画法几何及制图解题指导

主编　肖国平　杨　冰　魏　军

大连海事大学出版社

画法几何及制图解题指导

主编 肖国平 杨 冰 魏 军

大连海事大学出版社

(辽)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

画法几何及制图解题指导/肖国平等主编. - 大连:大连海事大学出版社,1998.8

ISBN 7-5632-1240-X

Ⅰ.画… Ⅱ.肖… Ⅲ.①画法几何-解题②工程制图-解题 Ⅳ.TB23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 25277 号

大连海事大学出版社出版

(大连市凌水桥 邮政编码 116026 电话 4684394)

武汉市长江印刷厂印刷　　大连海事大学出版社发行

1993 年 7 月第 1 版　　1998 年 9 月第 2 版第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16　　印张:11.625

字数:278 千字　　印数:6000－10300 册

责任编辑:徐祖兴　　封面设计:肖小平

定价:13.20 元

内容简介

本书是在第一版的基础上，根据国家教育委员会对本课程教学的基本要求修订而成，是以介绍“画法几何及制图”课程的基本内容要点和解题方法为主的教学参考书。

本修订版的内容包括：点线面及其综合问题，投影变换，曲线与曲面，截交与相贯，立体的投影，机件的表达方法，标高与透视，自测题，共 8 章。书中共编入本课程多种类型的相关题目共 200 余道，并全部予以详细的解答，对较为复杂的题目进行了分析，有些还绘制了立体图，以便读者解题时参考。第一版中的“标准件与常用件”本版未编入，此内容与其后续内容将由另书出版。

本书可作为工科院校学生的学习指导书，也可供教师教学时参考。

编 者 的 话

画法几何及制图是高等学校工科专业的必修课程.是工程技术人员必须具有的基础知识。本课程的主要任务,应该使读者学会解决空间几何问题的图示法和图解法,并发展空间想象能力和空间分析能力。然而,初学者普遍感到本课程难学,特别是感到解题难。究其原因,主要是没有掌握解题的基本思路和基本作图的正确方法。为了帮助读者解决这一问题并学好本课程,激发学习的兴趣和提高解题能力,我们根据国家教育委员会对本课程教学的基本要求,在参考本课程各类教材和本书第一版的基础上,修订了这本《画法几何及制图解题指导》。

本书主要内容有:点线面及其综合问题,投影变换,曲线与曲面,截交与相贯,立体的投影,机件的表达方法,标高与透视等。本版增补了各个章节教学的基本内容要点和常用解题方法。第一版中的“标准件与常用件”本次修订未编入,此内容与其后续内容将由另书出版。

参加本书编写的有:郭绍璜、魏军(编写第1章,修改第5章)、黄钟扬(编写第2章)、林青(编写第3章)、张克、熊喜玉、杨冰(编写第4章,修改第4,6章)、肖国平(编写第5章,修改第1,2,3,7章)、刘宗嘉、董怀武(编写第6章)、杨寿慈(编写第6,7章)、叶佩珍、苏璟萍(插图),由肖国平、杨冰、魏军任主编,杨寿慈、张宗桥主审。

在本书的修订过程中得到本校工程及计算机图学教研室全体老师的支持和帮助,编者在此表示衷心的感谢。

本书虽经修订,但由于编者水平所限,一定还存在不少缺点和错误,恳请读者批评指正。

编　者
1997年3月
武汉交通科技大学

目　　录

第一章　点线面及其综合问题

§1-1　基本内容提要

本章着重介绍画法几何学中，空间几何元素点、直线、平面及其相对位置的基本概念、投影原理、方法和性质。牢固掌握这些知识是学好画法几何学的关键。

一、点的投影

1. 点的正投影定义

由空间点 A 向投影面引垂线，垂足即该点在此投影面上的正投影。空间点 A 在水平投影面(H)、正立投影面(V)和侧立投影面(W)上的投影分别记作 a、a'、a''。

2. 点的投影作图规律

设空间点 A 的三面投影分别为 a、a'、a''。其作图规律有：① $aa' \perp OX$，$a'a'' \perp OZ$；② $aa_X = a''a_Z$，其中 $aa_X = Aa'$，$a''a_Z = Aa'$。

3. 点的投影与坐标的关系

若将空间点 A 的坐标用 $A(x,y,z)$ 形式表示。则空间点 A 的投影与坐标的关系为 $a(x,y,o)$、$a'(x,o,z)$、$a''(o,y,z)$。在 a，a'，a'' 中，只要知道其中两个投影，即可确定空间点 A 的位置。

4. 判别两点的相对位置

根据两点的坐标差可确定两点的相对位置：x 坐标大的点在左，y 坐标大的点在前，z 坐标大的点在上。若 $x_A > x_B$，$y_A < y_B$，$z_A > z_B$，则点 A 在点 B 的左后上方。又若 $x_A > x_B$，$y_A = y_B$，$z_A = z_B$，则点 A 在点 B 的正左方。

5. 重影点及其可见性判别

若两点的水平投影重合，则视两点的正面投影(或侧面投影)，z 坐标大的点其水平投影为可见，另一点的水平投影为不可见，加括弧。同理有正面投影重影点和侧面投影重影点的可见性判别方法，请读者自行推导。

二、直线的投影

1. 直线的正投影定义

直线的正投影由直线上任意两个不重合点的正投影来确定。设 (a,a',a'')、(b,b',b'') 为直线上两点的三面投影，则连接同一投影面上的两个投影 ab、$a'b'$、$a''b''$，即得直线 AB 的三面投影。

2. 直线的投影性质

直线的投影一般仍为直线，特殊情况下，直线的投影积聚为一点；点分线段成定比，投影后保持不变。

3. 直线投影的作图规律

1)一般位置直线：三个投影均与投影轴倾斜；投影不反映线段的实长，也不反映直线与投

影面的夹角 α、β、γ。

2)投影面平行线:在直线所平行的投影面上的投影反映线段的实长,且反映直线与另外两个投影面的夹角;其余两个投影平行于相应的投影轴,并反映直线到所平行的投影面的距离。

3)投影面垂直线:在直线所垂直的投影面上的投影积聚为一点;另两个投影垂直于相应轴,且反映线段实长。

4. 求一般位置线段的实长和夹角

求一般位置线段的实长和与投影面的夹角可用“直角三角形法”。直角三角形由四个参数构成:直角边①(投影长度)、直角边②(两端点坐标差)、斜边(线段实长)、斜边与直角边①的夹角(直线与相应投影面的夹角)。根据直角三角形的性质,已知任意两个参数,即可求出其它两个参数。利用“直角三角形法”求一般位置线段的实长和夹角的作图位置有三种:1)直接利用一已知投影(直角边①)作直角三角形;2)直接利用一已知坐标差(直角边②)作直角三角形;3)在投影图外作直角三角形。

5. 两直线的相对位置

1)平行两直线:两直线互相平行的充分必要条件是它们的三个同面投影互相平行。

2)相交两直线:两直线相交的充分必要条件是它们的三个同面投影相交,且交点同属两直线。

3)交叉两直线:凡不满足平行和相交条件的两直线为交叉两直线。当交叉两直线在某投影面上的投影相交时,其交点为交叉两直线上对该投影面的一对重影点。

6. 直角投影定理

直角的投影仍是直角的充分必要条件是至少有一条直角边为投影面平行线。

定理一　垂直相交或交叉的两直线,只要有一条直线平行于投影面,则两直线在该投影面上的投影为直角。

定理二　相交或交叉两直线在同一投影面的投影成直角,且有一条直线平行于该投影面,则这两条直线的夹角必为直角。

三、平面的投影

1. 投影面垂直面

平面在它所垂直的投影面上的投影积聚为一直线,且反映平面与另外两投影面的夹角;平面的另外两个投影为平面的类似形。

2. 投影面平行面

平面在它所平行的投影面上的投影反映实形;平面在另外两个投影面上的投影积聚为直线,且分别平行相应的投影轴。

3. 一般位置平面

一般位置平面的投影不具有积聚性,也不反映平面的实形和与投影面的夹角。三个投影均为平面的类似形。

4. 在平面内取点和直线

在平面内取点,要取自该平面内的已知直线;在平面内取直线,要经过平面内的两点,或经过平面内的一点且平行于该平面内的一直线。

5. 平面内对投影面的最大斜度线(或称坡度线)

定义　在平面内对某投影面成最大角度的直线，称为该平面内对此投影面的最大斜度线。

投影特性　平面内对某投影面的最大斜度线垂直于该平面内对此投影面的平行线。

几何意义　可用来测定某平面对投影面的夹角。例如平面上对 H 面的最大斜度线与 H 面的夹角(α)代表该平面与 H 面的夹角。

推论　若给出平面上任意一条最大斜度线，则该平面被唯一确定。

四、直线与平面、两平面的相对位置

1．平行问题

1)直线与平面平行：

几何条件　若一直线与平面内的某一直线平行，则此直线平行于该平面。

投影特性　直线的投影与平面内一直线的同面投影相互平行。

2)两平面平行：

几何条件　若一平面上的相交两直线对应地平行于另一平面内的两条相交直线，则此两平面互相平行。

投影特性　一平面内的相交两直线的投影与另一平面内的相交两直线的同面投影对应平行。

2．相交问题

1)直线与平面相交：直线与平面相交，只有一个交点，它是直线与平面的共有点。因此，在求直线与平面的交点的作图过程中，要用到"在直线上取点"和"在平面内取点"的作图方法。

2)两平面相交：两平面相交，其交线为直线，它是两平面的共有点的轨迹。其交线的投影是两个共有点的同面投影的连线。

3．垂直问题

1)直线垂直于平面：

几何条件　若直线垂直于一平面，则此直线必定垂直于该平面内的两条相交直线。

投影特性　直线的水平投影垂直于属于该平面的水平线的水平投影；直线的正面投影垂直于属于该平面的正平线的正面投影。

2)两平面垂直：

几何条件　若有一直线垂直于一平面，则包含此直线的所有平面都与该平面垂直。

投影特性　两平面垂直，在任意一个平面内总有一条直线的投影满足"直线垂直于平面"的投影特性。

有用的 3)推论：两直线如果互相垂直，则一直线必属于另一直线的垂面。

直线垂直于平面，若直线为某一投影面的平行线，则平面必是该投影面的垂直面。例如，直线为水平线，垂直于水平线的平面一定为铅垂面。

§1-2　点线面及其综合问题的解法

解决点线面及其综合问题的方法很多，常用的方法有"轨迹相交法"、"逆推分析法"。

一、轨迹相交法

1．基本轨迹

点线面及其综合问题最显著的特点是所求的解答需要满足两个乃至两个以上的约束条

件，而这些约束条件一般都是空间几何元素的运动轨迹。常用的基本轨迹有如下四类：

1)定距轨迹：动元素与定元素距离为定值的轨迹。

例 与定直线 AB 距离为 R 的点的轨迹是以直线 AB 为轴线，R 为半径的正圆柱面(图 1-1)；又如，与定平面 M 距离为 L 的点的轨迹是与定平面 M 平行且相距 L 的 P、Q 两平面(图 1-2)；与定点 A 距离为 R 的平面，其轨迹是与以 A 为球心，半径为 R 的球面相切的平面族(图 1-3)。

空间形体.

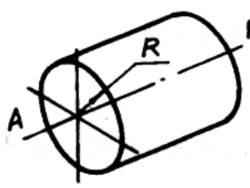


图 1-1

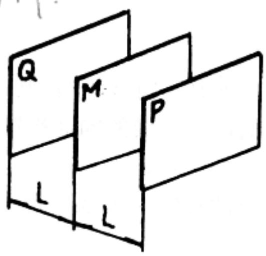


图 1-2

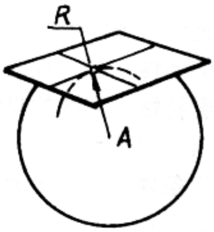


图 1-3

2)等距轨迹：动元素与两定元素的距离相等的轨迹。

例 与定点 A、B 等距点的轨迹是以 AB 为线段的中垂面 P(图 1-4)。

3)定角轨迹：动元素(直线、平面)与定元素(直线、平面)成定角度的轨迹。

例 与平面 H 成角度 α 的直线 AB 的轨迹为平行于一圆锥面母线的直线的集合(锥面的轴线垂直于 H 面，锥顶角为 $90°-\alpha$)。若动直线过定点 A，则轨迹为一正圆锥面(图 1-5)；又如，与平面 H 成定角 α 的平面 P 的轨迹为平行于圆锥面母线的平面的集合(锥面的轴线垂直于 H 面，锥顶角为 $90°-\alpha$)。若动平面过定点 A，则平面与圆锥面相切(图 1-6)。

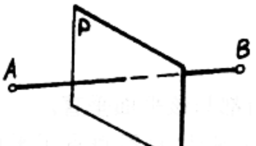


图 1-4

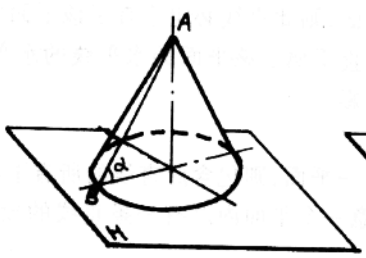


图 1-5

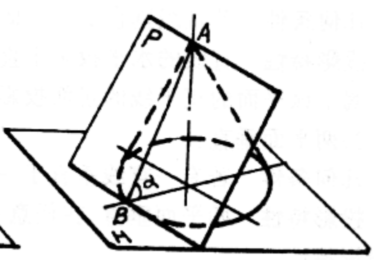


图 1-6

4)等角轨迹：动元素(直线、平面)与两定元素(直线、平面)的夹角相等的轨迹。

例 与相交两平面 P、Q 的夹角相等的直线的轨迹是平行于平面 P、Q 分角面 T、R 的直线的集合(图 1-7)；又如，与两不平行的直线 L、M 夹角相等的轨迹是平行于平面 R、T 的直线的集合(图 1-8)。图中 $L_1 /\!/ L$，$M_1 /\!/ M$，平面 R、T 经过 L_1、M_1 夹角的分角线，且垂直于 L_1、M_1 构成的平面。

2. 轨迹相交法的应用

对于多约束条件的画法几何问题，要根据题设的要求，经过分析并求出满足各条件的运动

轨迹，然后再求出其交元素。该交元素即为所求的解答。

例 1 已知点 A 到 OX 的距离为 20，到 H 面的距离均为 10，且有 $X_A=2Z_A$，求作点 A 的三面投影。

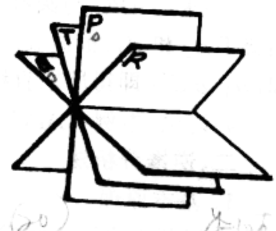


图 1-7

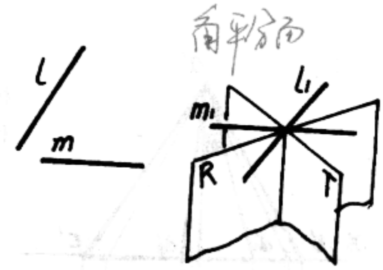


图 1-8

1）基本轨迹分析：根据题设条件，本例有三个轨迹：

（1）与 OX 轴距离为 20 的点的轨迹为以 OX 轴为轴线，半径为 20 的正圆柱面（定距轨迹）。由于 OX 轴垂直于 W 面，故该轨迹（圆柱面）在 W 面上的投影具有积聚性。

（2）与 H 面相距 10 的点的轨迹为平行于 H 面且相距 10 的平面（定距轨迹）。由于该轨迹平面平行于 H 面，则必垂直于 V 面和 W 面，所以该轨迹平面在 V 面和 W 面的投影积聚为直线，且与 OX 轴和 OY_1 轴平行，其距离为 10。

（3）具有 $X_A=2Z_A$ 的点的轨迹为过 OY 轴的正垂面，其正面投影积聚为直线。

2）轨迹相交：轨迹（1）与轨迹（2）相交，其元素为直线，该直线为侧垂线；侧垂线与轨迹（3）平面相交得点 A，点 A 即为所求。

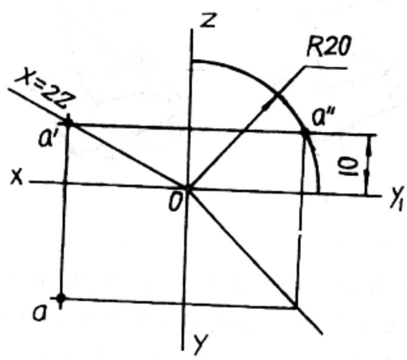


图 1-9

3）作图步骤（图 1-9）：

（1）以 O 为圆心，20 为半径，在 W 面投影区画 1/4 圆弧（轨迹（1））。

（2）作直线平行于 OX 轴和 OY_1 轴，且相距 10（轨迹（2））。

（3）过原点在 V 面投影区作 $Z/X=1/2$ 的直线（轨迹（3））。

（4）求轨迹（1）与轨迹（2）的交元素得 a''；求轨迹（2）与轨迹（3）的交元素得 a'。

（5）由 a' 和 a'' 求出 a，$A(a,a',a'')$ 即为所求。

4）讨论：本例仅考虑第一卦角（即 X,Y,Z 均为正值）的求解，故只作出一解 A。

例 2 已知△ABC，试过点 A 作属于△ABC 的直线，此直线与 H 面成 60°角。

1）基本轨迹分析：

（1）与 H 面成 60°角直线的轨迹为轴线垂直于 H 面，锥顶角为 30°的圆锥面（定角轨迹）。由于所求直线通过 A 点，故 A 点为该圆锥轨迹的顶点。

（2）所求直线属于△ABC，其轨迹为△ABC 自身（定距轨迹，距离为 0）。

2）轨迹相交：

轨迹（1）与轨迹（2）相交得交元素：直线。若轨迹（1）与（2）相切有一个解；相交时有两解；相离时无解。

3）作图步骤（图 1-10）：

（1）以点 A 为顶点作轴线为铅垂线的圆锥面，其锥顶角为 30°，底圆属于 H 面。

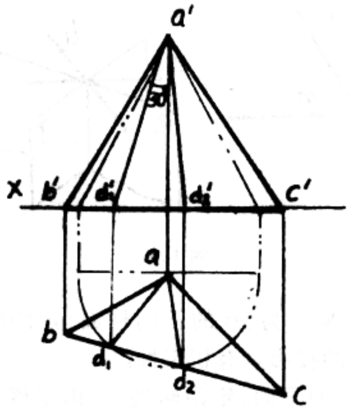


图 1-10

(2)求△ABC 与圆锥的交线(bc 边与圆锥底圆水平投影相交于 d_2 和 d_1,根据 d_2 和 d_1 求出 d_2' 和 d_1',连 ad_2、$a'd_2'$ 和 ad_1、$a'd'_1$ 即得所求直线 AD_2 和 AD_1)。

4)讨论:本例△ABC 与圆锥相交故有两解。

二、逆推分析法

1. 基本原理

当问题不便从正面进行分析和求解时,可假定待求的几何元素已求出,根据这个“结果”反推回去研究这些几何元素应具备那些几何条件,分析这些几何条件和已知条件之间的关系,并从正面归纳得出解题方法和步骤。这种解题的方法称“逆推分析法”。

2. 逆推分析法的应用

例 1 作直线 MN 与交叉两直线 AB、CD 相交,并与直线 EF 平行(图 1-11)。

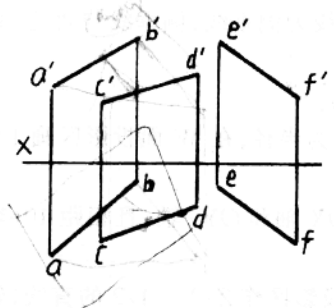


图 1-11

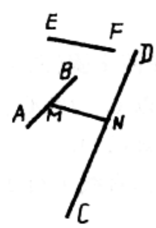


图 1-12

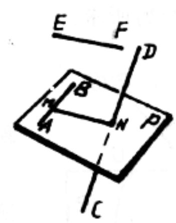


图 1-13

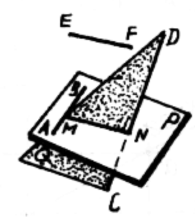


图 1-14

1)分析:假定 MN 已求(图 1-12),则有 MN 和 AB 所确定的平面 $P \parallel EF$(因为 $MN \parallel EF$)。若直线 $CD \nparallel P$,则直线 CD 与平面 P 必相交,其交点为 N。根据逆推分析的法原理,若能作出一个包含直线 AB 而又平行于直线 EF 的平面 P,且能求出直线 CD 与平面 P 的交点,问题即可得解(图 1-13)。作图思路和步骤如下:

(1)包含直线 AB 作平面 P 平行于直线 EF。

(2)求直线 CD 与平面 P 的交点 N。

(3)过点 N 作一直线平行于直线 EF,所作直线与直线 AB 的交点为点 M。

(4)连接 MN 即为所求。具体作图请读者在图 1-11 上自行完成。

2)讨论:此例还可看成是由过直线 AB 且平行于直线 EF 的平面 P 与过直线 CD 且平行于 EF 的平面 Q 相交,其交线为 MN(图 1-14)。作图思路和步骤如下:

(1)过直线 AB 作平面 P 平行于直线 EF。

(2)过直线 CD 作平面 Q 平行于直线 EF。

(3)求 P、Q 两平面的交线 MN。直线 MN 即为所求。

比较两种逆推法作图思路,图 1-13 所示作图思路较为简便,故选择图 1-13 作为解题思路求解为好。

例 2 过点 K 作直线KL 与交叉两直线AB 和CD 相交(图 1-15)。

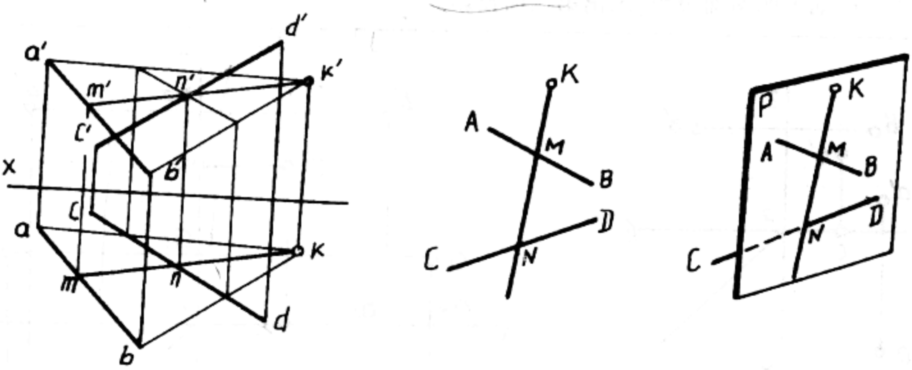


图 1-15

先假定所求直线 KL 已求出,直线 KL 与直线AB、CD 均相交,交点分别为点 M 和点N。然后对假定结果进行分析,可得解题思路与作图步骤:

(1)包含点 K 和直线AB 作平面P。

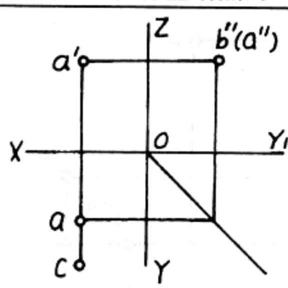
(2)若直线 $CD \nparallel P$,则直线 CD 必与平面P 相交,求交点 N。

(3)过点 K 和点N 作直线KN,KN 即为所求。由于点 K 和点N 同属于平面P,所作直线 KN 必与AB 相交,其交点为 M,满足题设要求。

上述两例均可用本书第二章"投影变换"的方法解题,读者不妨试一试。

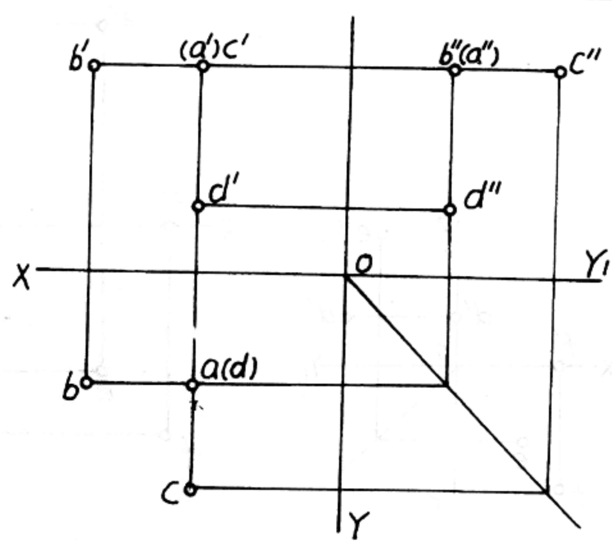
§1-3 解题示例

1.1 已知点 B 距离点A 为 15;点 C 与点A 是对 V 面投影的重影点;点 D 在点A 的正下方 20。补全诸点的三面投影并标明可见性。

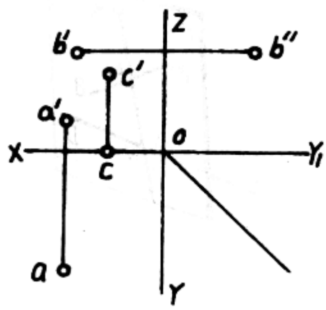


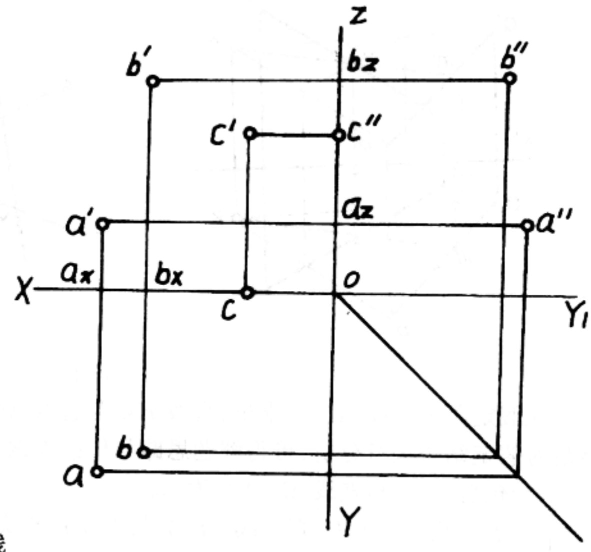
[分析]

点 B 在点 A 的正左方,则有 $Y_B=Y_A$、$Z_B=Z_A$,a''和 b''为一对重影点,a''不可见加括号;点 D 在点 A 的正下方,则有 $X_D=X_A$、$Y_D=Y_A$,a 和 d 为一对重影点,d 不可见加括号;同理求出 c'和 c''并判别可见性,结果见解答。



1.2　已知点的两面投影,求出第三面投影。



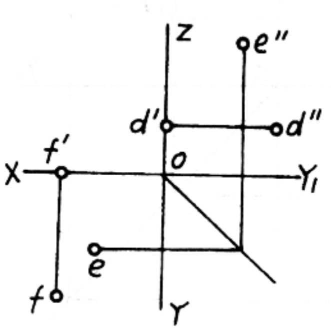


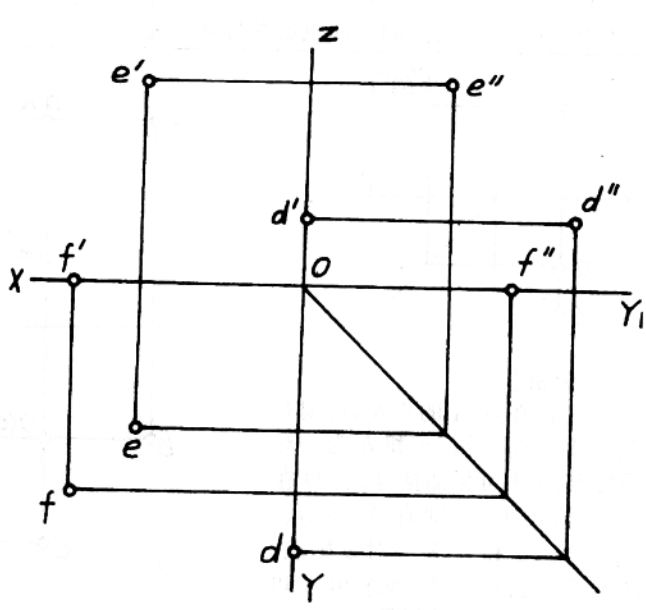
[点的投影规律]

1. 点的水平投影和正面投影的连线垂直 OX 轴,例如, $bb' \perp OX$。

2. 点的正面投影和侧面投影的连线垂直于 OZ 轴,例如, $a'a'' \perp OZ$。

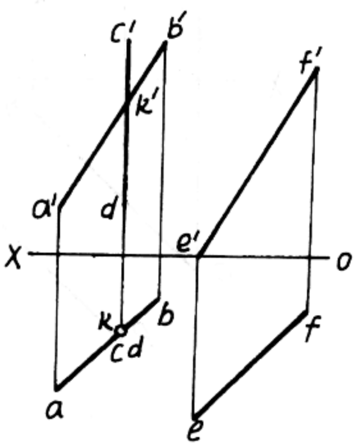
3. 点的水平投影到 OX 轴的距离等于该点的侧面投影到 OZ 轴的距离,例如, $aa_X = a''a_Z$。

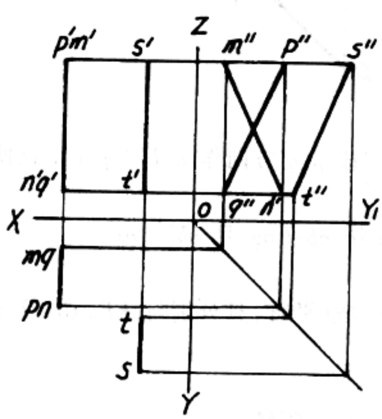




1.3　判断并填写两直线的相对位置。

1. *AB*、*CD* 是相交两直线；
2. *AB*、*EF* 是平行两直线；
3. *CD*、*EF* 是交叉两直线；
4. PQ、MN 是相交两直线；
   PQ、*ST* 是平行两直线；
   MN、*ST* 是交叉两直线。



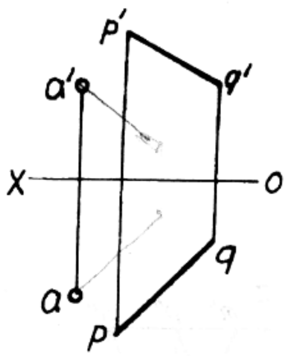


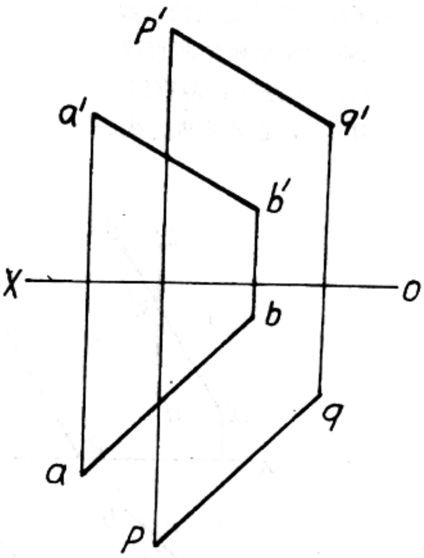
[判断]

1. *K* 点是 *AB* 和 *CD* 的共有点，*AB* 与 *CD* 相交。
2. $a'b' /\!/ e'f'$，$ab /\!/ ef$，$AB /\!/ EF$。
3. *CD* 与 *EF* 既不平行又不相交，所以 *CD* 与 *EF* 交叉。
4. *PQ*、*MN*、*ST* 均为侧平线：*PQ* 与 *MN* 具有相同的 *X* 坐标，$p''q''$与 $m''n''$相交，则 *PQ* 与 *MN* 相交；$p''q'' /\!/ s''t''$，则 *PQ* 与 *ST* 平行；*MN* 与 *ST* 不具有相同的 *X* 坐标，$m''n'' \nparallel s''t''$，*MN* 与 *ST* 交叉。

1.4　作直线 AB 的两面投影。

1. AB 与 PQ 平行，且与 PQ 同向等长。



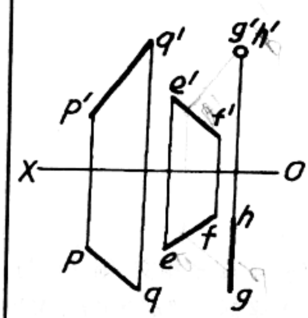


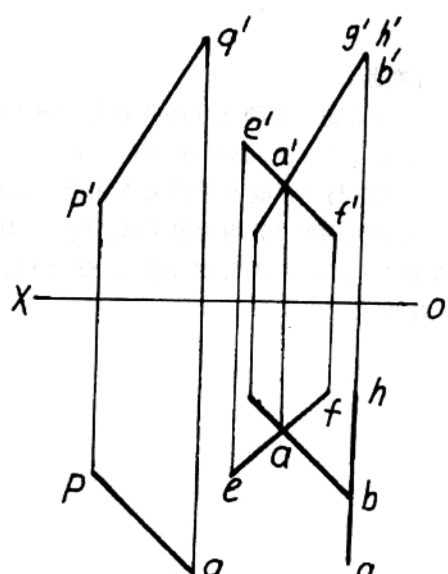
[作图]

(1) 过 a'按 $p'q'$方向作 $a'b'/\!/p'q'$，且使 $a'b'=p'q'$。

(2)过 a 作 $ab/\!/pq$，且 $bb'\perp ox$。

2. AB 与 PQ 平行，且分别与 EF、GH 交于 A、B。





[分析]

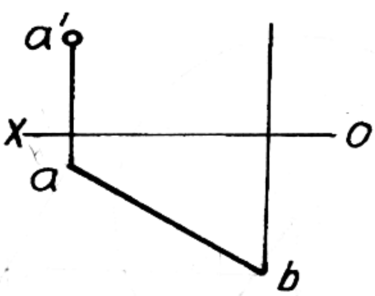
GH 为正垂线，其正面投影具有积聚性，AB 与 GH 相交，交点的正面投影 b'必与 $g'h'$重合。

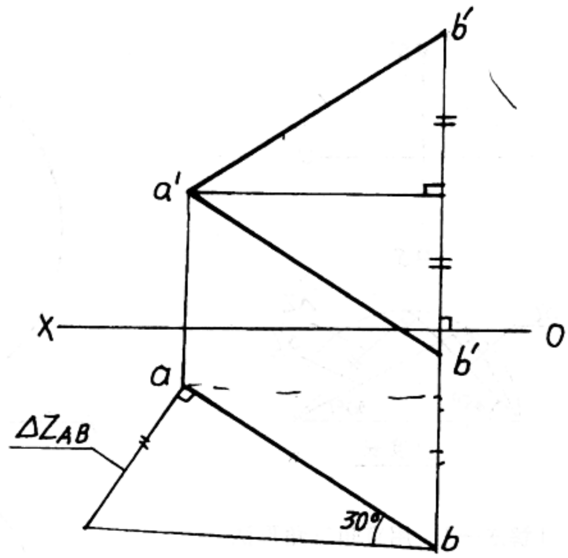
[作图]

1. 过 $g'h'$作 $b'a'/\!/q'p'$，$b'a'\cap e'f'=a'$。

2. 由 a'求出 $a(a\in ef)$，过 a 作 $ab/\!/pq$，$ab\cap hg=b$，$a'b'$、ab 即为所求。

1.5　已知线段 *AB* 与 *H* 面夹角 $\alpha=30°$，试求其正面投影。本题有几个解？





[直角三角形法]

直角三角形法由四个参数构成：

1. 线段的实长。

2. 投影长。

3. 线段另一投影两端点到投影轴的距离差。

4. 线段与投影面的夹角。已知直角三角形的两个参数，便可确定另两个参数。

[作图]

1. 利用水平投影 *ab* 和 $\alpha=30°$作直角三角形求解。

2. 在 *V* 面投影中，利用水平投影 *ab* 和 $\alpha=30°$作直角三角形求解。

本题有 2 解，只需作出一解。