

理论力学题解

北京经济学院 陕西机械学院 武汉工学院
郑州航空工业管理专科学校 郑州纺织机电专科学校
(合 编)

郑州纺织机电专科学校监制

一九八三

1984.6.14

1.92

PDG

前 言

这是五院校合编的《理论力学》习题解答，供教师参考和学生自导用。

原书各章习题表另是本着少而精为原则，按照教学时数确定的，共计237题，包括从国内外同类教材中挑选出来的具有典型意义的习题、自拟题和少数难度较大的作业题。

各章习题均由各章编者解答。题解原稿由李世清和董友斌校阅，除了个别错误和符号不一致的地方已予改正外，其他均保持原有风格，未予修改。但因我们水平有限，时间仓促，题解一定还有不少缺类和错误，热切希望广大读者批评指正。

编 者

1983.11.

目 录

第一章	静力学基本概念和受力分析	1.
第二章	力矩和力偶	8.
第三章	平面任意力系	12.
第四章	摩擦	48
第五章	空间力系	58
第六章	点的运动	74
第七章	刚体的运动	83
第八章	点的合成运动	93
第九章	刚体平面运动	113
第十章	质点运动微分方程	141
第十一章	动能定理	154
第十二章	动量定理	165
第十三章	功能定理	172
第十四章	达朗伯原理	184
第十五章	机械振动基础	197

第一章 静力学基本概念和受力分析

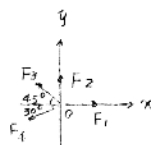
1-1 用力的多边形法则求下列各力系的合力。各力的方向如图示。(a) $F_1 = 200\text{ N}$, $F_2 = 400\text{ N}$, $F_3 = 500\text{ N}$ 。
(b) $F_1 = 600\text{ N}$, $F_2 = 700\text{ N}$, $F_3 = 500\text{ N}$ 。(c) $F_1 = 100\text{ N}$, $F_2 = 60\text{ N}$, $F_3 = 50\text{ N}$, $F_4 = 120\text{ N}$ 。



(a)



(b)



(c)

解: (a) $R = 600\text{ N}$, 与 x 轴正向夹角 $\alpha \approx 57^\circ$; (b) $R \approx 1100\text{ N}$, $\alpha \approx 30.3^\circ$; (c) $R \approx 85\text{ N}$, $\alpha \approx 137^\circ$ 。



$$|C_m| = 200\text{ N}$$



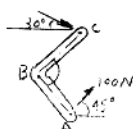
$$|C_m| = 500\text{ N}$$



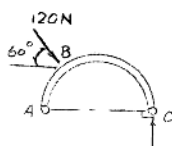
$$|C_m| = 50\text{ N}$$

1-2 下列杆件 A、B、C 三点各受一力作用而保持平衡, 已知其中二力方向和一力大小如图示, 求第三力的方向和大小。(a) 直杆, $AB = BC$; (b) 曲杆半径为 r , A、B 垂直距离为 $\frac{4}{5}r$ 。

~ 2 ~



(a)

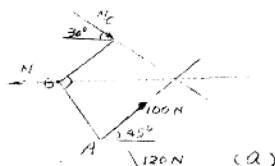


(b)

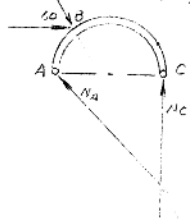
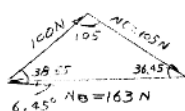
解: (a) 100 N $N_B = 163 \text{ N}$
 $\alpha = 186.5^\circ$

(b) $100/3 \text{ N}$ $N_A = 84 \text{ N}$
 $\alpha = 135.5^\circ$

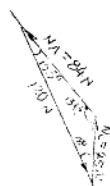
N_A 与水平线夹角 44.5°



(a)



(b)



1-3 画出下列物体的受力图



(a)



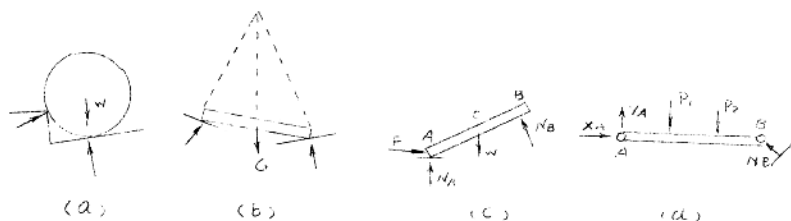
(b)



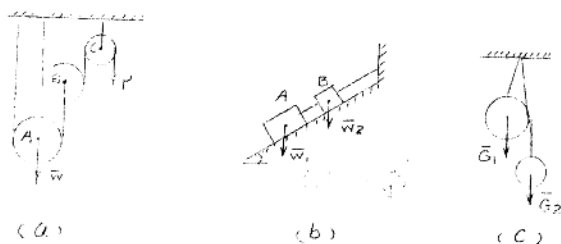
(c)



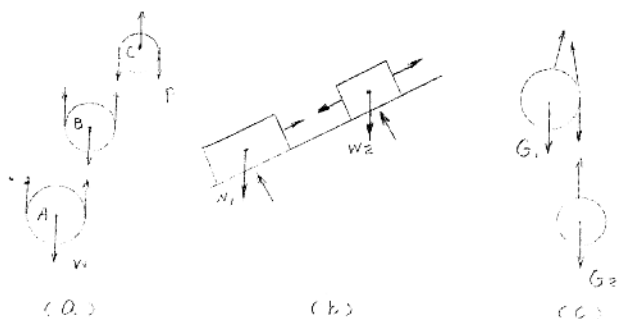
(d)



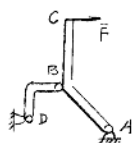
1—4 分别画三个滑轮，两个方块和两个小球的受力图。



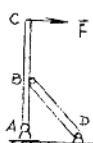
解.



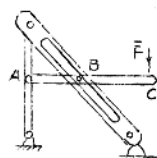
1—5 绘出下列结构中 ABC 杆的受力图，并找物力的封闭三角形。



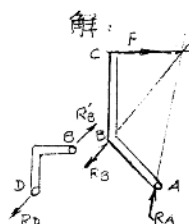
(a)



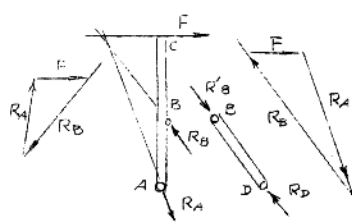
(b)



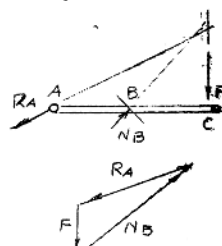
(c)



(a)

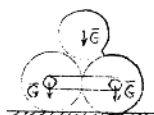


(b)

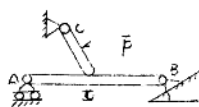


(c)

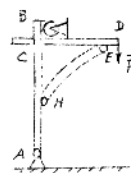
1—6 分别画出下列物体系和平面结构中圆球和杆的受力图。



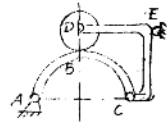
(a)



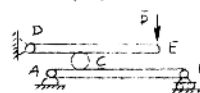
(b)



(c)



(d)

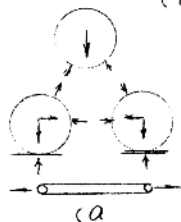


(e)

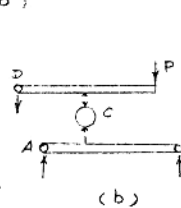


(f)

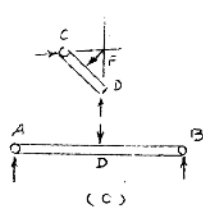
解:



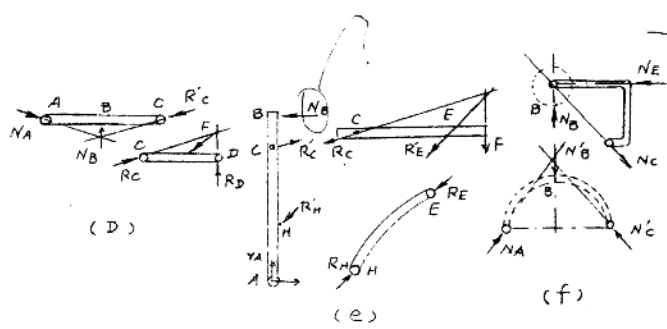
(a)



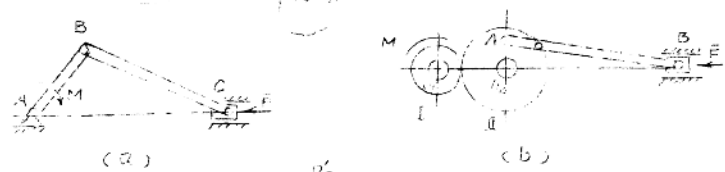
(b)



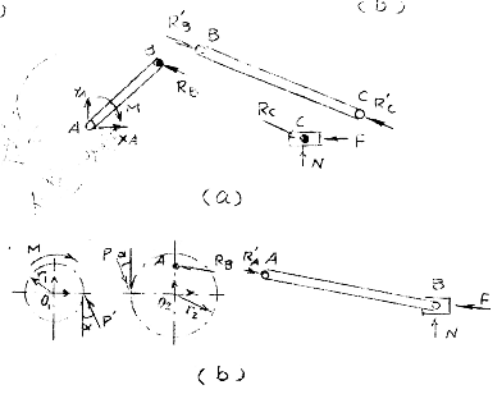
(c)



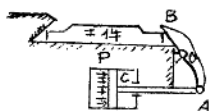
1—7 图示二曲柄滑块机构。两个系统均受一外力 $\bar{F}$ 和 矩 M 作用，设图示位置为其平衡位置，(a) 绘曲柄 AB ，连杆 BC 和滑块 C 的受力图。齿轮 I、II 的节圆半径分别为 r_1 和 r_2 ，齿轮啮合角为 α 。



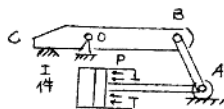
解：



1—8 题 1—8 图 a、b 表示二气动夹紧机构简图。试绘 a 种夹具的 AB 杆和工件的受力图以及 b 种夹具 BC 杆和滚子 A 的受力图。

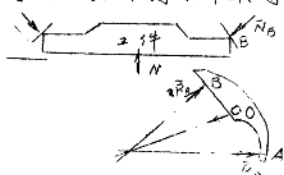


(a)

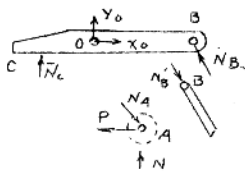


(b)

解: (a) O点反力也可用正交二分为表示 (b) O点反力 ν 可按三力平衡条件求得。

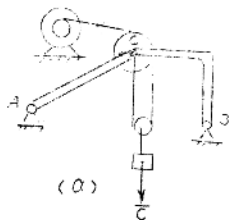


(a)

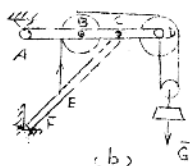


(b)

1-9 1-9图所示二梯井装置, 试画出(a)之 ν 和滑轮C处同时销钉的受力图, (b)之AD杆和CF杆的受力图。



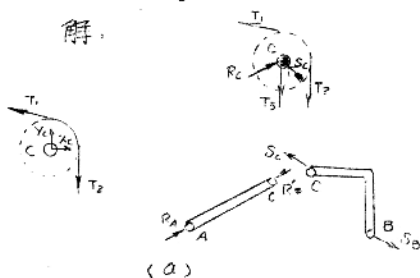
(a)



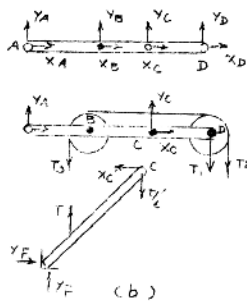
(b)

1-9图

解:

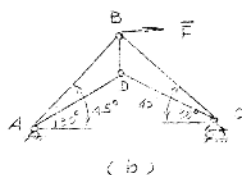
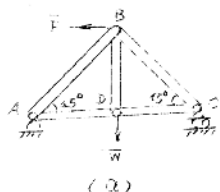


(a)



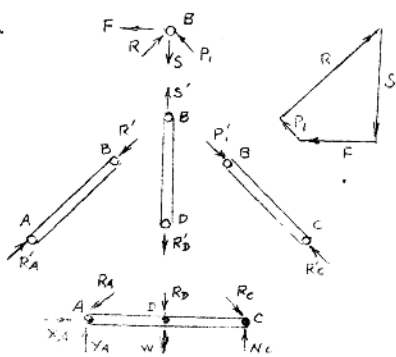
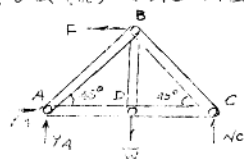
(b)

1-10 分别画出下列平面结构的整体受力图和各个杆件、销钉B的受力图。设计力 F 和 W 大小和方向均已知，并已知BD杆受拉力作用而不知拉力大小，试用力的多边形检查B点所受力的指向。

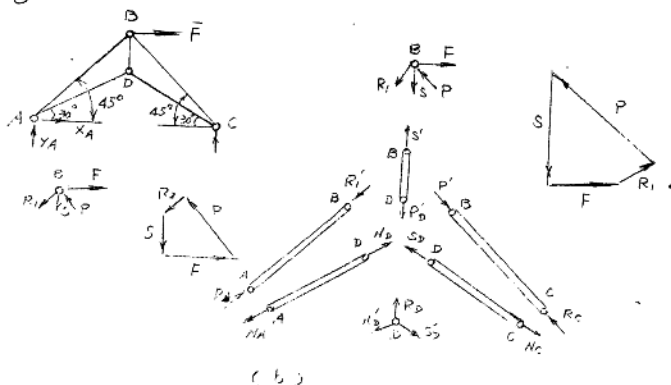


1-10 图

解：(a)、(b)两种结构相似。因BD杆所受拉力大小不知道，BC或AB杆受压力还是受拉力作用，无法由力多边形确定。又(a)中AC杆受力图包括A、D、C三个销钉在内。



(a)



第二章 力矩和力偶

2-1 力 $F = 80 \text{ N}$ 作用切纸刀的手柄上 A 点如题 2-1 图所示。当力 F 与水平线的夹角 $\theta = 60^\circ$ 时，求力 F 对铰接点 O 的矩。要使力矩（顺时针方向）最大， θ 角应多大？

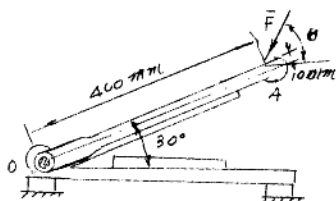
解： $M_O(F) = +F \sin(\theta - 30^\circ)(0.4) + F \cos(\theta - 30^\circ)(0.01)$
 $(\text{N}\cdot\text{m}) = -80 \sin 30^\circ(0.4) + 80 \cos 30^\circ(0.01) = -16 + 0.69$
 $= -15.31 \text{ N}\cdot\text{m}$

$$\text{令 } F \cos(\theta - 30^\circ)(0.01) = 0$$

$$\text{即 } \cos(\theta - 30^\circ) = 0$$

$$\text{故 } \theta = 90^\circ \pm 30^\circ = 120^\circ$$

2-2 液压驱动的起重机的起重臂如题 2-2 图所示，求油缸推力 P 对铰链支座 O 点的力矩。

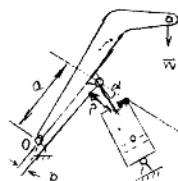


题 2-1 图

解：用合力矩定理解。

$$m_o(\bar{P}) = P \cos \alpha (a)$$

$$+ P \sin \alpha (b) = P(a \cos \alpha + b \sin \alpha)$$



题 2-2 题

2-3. 四块大小相同的均质板各重 Q ，长 $2b$ ，叠放如题

2-3 图所示，在板 1 端点 A 挂着重物 P，其重量 $P = 2Q$ 。若设各板都平衡，求每块板可伸出的最大距离。

解：设每块板可以伸出的最大距离为 x 。

第一块：

$$\sum m_o(P) = 0$$

$$Q(b-x) - 2Qx = 0$$

$$x = \frac{b}{3}$$

同理：第二块：

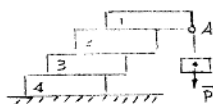
$$Q(b-x) - 3Qx = 0$$

$$x = \frac{b}{4}$$

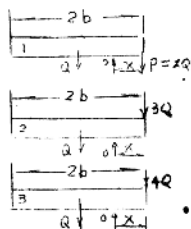
第三块：

$$Q(b-x) - 4Qx = 0$$

$$x = \frac{b}{5}$$

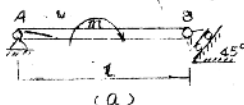


题 2-3 图



2-4 分别求下列四种结构的支座 A 和 B 的约束反力

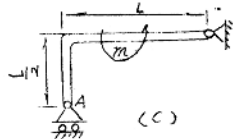
杆重不计。



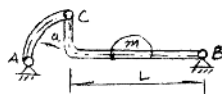
(a)



(b)



(c)



(d)

解: (a) 取 AB 杆为研究对象, 作受力图。

$$\sum m = 0 \quad L N_B \sin 45^\circ - m = 0$$

$$N_A \approx N_B = \frac{\sqrt{2} P \cdot m}{2}$$

(b) 作 ABC 杆受力图。

$$\sum m = 0 \quad P \cdot a \cos 30^\circ - N_A L = 0$$

$$N_A = N_B = \frac{\sqrt{3} P \cdot a}{2L}$$

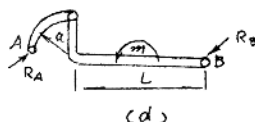
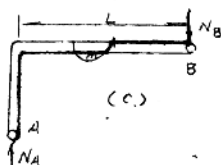
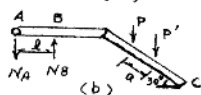
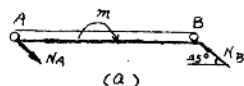
(c) 求 AB 杆受力图

$$\sum m = 0 \quad -N_A \cdot l + m = 0$$

$$N_A = N_B = m/L$$

(d) 作 ABC 杆受力图, AC 为二力构件。

$$\sum m = 0 \quad -R_B (l+a) \sin 45^\circ + m = \frac{\sqrt{2} m}{2(l+a)}$$



2-5 铰接四连杆机构 CABO, 在图示位置平衡 (题 2-5 图)。已知 $OA = 50 \text{ cm}$, $OB = 40 \text{ cm}$, 求用 OA 杆上的力偶, 其矩 $m_1 = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。试求力偶矩 m_2 的大小及 AB 杆所受的力, 各杆重量不计。

解: 分别取杆件 AB、OA。

0, A 为研究对象, 作受力图。

AB 杆为二力构件。

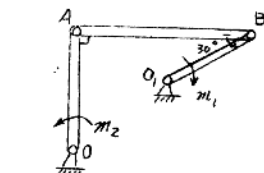
(1) OA 杆

$$\sum m = 0 \quad m_1 - N'_A (0.5) = 0$$

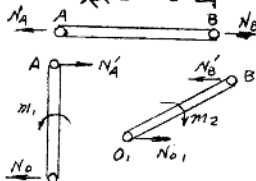
$$\text{故 AB 杆受力 } N_A = N'_A = \frac{m_1}{0.5}$$

$$= \frac{1}{0.5} = 2 \text{ N}$$

(2) O, B 杆



题 2-5 图



$$\sum m = 0 \quad N'_B(0.4) \sin 30^\circ - m_2 = 0$$

$$2(0.2) - m_2 = 0$$

$$m_2 = 2(0.2) = 0.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

2-6 张力 $T = 100 \text{ N}$ 的绳索绕过扇形板上两个小栓柱 A 和 B 如题 2-6 图所示。设欲得一力偶矩大小为 $15 \text{ N} \cdot \text{m}$ 、转向为顺时针方向的合力偶，向绕过另外两个小栓柱 C 和 D 的绳索张力 P 应多大？圆弧半径为 300 mm 。

解：由 $M = \sum m$ 可知

$$-15 = -100 \cos(45^\circ - 30^\circ)(0.6) +$$

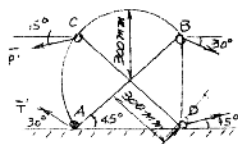
$$+ P \cos(45^\circ - 15^\circ)(0.6)$$

$$-15 = -60 \cos 15^\circ + 0.6 P \cos 30^\circ$$

$$\therefore P = (60 \cos 15^\circ - 15) / 0.6 \cos 30^\circ$$

$$= (60 \times 0.966 - 15) / 0.6 \times 0.866$$

$$= (58 - 15) / 0.52 = 82.7 \text{ N}$$

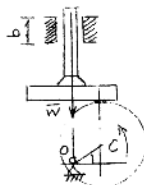


题 2-6 图

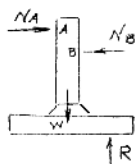
2-7 题 2-7 图所示一圆盘凸轮机构，其从动部分为一平底顶杆。已知凸轮中心 C 至转动轴 O 之间的距离（即偏心距）为 30 mm ，导轨宽度 $b = 100 \text{ mm}$ ，顶杆负荷 $W = 200 \text{ N}$ 。当凸轮旋转到 OC 与水平线夹角为 30° 时，顶杆保持平衡，求这时导轨对顶杆的约束反力。设所有接触面之间的摩擦均不考虑。

解：取顶杆为研究对象，求受力图。

其中 R 为凸轮作用力， A 和 N_B 为导轨的约束反力。



题 2-7 图



$$R = W, \quad N_A = N_B$$

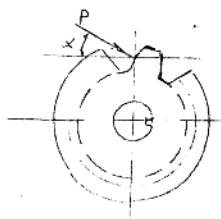
$$\sum m = 0$$

$$200(0.03 \cos 30^\circ) = 0.1 N_A$$

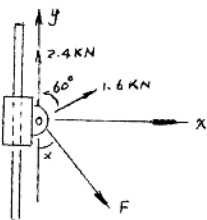
$$\therefore N_A = N_B = \frac{6 \times 0.866}{0.1} = 52 \text{ N}$$

第三章 平面任意力系

3-1 齿轮啮合力角 $\alpha = 20^\circ$ 。(1) 已知啮合力 $P = 150 \text{ kN}$ ，求切向力 $\vec{P}_t$ 和径向力 $\vec{P}_r$ 。(2) 已知切向力 $P_t = 270 \text{ kN}$ ，求啮合力 $\vec{P}$ 和径向力 $\vec{P}_r$ 。(切向力是 $\vec{P}$ 沿齿轮节圆切线方向分力，径向力是沿半径方向的分力)。



题 3-1 图



题 3-2 图

解: (1) $P_t = P \cos \alpha = 150 \cos 20^\circ = 141 \text{ kN}$

$P_r = P \sin \alpha = 150 \sin 20^\circ = 51.3 \text{ kN}$

(2) $P = \frac{P_t}{\cos \alpha} = \frac{270}{\cos 20^\circ} = 287.3 \text{ kN}$

$P_r = P_t \tan \alpha = 270 \tan 20^\circ = 98.3 \text{ kN}$

3-2 滑套可在直杆上沿铅垂方向滑动。滑套上受有三个力作用，其中力 $\vec{F}$ 的方向是可以变化的。设力 $\vec{F}$ 的大小是 (1) 4.8 kN (2) 2.8 kN ，确定力 $\vec{F}$ 的方向，以保证三个力的合力为水平方向。

解: $R_y = \sum Y = 2.4 + 1.6 \cos 60^\circ - F \cos \alpha$

由题意，要使合力为水平方向，则 $R_y = 0$

即 $2.4 + 1.6 \cos 60^\circ - F \cos \alpha = 0$

$\cos \alpha = \frac{2.4 + 1.6 \cos 60^\circ}{F} = \frac{2.4 + 0.8}{F} = \frac{3.2}{F}$

当 $F = 4.8 \text{ kN}$

$$\cos \alpha = \frac{3.2}{4.8} = 0.667, \quad \alpha = 48.2^\circ$$

当 $F = 2.8 \text{ kN}$

$$\cos \alpha = \frac{3.2}{2.8} > 1, \text{ 故合力不可能成水平方向。}$$

3-3 工件承受四个径向压力，各力的大小分别为

$P_1 = 500 \text{ N}$, $P_2 = 1000 \text{ N}$, $P_3 = 600 \text{ N}$, $P_4 = 2000 \text{ N}$ 。求这四个力的合力。

解：把力系中各力移到汇交点 O ，取投影轴 x 和 y 如图，各力投影如下：

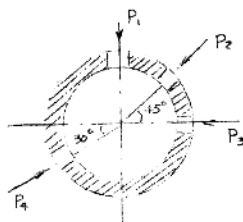


图 3-3

$$X_1 = 0, \quad Y_1 = P_1 = 500 \text{ N}$$

$$X_2 = -P_2 \cos 45^\circ = -707 \text{ N}$$

$$Y_2 = -P_2 \sin 45^\circ = -707 \text{ N}$$

$$X_3 = -P_3 = -600 \text{ N}$$

$$Y_3 = 0$$

$$X_4 = P_4 \cos 30^\circ = 1732 \text{ N}$$

$$Y_4 = P_4 \sin 30^\circ = 1000 \text{ N}$$

合力 $\vec{R}$ 的投影：

$$R_x = \Sigma X = 0 - 707 - 600 + 1732 = 425 \text{ N}$$

$$R_y = \Sigma Y = 500 - 707 + 0 + 1000 = -207 \text{ N}$$

合力 $\vec{R}$ 的方向：

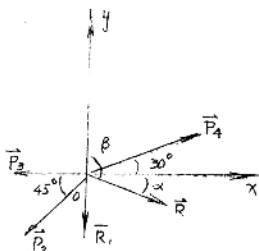
$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{425}{473} = 0.898$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{R} = \frac{-207}{473} = -0.438$$

$$\text{则 } \alpha = -26^\circ, \quad \beta = -116^\circ$$

因为 R_x 为正值， R_y 为负值，

合力 $\vec{R}$ 指向第四象限，其作用线通过原力系的汇交点。



3-4 五力作用于一点，图中坐标单位为厘米。求力系的合力。

$$\begin{aligned}\text{解: } R_x &= \sum X = 100 \times \frac{4}{\sqrt{20}} - 50 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \\ &- 45 - 75 \times \frac{1}{\sqrt{10}} + 80 \times \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= 40\sqrt{5} - 19\sqrt{5} - 45 - 7.5\sqrt{10} + 40\sqrt{2} \\ &= 67 - 45 - 24 + 57 = 55 \text{ KN}\end{aligned}$$

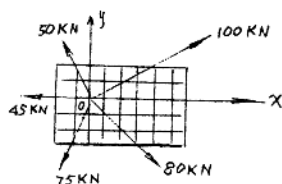
$$\begin{aligned}R_y &= \sum Y = 100 \times \frac{2}{\sqrt{20}} + 50 \times \frac{2}{\sqrt{5}} + 0 - 75 \times \frac{3}{\sqrt{10}} - 80 \times \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= 20\sqrt{5} + 20\sqrt{5} - 22.5\sqrt{10} - 40\sqrt{2} = 89 - 71 - 57 = -39 \text{ KN}\end{aligned}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{55^2 + (-39)^2} = 67 \text{ KN}$$

$$\cos(\vec{R}, x) = \frac{R_x}{R} = 0.821, \quad \cos(\vec{R}, y) = \frac{R_y}{R} = -0.582$$

$$\angle(\vec{R}, x) = -35^\circ$$

$$\angle(\vec{R}, y) = -125^\circ$$



题 3-4 图

3-5 在设计起重机吊钩时，要注意作用力 F 对危险截面产生的两种作用，一为作用在 B 点拉力，另一为力偶。已知作用力 $F = 40 \text{ KN}$ ，求危险截面上 B 点所受的力和力偶的力偶矩。图中尺寸单位为毫米。

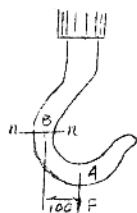
解：由力线平移定理知，将力 F 由作用点 A 平移到 B 点得一力和力偶。

$$\text{其力的大小为 } F' = F = 40 \text{ KN}$$

$$\text{力偶的力偶矩 } M = F \times 0.1 =$$

$$= 40 \times 10^3 \times 0.1 = 4000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(顺时针转向)



题 3-5 图

