_1 - 10^4y_2y_3 - 3 \times 10^7y_2^2, & y_2(0) &= 0, \\ C: y_3' &= & 3 \times 10^7y_2^2, & y_3(0) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

这里 y_1, y_2, y_3 表示反应物的浓度. 方程组 (1.4) 的 Jacobi 矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} -0.04 & 10^4y_3 & 10^4y_2 \\ 0.04 & -10^4y_3 - 6 \times 10^7y_2 & -10^4y_2 \\ 0 & 6 \times 10^7y_2 & 0 \end{bmatrix},$$

J 的特征值分别由

$$\lambda_1 = 0$$

和

$$\lambda^2 + (0.04 + 10^4y_3 + 6 \times 10^7y_2)\lambda + (0.24 \times 10^7y_2 + 6 \times 10^{11}y_2^2) = 0$$

给出. 在 $t=0$ 时, 三个特征值是 $\lambda_1=0, \lambda_2=0, \lambda_3=-0.04$. 这时问题不是刚性的. 随着 t 值的增大, J 的三个特征值的变化情况如表 1.1 所示.

表 1.1 特征值 λ_i 随 t 变化的情况

t	λ_1	λ_2	λ_3
0	0	0	-0.04
10^{-2}	0	-0.36	-2180.0
100	0	-0.0048	-4240.0
∞	0	0	-10^4

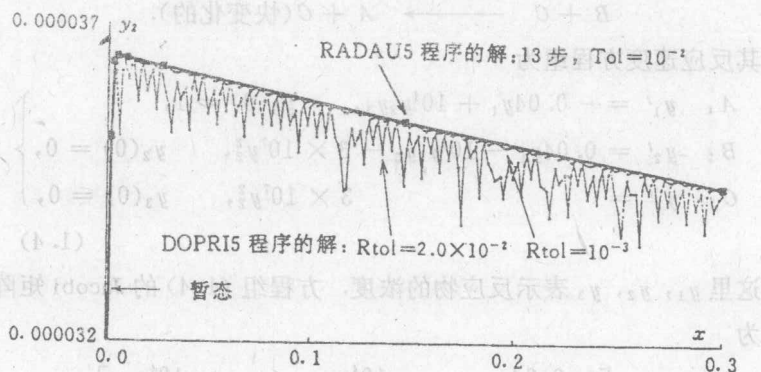


图 1.2 使用 DOPRI5 和 RADAU5 程序的数值结果

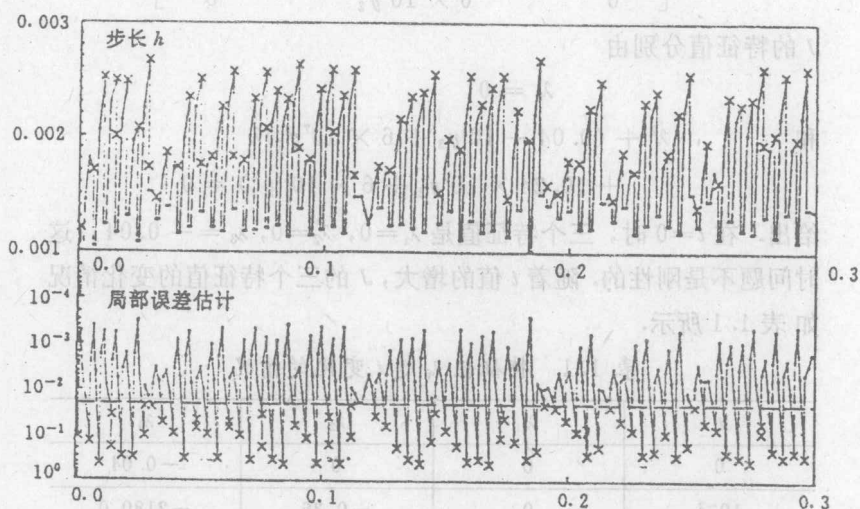


图 1.3 Tol=2×10⁻², DOPRI5 程序的步长和局部误差估计

对这个例题,文献[3]中分别使用 5 阶显式方法程序 DOPRI5 和 5 阶隐式 Runge-Kutta 方法 (以下简称 RK 方法) 程序