

相控阵天线

下 集

《国外电子技术》一九七五年增刊

相控阵天线技术评述	相正平 (1)
相控阵馈电系统综述	(16)
二极管和铁氧体移相器技术	(26)
平面相控阵的波束控制	(31)
量化瓣和反射瓣的消散	(33)
阶跃恢复二极管：一种模拟移相器	(37)
时间扫描阵列雷达	(41)
混接式多波束形成网路的设计	(45)
相控阵天线的带宽准则	(47)
延时波束控向技术述评	(54)
中心串馈阵列的瞬态响应	(59)
柱面圆阵列的互耦效应	(66)
圆对标相控阵述评	(80)
施转对称面的共形阵列	(86)
开口波导圆柱阵列的实际增益函数	(94)
球面相控阵的几个基本理论要点	(98)
大型相控阵天线的评价	(102)
有限扫描天线阵列	(104)
用近区聚焦法测量相控阵天线的方向图	(111)
大型相控阵中失效单元的查找方法	(116)
双波束天线——有独立控向波束的独特波导相控阵	(120)
机载雷达的单一平面电扫描天线	(125)
机载电扫天线的物理设计考虑	(129)
平面相控阵波束指向误差	(134)
相控阵天线机械设计考虑	(封二)
编 后	(58)

相控阵天线机械设计考虑*

L. T. Embrechts

在相控阵天线的机械设计阶段遇到的问题很多，而且与普通天线的问题根本不同。普通天线可被认为微波系统中只有很少设计参数的无源元件。但另一方面，电扫描的相控阵是一种在功率、布线、冷却和结构等方面都有特殊要求的动态电子系统。如果在部件设计出差错的话，则通过许多移相器和布线的相互连接来实现良好精度和结构完整性要求会打乱计划和预算。

为了易于分析，将机械设计的基本原理划分成两方面的要求：主要的或功能性方面的要求和次要的或维修方面的要求。任一可交付使用的项目必然都要满足这两方面的要求，然而在这两方面中，性能折衷的余地很大。

本文的原始资料是一部新近完成的移动式相控阵，它有 1721 个铁氧体移相器组件。阵高 10 呎，宽 6 呎，纵深 1 呎和重 1300 磅。相控阵天线是一种空馈的二维电扫微波透镜。从开始到设计、建造和调整，共用 18 个月完成了计划。因为这是第一次这样应用，所以生产中必然反映许多设计和制造方面的措施。

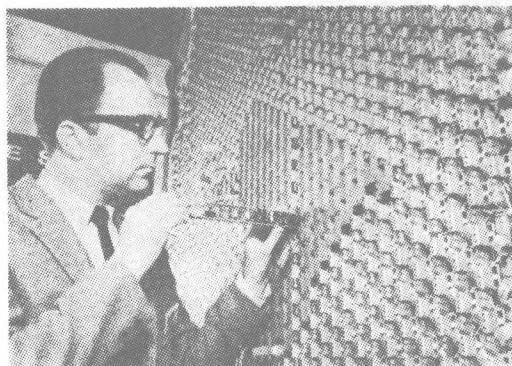


图 1 天线阵元插入时的情况

图 1 是为了显示出阵列的布线和阵元的插入而拿掉了公共接地平板的一完整阵列。只要把匹配的波导辐射元拿掉每个阵元就可以在接地板一侧进行维修。

支配天线设计的是其尺寸公差，后者则依所研究的天线的性能而改变。这就确立起设计目标和限制。阵列中使用铁氧体移相器会引入一个独特的热控制标准，它是与普通的热迁移问题不同。采用了一种强迫空气对流的冷却方法，在那里每个移相器在两个分离的面上都为不同温度的空气气流所冷却。这种方法使得温度控制器将阵列中的热梯度减小到可以接受的限度内。

在制造方面，使用了组件装配技术，其每一个部件的公差都被严格控制。整机是化成五块来装配，以减少装配公差。为了消除可能会危害到单个部件上已经达到的精度，整机采用铆接的方法。

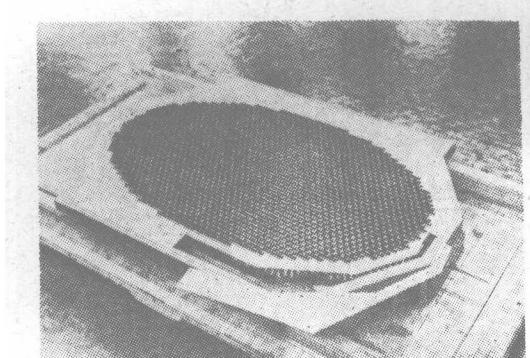


图 2 完整的阵列结构

图 2 是不带任何电气部件的完整的阵列结构。设备的性能证明了完成所有机械设计任务的方法是有效的，因为设计目标全部达到或大大超过。而且就设备的机械公差来衡量，这是用实际天线性能的预算来完成的。结果天线性能得到改进，以及生产时间缩短，造价下降。

* "Mechanical Design Considerations of a Phased-Array Antenna", p. 379~380 (冯祖伟译, 郑学誉校)。

相控阵天线技术评述*

相正平

前 言

相控阵天线是天线领域中发展最快的一种天线。与其它天线相比，相控阵天线的突出优点是：能辐射更高的功率，能迅速、灵敏而又准确地进行波束控向，能同时在指定的空间中搜索和跟踪多个目标。因此它近年来得到了迅速的发展和广泛的应用。

虽然相控阵天线目前来看的确是一项崭新的技术，但它的真正开始可以追溯到很久以前。我们知道阵列天线的数学理论在三十年代就已建立。1915年H. C. Pockington就解决了细导线上的电流分布问题，给线形天线与阵列天线的发展打下了基础。世界上第一批雷达天线即是阵列式天线。对于利用阵列辐射元的相位变化来控制波束扫描也早已被人们所认识。如二次大战初期研制成功的S波段FH MUSA扫描天线阵即是一例。天线阵由42个辐射元组成，排成三行十四列，实质上为一14元的线阵。每列同相馈电，改变辐射元相位系通过机械移相器来完成。天线阵在方位面内扫描。但大多数早期的阵列天线均为同相阵列，其波束相对于天线是固定的。当时由于电子器件的限制，即使用机械移相器来控制波束扫描，其速度与机械转动整个天线来实行波束扫描相差不多，所以，显不出有什么优越性。甚至在一段时期内，由于微波技术的发展，以及几何光学技术在天线中的应用，大部份雷达天线都被结构简单的反射面型天线所代替。阵列天线一度有被淘汰的趋势。

五十年代中期，随着导弹等快速进攻性武器的发展，对雷达提出的要求愈来愈高。一般用机械扫描的远程和超远程雷达，由于天线尺寸很大，转动困难，已很难适应近代复杂紧急的作战要求了。因此，设想用电控的手段来使波束扫描的方法愈来愈引起人们的注意。另外，又一个重要条件是微波电子器件的迅速发展，使得相控阵天线的实现有了实际的物质条件。于是电扫描天线阵就迅速发展起来。使得这种有被淘汰可能的阵列天线得到了新的发展。成为有发展前途的一种天线新体制，新技术。

阵列天线是由离散的辐射元组合而成。所以它的可被控制的参数较多，也较自由和灵活。如可进行控制的参数有：天线元之间距 d ，激励电流的振幅 A 和

相位 ϕ 等。因此只要适当综合这些参数，就可控制波束的形状和位置。

过去十几年来，相控阵天线取得了许多成就。许多新出现的问题是在以往阵列天线技术中未曾遇到过的。正如毛主席指示那样：“在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上，因此人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进”。另外也说明了客观的需要促进了这一技术的发展。例如，为了要研究天线阵波束性能随扫描角变化而变化的情况，发展了扫描天线阵单元之间的互耦理论。在阵列综合理论方面，除继承原来的阵列天线理论外，补充了波束在扫描过程中性能改变的新的数学描述方法。解决了扫描情况下的栅瓣抑制问题，以及推广了不等距或间距渐稀阵列在相控阵中的应用。为了扩大扫描范围，引起了对环形阵，柱面阵，球面阵等共形阵的研究。

一、相控阵天线的一般理论

相控阵天线与常规阵列不同的地方在于利用使天线阵辐射波前引入线性相位延迟来控制波束扫描。因此，分析由于扫描所引起的天线性能的变化成为首先遇到的一个问题。

对相控阵天线波束性能、增益、单元间距与扫描角之间关系的分析的初步理论，仍然是以经典的阵列理论为基础。所谓经典阵列理论即忽略了单元之间的相互影响，所建立的分析模型较为简单。即只讨论天线性能与阵列单元的几何位置、激励幅度和相位之间的关系。这些分析对于确定天线尺寸、元距、增益、幅值分布、相位分布等参数具有实际意义。但因忽略了相互作用影响，所以是近似的。

最先关心的是天线波束在空间扫描时的运动情况，及波束的形状等课题。以Von Aulock⁽¹⁾提出的波束运动描述方法最直观和形象化。他应用 $\cos\alpha_x$ 、 $\cos\alpha_y$ 为坐标轴的平面来描述波束运动情况。获得了若干有用的结果。如：波束宽度随扫描角的变化，波束形状，新的旁瓣，波束指向与扫描角的关系等。

分析是在假设天线阵扫描角的变化大于波束宽度，阵列尺寸应足够大这两个条件上进行的。由阵列

理论可知：一等幅激励的矩形平面阵的振幅方向图公式为：

$$S_a = \frac{\sin\left(\frac{M\pi}{\lambda}d_x \cdot \tau_x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}d_x \cdot \tau_x\right)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{N\pi}{\lambda}d_y \cdot \tau_y\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}d_y \cdot \tau_y\right)} \quad (1)$$

其中 M 、 N 为阵列沿 x 轴和 y 轴上的单元数。 d_x 、 d_y 为二轴上之单元间距。

$$\begin{aligned} \tau_x &= \cos\alpha_x - \cos\alpha_{x_s} \\ \tau_y &= \cos\alpha_y - \cos\alpha_{y_s} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (2)$$

$\cos\alpha_{x_s}$ 、 $\cos\alpha_{y_s}$ 为波束最大值的方向余弦。

从公式(1)可见，阵因子 S_a 是 $\cos\alpha_x$ 和 $\cos\alpha_y$ 的双重周期函数，并具有周期 λ/d_x 和 λ/d_y 。所以搞清了 S_a 在矩形区域 ($-\lambda/2d_x \leq \cos\alpha_x \leq \lambda/2d_x$, $-\lambda/2d_y \leq \cos\alpha_y \leq \lambda/2d_y$) 内的改变情况，也就确定了阵因子的特性。因此应用以 $\cos\alpha_x$ 和 $\cos\alpha_y$ 为坐标轴的平面来表征波束特性是最方便的。扫描面从 $\cos\alpha_x$ 轴反时针旋转的角度来确定，扫描角 θ 由原点到点 $(\cos\alpha_{x_s}, \cos\alpha_{y_s})$ 的距离确定，并等于 $\sin\theta$ ，为此也把这种表示称为 $\sin\theta$ 空间。 $\sin\theta$ 空间的特征是天线波束形状对扫描方向是不变的。在单位圆以内的范围，这里

$$\cos^2\alpha_x + \cos^2\alpha_y \leq 1 \quad (3)$$

称为实空间，能量向这个半球辐射。在单位圆以外的无穷大区域，称虚空间，没有能量向这个区域辐射。这个概念在研究栅瓣运动时很有用。根据天线阵理论知道，由各向同性单元组成的阵列，除主波束外还有无限多个同样的最大值，也称栅瓣，它们彼此相距：

$$\tau_{x_0} = \lambda/d_x, \quad \tau_{y_0} = \lambda/d_y \quad (4)$$

单元间距愈大，这种栅瓣的间距愈小。一个单元作正方形排列的平面阵扫描时，主波束和栅瓣在方向余弦平面上的运动情况如图 1 所示。

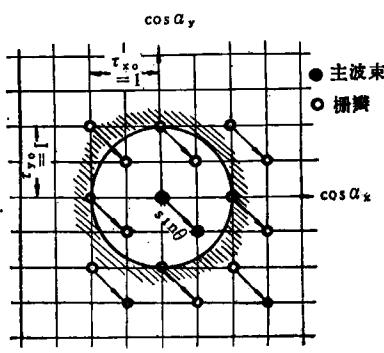


图 1 天线单元间距为一个波长时的扫描天线的栅瓣

从图可见，在零扫描角时有一个主波束和四个端射波束，当扫描到 45° 角时则可看到有四个波束。为了抑制栅瓣进入实空间，可调节单元间距来做到。这个条件为：

$$\lambda/d \geq 1 + \sin\theta_s \quad (5)$$

θ_s 为规定的扫描角最大值。

由于 $\cos\alpha_x$ 、 $\cos\alpha_y$ 为坐标轴平面上的单位圆可看成为单位半球在赤道平面上的投影，于是可用来确定扫描时波束形状的改变。在作了一些近似性简化以后，得出波束宽度在扫描方向按下式变宽

$$B_\theta = B_0 / \cos\theta_s \quad (6)$$

B_0 为法向波束宽度，当 θ_s 趋向 90° 时不适用，这时由阵列端射波束宽度决定。

扫描天线的增益与扫描角之间的关系由 M. J. King⁽²⁾ 等作了分析。阵列假定由等幅激励的无方向性单元组成，单元间距为 $\lambda/2$ 。计算仍以增益定义出发，并认为辐射能量主要集中在主波束附近，由此对积分中的被积函数进行适当的简化，从而推导出增益表示式为：

$$G = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \cos\theta_s \quad (7)$$

其中 A 为阵列孔径面积。并假设 $A/\lambda^2 \gg 1$ 。当扫描角趋向 $\pi/2$ 时，上式失去意义。实际上天线增益不为 0，而接近于端射增益。

具有孔径幅度锥削平面阵的增益在资料 [3] 中作了进一步的分析。它假定面阵振幅分布可分离为二主轴上线性分布之乘积，也就是阵列振幅方向图可以二线阵方向图之积来表示。

$$S_a(\theta, \phi) = \sum_{-M}^M I_m e^{j(mKd_x \sin\theta \cos\phi)} \times \sum_{-N}^N I_n e^{j(nKd_y \sin\theta \sin\phi)} \quad (8)$$

其中 $K = 2\pi/\lambda$ ， I_m 和 I_n 为沿二主轴上第 m 和 n 单元上之电流振幅。

将振幅分布展开为付氏级数并仍然应用增益计算定义。得出在考虑了振幅锥削后的增益系数表示式为：

$$G = \pi \cos\theta_s \frac{2L_x/\lambda}{\sum_p \left(\frac{a_p}{a_0}\right)^2} \cdot \frac{2L_y/\lambda}{\sum_q \left(\frac{b_q}{b_0}\right)^2} \quad (9)$$

式中 L_x 和 L_y 为天线孔径尺寸。 a_p 和 b_q 表示孔径振幅分布的付氏系数。如果令：

$$L_x \cdot L_y = A$$

则上式立刻成为：

$$G = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \cos\theta_s \cdot \frac{1}{\sum_p \left(\frac{a_p}{a_0}\right)^2 \cdot \sum_q \left(\frac{b_q}{b_0}\right)^2} \quad (10)$$

表 1

天线元因子	与式(14)计算的增益相符的间距	与式(13)近似相符的间距
无方向性	$0.405\lambda \leq d \leq 0.455\lambda$	0.40λ
小振子	$0.49\lambda \leq d \leq 0.51\lambda$	0.49λ
$\cos\theta$	$0.67\lambda \leq d \leq 0.695\lambda$	0.69λ
$\cos^2\theta$	$d = 0.90\lambda$	0.91λ

可见基本上与(7)式一样，只乘上了一个由振幅分布所引入的修正因子。

对具有特定方向图函数的单元构成的阵列天线，一个严格而准确的增益计算公式已被提出⁽⁴⁾。这里所规定的特定单元方向图函数为：

$$f_e(\theta) = [\cos\theta]^{n+\frac{1}{2}} \quad n > -1 \quad (11)$$

并且： $f_e(\theta) = [\cos\theta]^{n+\frac{1}{2}}$ $\theta \leq 90^\circ$

$$0 \quad \theta > 90^\circ$$

于是由下式所表示的积分式可严格积分：

$$D =$$

$$\frac{4\pi |f_a(\theta_0, \varphi_0)|^2 + |f_e(\theta_0, \varphi_0)|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} |f_a(\theta, \varphi)|^2 + |f_e(\theta, \varphi)|^2 \sin\theta d\theta d\varphi} \quad (12)$$

上述公式可严格计算出大型相控阵天线的最大可能增益。其中 f_a 和 f_e 为阵列因子和天线单元因子。 θ_0 、 φ_0 表示波束最大方向。它的应用范围对单元作三角形、矩形栅格排列，阵列形式为三角形、方形时都能计算。阵列单元的幅度不均匀分布也包括在内。实际上这个计算中规定的单元方向图包括了一大类实用的单元。并且也包括了以前分析中使用的无方向性天线单

元这一情况。因为当 $n = -\frac{1}{2}$ 时 $f_e = 1$ 。计算式最后化为适合于快速电子计算机进行运算的形式。

最近 B. J. Forman 计算了分别由四种天线单元（无方向性单元，小振子单元和方向图函数为 $\cos\theta$ 、 $\cos^2\theta$ 的天线单元）组成的（元数从 4 到 144）均匀激励的阵列侧射增益与方形栅格排列的单元间距之间的关系曲线⁽⁵⁾，并把严格计算所得的结果与以往用近似公式计算的结果进行了比较。这些近似计算公式，是由 Elliott 提出的计算等幅激励阵列的增益公式：

$$G = 4\pi \cos\theta_0 \frac{d_x}{\lambda} \cdot \frac{d_y}{\lambda} MN \quad (13)$$

上式如令， $M \cdot N \cdot d_x \cdot d_y = A$ （阵列孔径面积）则：

$$G = 4\pi \frac{A}{\lambda^2} \cos\theta_0$$

以及又一个估算增益的公式：

$$G = N_e \cdot G_e \cdot \cos\theta_0 \quad (14)$$

N_e 单元数。 G_e 为在阵中的单元增益。计算表明；当不出现栅瓣时，从式(14)计算而得的结果只有在单元间距如表 1 第一栏规定的范围内才是一致的。由式(13)计算的增益，当单元间距如表 1 第二栏规定的数值时才近似一致。

在确定相控阵天线的单元排列方式时，通常要解决两个相互矛盾的问题。第一是为了避免在实空间出

现栅瓣，对单元的间距要进行限制。第二是要求阵列单元数目最少。上面只讨论了矩形（或方形）排列的情形。实际上从协调上述两种矛盾来看，这并不是最佳的排列方式。有一种较矩形栅格排列更好的方法是单元作三角形栅格排列⁽⁶⁾。Sharp 分析了这种栅格排列的波束扫描特性。指出当单元作等边三角形排列时，在同样孔径尺寸的条件下，三角栅格排列较矩形排列可节省 13.4% 的单元。这对大型阵列天线来说，也就意味着节省了与之相关的大量元件和器件。

在满足不出现栅瓣的条件下，单元间距和扫描角之间的关系，对三角形栅格排列为⁽⁷⁾：

$$\sqrt{\left(\frac{\lambda}{d_x}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{d_y}\right)^2} = 1 + \sin\theta_s \quad (15)$$

d_x 和 d_y 如图 2 所示。

Y. T. Lo 等应用仿射变换的数学方法⁽⁸⁾，可在更广泛的意义上研究阵列的栅格结构与方向图函数中栅瓣结构之间的关系。并从平行四边形栅格推出了三角

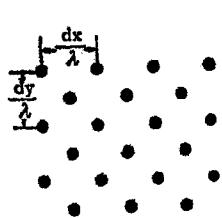


图 2 三角形排列的阵列单元
时单元数目可节省掉 29.3 %。

最近由 J. K. Hsiao⁽⁹⁾ 分析了一种以镜象对称性为原则的更一般的三角形栅格阵的结构。得出了更一般的波束特性和限制栅瓣出现的单元间距公式。但它的单元排列是以坐标面上第一象限中的单元排列为根据，然后应用镜象对称性原理确定其余三个象限的单元排列。这种形式在实用阵列中尚少使用。

二、不等距阵列理论

阵列天线如用等幅激励，则天线的旁瓣电平为一 13 分贝。这样高的旁瓣电平对雷达的抗干扰性能不利。所以在天线设计中，总要将这一电平降低。以往在阵列天线降低旁瓣的措施中，经常采用的方法为振

幅锥削分布，即使阵列中心单元的电流幅度大于边缘的单元幅度。当然这种孔径振幅锥削按一定的函数规律渐变。通用的振幅分布函数为切比雪夫分布和台劳分布等。

不等距阵列为 60 年代初发展起来的一种新型阵列理论。通常由均匀间距组成的线形阵列具有周期性的方向图函数。因此称为周期阵列。所有等间距阵列天线都属于这一种。不等间距阵列比等距阵列具有很大的周期，可看成是伪非周期阵，或从实用观点出发，看成非周期阵更简单些。非周期阵的一个有趣特性是他们没有栅瓣。

近年来，不等距阵列受到了极大的注意。这从发表方面的大量文章可以说明。而主要的目的在于寻求一个减少单元数的途径。也可以说是为了展宽阵列带宽，降低旁瓣和扩展扫描范围。

最早提出不等距阵概念的是 H.Unz⁽¹⁰⁾，他利用付利叶贝塞尔展开式将方向图函数与阵列单元位置联系起来。但使用不便。以后有许多人对不等距阵提出许多不同的设计计算方法。归纳起来大致有以下三类：即尝试法，确定法，和统计法。前二种适用于线形阵列，当然也可推广到平面阵列。但当单元数很多时统计法就显得优越。

I、尝试法

它主要是建立在利用计算机进行大量计算这一基础上。其中又有列举法，微扰法和动态程序法之分。列举法是由试验全部可能的天线单元的位置排列，然后算出各种位置组合的阵列方向图，选出一组最好的单元位置数值，设计才算完成。这实际上是使用很困难的一种方法。因为除了少数单元组成的阵列外，大多有极大的数值要进行计算。举例讲：如果阵列由 N 个单元组成，而每一个单元又可占有 m 个位置中的任何一个，那末将有 m^N 个组合要进行计算和试验。

微扰法⁽¹¹⁾是选定一个大概的单元位置，并在这个位置的基础上作少量改变，也就是对单元位置进行微扰。接着算出方向图，使获得最佳的位置数值。以后重复进行微扰，一直到对方向图不再有明显改进为止。这个方法主要依赖于初始单元位置的选择。这个方法的局限性受计算机容量和速度的影响。

动态程序法⁽¹²⁾与上二法相比，其优点是大大减少了必需计算的数值。它的原理是利用将一单 N 维最佳化的问题转换为 N 个一维的最佳化问题来解决。所以使 m^N 个数字计算降到 $(N-1)m^2$ 个即行。目前动态程序法仍较多地应用到不等距阵列的设计上。它在线形阵的设计上所获得的结果，有时超过应用别的方法所取得的结果。但它所能处理的单元数不能太多。因此在面阵上应用显得困难。其次参考资料[12]中谈到

最佳化性能，实际上达不到。计算的具体过程可用一具有奇数元数的线阵来阐明。线阵的方向图公式为：

$$E(x_1, x_2 \dots x_n, u) = 1 + \sum_{n=1}^N \cos 2\pi x_n u \quad (16)$$

$u = \sin \theta - \sin \theta_0$, θ_0 为波束最大方向。

单元允许占据一个位置。但其离中心的距离不是连续改变的，而是某一最小值 Δx 的整数倍。也就是说单元的位置是量化的。这样不仅使计算简易，而且也与实际的设计过程一致。端边上的单元只有一个位置即：

$$2x_n = D \quad (17)$$

D 为阵列尺寸。

第一个单元或者是对称阵列中的第一对单元，可放在 m 个位置中的任一个。同样第二个单元也一样。第一个单元可能占有的位置为 $a_1 \dots a_m$ ，第二单元为 $b_1 \dots b_m$ 。这些可能的位置可以重迭，但有一个限制，即邻接的单元不可以放在比先定的距离更近的位置上。对第二单元的每个位置 b_1 ，第一单元全部可能位置 a_1 到 a_m 都进行计算其对方向图的效应。对每个 b_1 将有一特定的 a_1 ，它产生最好的结果。对每个特定的 b_1 ，最好的 a_1 被记下来，并把它对方向图的量效应存入计算机记忆系统。而其余的 a_1 和 b_1 的数舍弃不用。于是就假定了第一单元的最佳位置只依赖于第二单元的位置。这假设不够严格，而只在实用上为最佳的。

下一步考虑第三个单元，它可以占有位置 $c_1, c_2 \dots c_m$ 中的任一个。对第三单元中的每个可能的 c_k 必须确定第二单元和第一单元最佳的位置 b_1 和 a_1 。这里一部分工作在上一步中已做了。那就是对每一个 b_1 最佳 a_1 已确定了。重复上述过程，算出对方向图的效应。将最佳的数值存起来。这样继续下去直到全部位置都确定为止。这个方法的本质是企图利用直接的手段，在许多可能的样品中找出最佳的单元排列。使用的工具为高速计算机。但工作繁重，即使中等大小的阵列也难于完成。上面提到的最佳化原理，不能应用到这个问题上，只在特殊情况下，可假定第一单元位置依赖于第二单元位置。第 $(n-1)$ 个单元位置依赖于第 n 个单元位置。已得到二组好的数字例子，但并不表明一般性。这个假设只能得到实际最佳的近似。

II、确定法

一般来讲，上节讨论的方法较少理论指导意义。由此而来的解决办法系借助于孔径振幅锥削分布函数作为设计的参考。已知当天线元间距为半个波长数量级时，等间距阵列的辐射方向图很近似于具有相同电流分布和尺寸的连续孔径天线方向图。用这作为指导，考虑用非等距的但是等幅激励的单元去接近一个连续孔径分布，来设计不等距阵列。换句话说就是可将单

元如此排列，即把孔径上的单元密度（每单位长度上的单元数），排得和孔径上的振幅分布相似，从而获得振幅锥削分布的天线性能。这种方法称为间距渐稀，以区别于振幅锥削。

被用来作为设计参考的连续振幅分布函数称为模型函数。不等距阵逼近模型阵列的程度由使用的单元数决定。所用的单元数愈少，即稀疏得愈厉害，则逼近的程度愈差。已经证明间距渐稀阵列的主瓣宽度与模型阵列的主瓣宽度很一致。靠近主瓣的旁瓣电平也相同。但大角度旁瓣则较高。

由 A. Ishimaru⁽¹⁸⁾ 提出的一个方法是：应用泊松和式将一有限和式的方向图函数转换成连续函数的积分和。即把：

$$f(u) = \sum_{n=1}^N i_n e^{j k x_n u} \quad \text{变为}$$

$$f(u) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(u) \quad \text{其中}$$

$$f_m(u) = \int_{x_0}^{x_N} i(x) \frac{dy}{dx} e^{j 2 \pi m y(x) + j k x u} dx \quad (18)$$

函数 $i(x)$ 和 $y(x)$ 可认为是电流分布的包络和源的位置。就是说在第 n 个单元的位置上， $x=x_n$ ， $i(x_n)=i_n$ 和 $y(x_n)=n$ 。式(18)的物理意义是，它代表一个具有电流分布为

$$i(x) \frac{dy}{dx} e^{j 2 \pi m y(x)}$$

的连续线源的辐射方向图。级数 $\sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(u)$ 对大多数情况都收敛得很快。对于 u 值较小的情况， $f(u)$ 的值主要由 $m=0$ 这一项确定。现在即可用连续的振幅锥削分布函数来确定不等距阵列各个单元的位置了。例如，希望具有等幅分布的单元，排成不等距来达到台劳分布那样的辐射方向图性能⁽¹⁴⁾。这种台劳分布的振幅函数已有现成的数值。这时令 $i(x)=1$ ，然后只考虑 $m=0$ 的一项。于是 $f_0(u) = \int \frac{dy}{dx} e^{j k x u} dx$ 。这样

即可从 $\frac{dy}{dx}$ 等于已知分布函数而求得源位置函数。即可求得各个单元的位置。

一种较好的设计方法称为等面积法⁽¹⁵⁾。用它来逼近连续孔径的振幅锥削函数。取累计分布来确定单元的位置。设计过程为：先挑选一振幅锥削的模型函数作参考，原则是具有要求旁瓣电平的台劳分布或其他分布函数。模型振幅分布函数如图 3 所示。将曲线分成 M 个等面积元，然后将等幅激励的单元放在面积元

的中心投影位置上，如图 4 所示。等幅激励的密度、不等距的离散电流振幅被看作接近于图 3 的连续振幅分布函数。阵列中单元的位置可以由振幅分布函数 $i_0(x)$ 的累计分布 $I_0(x)$ 的等面积近似来确定。它们之间的关系：

$$I_0(x) = \int_{-a/2}^x i_0(x) dx \quad (19)$$

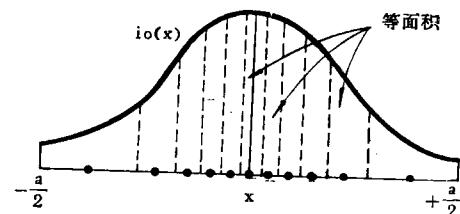


图 3 振幅分布函数

$I_0(x)$ 的曲线在图 5 中画出。等面积元的求得，可通过将纵坐标分成 M 等分，然后将它投影到 x 轴上来确定。已经计算了一些实际例子。其旁瓣电平和参考振幅分布所产生的方向图非常一致，只在大角度处旁瓣升高。关于间距渐稀阵列与参考的振幅锥削阵方向图之间有些什么联系，这问题已由 Doyle⁽¹⁶⁾ 作了研究。他认为这两种阵列间的关系，相当于间距渐稀阵方向图对参考振幅分布阵列方向图的“最小均方逼近”。

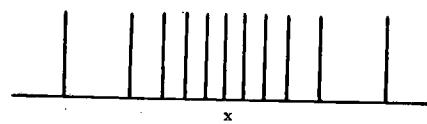


图 4 天线元位置

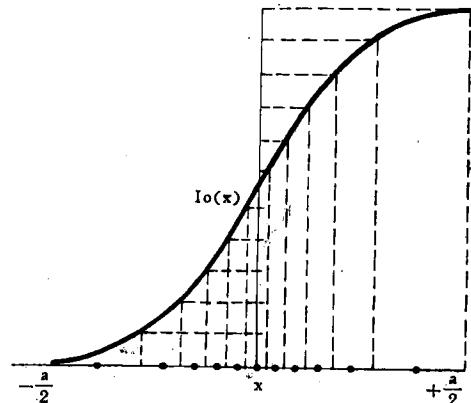


图 5 $I_0(x)$ 的曲线

以上虽只对线形阵列情况作了讨论。却可以容易地推广到平面阵列上去。如在平面阵上应用，则等面积成为等体积。这可将平面孔径的面振幅分布曲面下的体积分为M个相等部分。这里M为单元数。每个单元放在这些等体积元投影面的中心点上。假如阵列为圆对称，则使用这种方法特别便利。

三、统计法

对于大型相控阵天线，由于单元数很多，在比较各种设计方法后，认为应用统计方法更为方便。这种方法的某些方面与确定法有类似之处。如首先选择一参考的振幅分布函数。不过在这里它是起到相似于概率密度函数的作用，虽然它不一定完全符合概率密度函数的严格定义。单元是随机放置的（实际上是伪随机的）。应用这种方法设计出来的间距渐稀阵列方向图，只能从统计意义上理解，即它所反映的天线性能为大数量方向图的平均值；而对一具体抽样，则不一定完全符合平均性能要求。所以要在许多计算的方向图中选出满足要求的抽样。

用统计法设计的过程为^[18]：先找一满足设计要求的参考振幅锥削分布函数。如图6所示纵坐标的刻度这样规定，使得参考的振幅锥削分布的最大值等于

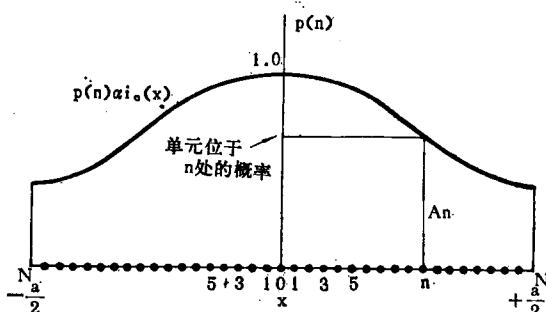


图6 作概率使用的振幅分布函数

K。而 $0 \leq K \leq 1$ 。K 称为稀疏系数。K = 1 称自然稀疏。我们知道一个连续孔径分布可用离散的点来逼近。这些点的幅值用 A_n 表示。 $0 \leq A_n \leq 1$ 。这是参考振幅分布函数在阵列为等距满阵情况下，处于不同位置上的单元的幅值。现在要从满阵中抽去单元，以达到间距渐稀的目的。为此对满阵中的每个单元位置放不放单元，则用下述的规则决定。上面已指出在满阵中的任一个单元位置有一幅值 A_n 与之对应，它就作为这一位置放不放单元的概率。再由一随机数发生器产生一从 0 到 1 之间的均匀随机数 R_n 。将 R_n 与 A_n 比较，如果 $R_n \leq A_n$ 则放单元，而 $R_n > A_n$ 时则不放。这样做的目的是在幅度系数为 A_n 的位置上保证等幅激励单元的出现次数概率等于 A_n 。全部进行完毕后计算天线方向图。看是否满足预定要求指标。如不满足则重

新进行，直到获得满意的性能为止。

由统计法设计的间距渐稀阵列的平均功率方向图函数为：

$$|\bar{f}(\theta, \phi)|^2 = |f_0(\theta, \phi)|^2 + \sum_n A_n (1 - A_n) \quad (20)$$

其中 $|f_0(\theta, \phi)|^2$ 为振幅锥削模型函数的功率方向图。加上一项与角度无关的量，它依赖于振幅锥削分布和单元数。第二项规定了统计旁瓣的平均电平，并可从参考的振幅分布函数预知其性能。

从实际计算得的例子中发现，统计法设计所得的间距渐稀阵列的旁瓣电平都比参考振幅锥削分布函数所产生的方向图要高。并且与任一统计过程一样，必须有足够的抽样，以保证统计的规律性。因此要求阵列含有充分多的单元数。经验表明，元数大于 100 以上，就大致可采用此法。少于 25 则极差。所以统计间距渐稀阵列的设计方法适宜于大型平面阵列。而在阵列中使用前二种方法较好。

不等距或间距渐稀阵列在大型相控阵天线中采用得越来越多。其主要优点是可减少有源单元的数量，节约微波器件，能有效地降低旁瓣电平而不影响阵列的分辨率。另外它展宽了天线带宽。经过这几年的发展，从理论上总结出了若干不等距阵的基本性能^[17~19]。如：

1. 旁瓣电平降低的程度主要依赖于单元数量；当然它比同样孔径的等距阵要少。
2. 天线阵的主瓣宽度决定于天线孔径尺寸，而与单元在阵列中的排列方式关系不大。
3. 阵列的增益，如果单元平均间距较大，则正比于单元数量。
4. 波长，阵列尺寸，波束方向的改变等因素对旁瓣的峰值电平影响不大。

目前在不等距阵列上尚未解决的课题是如何达到最佳设计。以上介绍的都是假定单元为等幅激励，仅仅改变单元之间距。所以这些方法基本上解决了一个自由度的问题。M.T.Ma^[20] 提出既采用不等距又考虑不等幅。这样就成为二维的综合问题。这种设想有实际意义。当前在相控阵天线馈电中采用空间馈电方法，这样由于馈源的方向性和空间衰减，自然地使阵列口径形成振幅锥削。因此在设计间距渐稀阵时必须考虑这一因素，以使二者结合得更好。

三、互耦理论和匹配技术

在相控阵天线理论中，关于互耦问题的分析已经成了重要的组成部分。由于阵列中各单元之间所存在的互耦效应，使得在波束扫描时，其单元的输入阻抗将随扫描角而改变。所以当设计这种天线时，除了要

解决一般阵列中遇到的宽频带匹配问题外，还必须解决又一个重要的新问题，即宽角扫描的匹配问题。为此必须搞清楚阵列中任一单元的输入阻抗与扫描角之间的依赖关系。从而发展了以往所没有的扫描阵列互耦分析理论和一系列的计算方法。十几年来对相控阵天线互耦问题的研究，在理论和实验技术二方面进行了大量工作。初步归纳起来有下面几个方面：

- ①互阻抗和互耦系数法，②无限周期阵结构法，③复功率法和④互耦的实验研究等。

I 互阻抗和互耦系数法

这方法的基本原理是将阵列天线中各单元之间的关系看成为 $2N$ 端耦合网络。每个单元的终端关系通过互阻抗或互耦系数与别的单元联系起来。每一单元的输入阻抗为其自阻抗与它同另外单元之间互阻抗之和。如下式所示。

$$Z_m = Z_{mm} + \sum_{n=1}^N Z_{mn} \frac{I_n}{I_m} \quad m \neq n \quad (21)$$

Z_m 为第 m 个单元的输入阻抗

Z_{mm} 为第 m 个单元的自阻抗

Z_{mn} 为第 m 个单元与第 n 个单元之间的互阻抗

I_n 和 I_m 为第 n 和 m 单元上的电流值
对等幅激励的天线阵。则上式可化简为：

$$Z_m = Z_{mm} + \sum_{n=1}^N Z_{mn} e^{j(m-n)\varphi} \quad m \neq n \quad (22)$$

φ 为二单元电流之间的相位差。

二单元间的互阻抗定义为：当单元 2 上用单位电流激励时，在单元 1 的终端上引起的开路电压数值即为互阻抗。自阻抗则为当单元孤立地向空间辐射时的输入阻抗。若干确定互阻抗的计算方法已经发表的有，R.E.Collin、F.j.Zucker⁽²¹⁾、P.S.Catter⁽²²⁾、H.G.Booker⁽²³⁾和 R.W.Pking⁽²⁴⁾等人。互阻抗法的基本假设，认为天线的端电流由特定的端电压所决定，且单元上的电流分布不随波束扫描而变化，因此可用感应电动势法来求得互阻抗值。这就要求由理想的功率源进行馈电。实际上理想功率源不易实现。所以这个方法是近似的。此法的优点为对阵列中任一单元都可求得阻抗数值。不管是阵列中心单元还是阵列边缘单元都行。它对于元数较少的阵列十分方便。但是，因为需要逐个地计算阻抗，所以它比较繁杂。当单元数很大时，即使使用计算机进行快速计算也很困难。其次互阻抗法的适用性是有限制的。如局限于应用在对比波长较小的单元，但对细振子和在接地板上的窄裂缝是很适合的，在文献[25]、[26]、[27]中都采用这种方法。

互耦系数法，又称散射系数法。互耦系数的定义为：天线 2 上的耦合信号电压对天线 1 上入射信号电压之比。如果天线 1 上之入射信号电压，幅值为 1，

相位为 0，则在天线 2 上之耦合信号电压为一复数值。天线 1 的固有反射系数称自耦合系数。

求阵列中任一单元的反射系数与互阻抗法一样，为该单元的自耦合系数与该单元和其它单元之间互耦系数之和。其表示式为：

$$\Gamma_m = C_{mm} + \sum_{n=1}^N C_{mn} \frac{a_n}{a_m} \quad m \neq n \quad (23)$$

a_m 和 a_n 为 m 和 n 号单元上的入射信号电压幅值。 Γ_m 为 m 号单元上的反射系数。 C_{mm} 和 C_{mn} 分别为 m 号单元的自耦合系数及 m 与 n 单元之间的互耦系数。

从反射系数 Γ_m 可求得输入阻抗为：

$$Z = \frac{1 + \Gamma_m}{1 - \Gamma_m} \quad (24)$$

互耦系数法要求的馈电方法为自由激励馈电，这种馈电装置在实际设备中容易实现。本法中使用的互耦系数只能用实验方法测定⁽²⁵⁾。对于较小的实验阵列，将实验和计算相结合即可求得任一单元的输入阻抗数值。

II 无限周期阵结构方法

现代大型相控阵天线，常常由成千上万个单元组成。对这种阵列的分析可分二部分来处理，即阵列的中心部分和边缘部分。根据 Blasi⁽²⁶⁾的研究，认为在大天线中边缘部分可大致限制在三个单元间距这样一个环形范围内。因此中心部分构成了阵列的大部份。中心部分单元可看成处在相同的环境中。所以把它作为是无限阵的一部分来分析是符合实际情况的。利用无限阵这一模型进行分析可得出许多有用的结果。

考虑用无限阵来进行分析的一个重要理由是它能当作周期结构来处理。由单元排列的周期性，建立起一个极为重要的观点。这就是从周期结构观点出发，允许用一假想的单元管或者波导去包围每一个阵列中的辐射元。其结构如图 7 所示。并认为这些波导在 E 面有磁壁和在 H 面有电壁包围。这些假想壁的存在由于实际上场的对称性而不会破坏场的分布，因而是可以

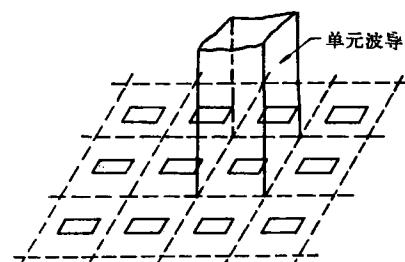


图 7 假想的单元波导

存在的。一旦这样的假想波导确定后，则在波导以外的场可完全不加考虑。并得出由于周围单元引起的互

耦效应也自动地被包括在内了。从而只要对单元波导内的场进行计算即行，并对全部单元均属有效。1948年H.A.Wheele首先应用这种观念，计算了同相振子平面阵列的辐射电阻。以后将会看到，这方法最适用边值问题的严格分析，而这类边值问题与一大类实用相控阵单元有联系。

1. 假定孔径场分布的方法 这是基于将阵列的周期性与阵列单元中假定的孔径场分布相结合的一种方法。Wheele⁽⁸⁰⁾应用上述假想波导观点，简化了求同相振子阵列的辐射电阻问题。

当阵列天线扫描时这种单元波导观点有二种应用法。一种是将单元波导倾斜到扫描波束方向，而仍保持管壁的电磁性质，单元波导内的传播模为TEM型。另一种方法是仍旧保持单元波导垂直于阵列平面。在扫描时，相对二壁是相同的，但有一依赖于扫描角的相位差。其次是单元波导中的模式不再是TEM型，而成为E(TM)或H(TE)型了。当计算单元输入阻抗时，相当于处理纵向不连续的波导问题。因此采用第一种方法，需要用π型或T型网络处理，而第二种方法，可用标准的波导计算方法，以并联网络来表示。所以第二种方法较第一种简单容易且有普遍性。如处理有两个波束的情况，第一种方法要二个单元波导来表示，不太方便，可是第二种方法只须在波导中处理高次模场的分布即可。

对于制作在接地导电板上的窄裂缝组成的无限阵的分析，应用单元波导观点很方便。这假定每一裂缝由独立的波导馈电，并假定裂缝中的场分布为正弦型，且不随扫描角而改变。因而问题简化为处理二个不同特性阻抗波导之间连接面的不连续性问题，从而可算出扫描情况下窄裂缝的输入电导⁽⁸¹⁾对馈电波导特性导纳Y之比为：

$$\begin{aligned} \left(\frac{G}{Y}\right)_{\theta,\phi} &= \frac{\lambda_s}{\lambda} \cdot \frac{ab}{2AB} \left[\frac{1 - (a'/a)^2}{\cos(\pi a'/2a)} \right. \\ &\quad \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi a'}{\lambda} \sin\theta \cos\phi\right)}{1 - \left(\frac{2a'}{\lambda} \sin\theta \cos\phi\right)^2} \\ &\quad \cdot \left. \frac{\sin\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\theta \sin\phi\right)}{\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\theta \sin\phi} \right] \left[\frac{1 - \sin^2\theta \cos^2\phi}{\cos\theta} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

a、b为馈电波导尺寸，A、B为裂缝间之距离
a'、b'为裂缝长和宽的尺寸，λ_s为波导波长。

应用巴俾涅的二重性原理，可容易地推广到由振子组成的扫描阵上去。

Stark⁽⁸²⁾对位于自由空间及反射面上的振子阵作了独立的计算。这里仍假设振子上的电流分布为正弦型的，而且不随扫描而变化。他将由带状振子组成的无限平面天线阵的表面电流展开成相应于天线平面上二维付立叶级数的乘积。根据这些表面电流所激发起来的电磁场再作用到电流元上，由此求得单元波导内的复功率，从而求得输入阻抗。这个计算得出了一个有名的结果，即所谓的栅瓣级数。其表示式：

$$Z_a = \frac{240}{\pi} \cdot \frac{(a')^2}{d_x d_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n^2 G_m^2 H_{mn} \times (1 - \exp[-jk_{mn}2h]) \quad (26)$$

a'为振子长度，d_x、d_y为阵列元的间距。h为振子与反射面之间距。

$$F_n = \frac{\sin\left[\frac{\pi b'}{\lambda} \left(\sin\theta \sin\phi + \frac{n\lambda}{d_y}\right)\right]}{\frac{\pi b'}{\lambda} \left(\sin\theta \sin\phi + \frac{n\lambda}{d_y}\right)}.$$

$$G_m = \frac{\cos\left[\frac{\pi a'}{\lambda} \left(\sin\theta \cos\phi + \frac{m\lambda}{d_x}\right)\right]}{1 - \left[\frac{2a'}{\lambda} \left(\sin\theta \cos\phi + \frac{m\lambda}{d_x}\right)\right]^2} \quad (27)$$

$$H_{mn} =$$

$$\frac{1 - \left(\sin\theta \cos\phi + \frac{m\lambda}{d_x}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\sin\theta \cos\phi + \frac{m\lambda}{d_x}\right)^2 - \left(\sin\theta \sin\phi + \frac{n\lambda}{d_y}\right)^2}}$$

$$K_{mn} =$$

$$\sqrt{K^2 - \left(K \sin\theta \cos\phi + \frac{2m\pi}{d_x}\right)^2 - \left(K \sin\theta \sin\phi + \frac{2n\pi}{d_y}\right)^2}$$

K=2π/λ，λ为波长，b'为振子宽度。上述级数的首项(m=n=0)，当阵列只有一个主波束时给出全部电阻变化，而级数的每一项都提供电抗变化。阻抗变化是由阵中单元的辐射方向图和单元间距决定的。在实际情况下，电抗变化主要由级数的前几项决定。这些与虚空间内靠近的栅瓣是一致的。公式(26)中已考虑了反射面的作用。如要求无反射面阵的输入阻抗，只须将括弧中的指数项为0即可。

Stark的计算只适用于细振子天线和接地板上的窄裂缝。近来更严格的振子阵分析指出，对于振子尺寸的某些实际范围和间距，假设振子电流为正弦分布是不精确的。为了获得更精确的结果，正确的电流分布知识是必需的。解决这个问题的办法是使用积分方程法。

应用第一节所述的方向余弦坐标图示法，可将本

节中的 Stark 计算阻抗的公式用图解表示⁽³⁸⁾，即振子输入阻抗的级数项在 $\sin\theta$ 平面上表示出来，从而在理解和预计阻抗随相移的变化方面是很有帮助的。

2. 积分方程法 以积分方程表示的电磁场边值问题的公式早就建立了。它提供了一个为精确分析相控阵天线阻抗的有用工具。这方法的特点是，问题的边值条件以积分方程的函数形式表示出来。一般说，严格的积分方程解析的解是较少的。但与快速和大容量数字计算机这个强有力的工具结合起来就可求出复数积分方程的精确数值解。

目前在实际使用的相控阵天线单元中，有一大类是使用终端开口的波导、喇叭等。这是因为平行板、矩形、圆形和同轴波导很易于制造。并适于许多阵列中作单元之用。以开口波导作单元构成的阵，由于其边值条件的关系，能严格地以解析形式表示。且可用若干类型的积分方程表示出来。不仅开口波导的边值问题能用积分方程解，对于由振子组成的阵列同样可以用这个方法求解^(34~38)。

积分方程法与上节不同之处在于考虑了单元孔径场的分布随扫描而变化。因而能预测盲点现象，即天线元方向图中的零点。

分析过程的基本思路是：将波导中的场用熟知的 TE 和 TM 模式函数表示，而把孔径面上自由空间中的场用 Floquet 模式表示，然后利用孔径面上电磁场的连续性条件，导出一个弗来特荷蒙第一类积分方程或第二类积分方程的场表达式。用近似的数值解法得出孔径场的一级近似，再应用变分法，即可得阻抗的二级近似。文献[37]中所使用的即是一例，但只限于 H 面和准 E 面的扫描情况，且天线元为矩形排列。同时对作为单元的波导壁厚也作了限制。以后，在发表的论文[38][39]中用的均是相同的方法，只是扩展到单兀作三角形排列，任意面扫描和任意壁厚。还有对波导元阵列前面加若干介质层等情况进行分析。

在参考资料[40]里提出了一种通用分析法，并直接引入了波导模函数的二维付氏变换。最后得出波导辐射元的输入导纳表示为一个 N 阶行列式与一个 N-1 阶行列式之比。行列式中的各元素类似于熟知的栅瓣型数的级数。

对由振子组成的阵列也可用积分方程求解，如参考资料[35]。然而振子的馈电支撑不包括在内。已发现这些支撑结构在某些振子阵中可能引起盲点现象。因而这个方法在以波导为单元的阵列上的分析，其精确性可大大超过振子组成的阵列。

III 复功率法

这是一种很有价值的方法。它适用于全孔径平面上电场或磁场能被完全确定的一大类平面天线阵。而

且对更复杂的天线阵，也能直接应用本方法进行简单的处理。

整个分析的主要依据是基于平面天线的一个基本原理，该原理首先由 Woodward 和 Lawson⁽⁴¹⁾ 所提出。尔后为 Rhodes⁽⁴²⁾ 所发展。这一原理的事实是，天线孔径上孔径场的分布和所有角度(实数和复数)上的天线方向图函数，二者间可对应地求得。它们是付立叶变换对。这样表示的另一特点是，孔径的总稳态复功率(辐射功率加上孔径处储存的电抗功率)，可完全由方向图函数来确定。只须将积分区域扩展到虚角范围即可。以往在求天线的辐射电阻时只限于实角区域的计算。对一个有限孔径，为确定孔径的复功率，方向图函数并非是一个特别有用的工具。因为所得积分不能很容易地处理。但在引入无限平面阵列这一概念后就使得积分大为简化。因为这样的阵列天线，其方向图函数集中在栅瓣角附近(实角和复角)。当单元数趋于无穷大时，在方向余弦空间，方向图函数逼近于脉冲函数的周期重心，因而方向图函数的积分简化为一个易解的求和式，可以用来确定阵中单元的实功率和电抗功率。

由于这种方法适用于孔径场分布，能完全描述的一大类相控阵天线问题，所以它是一种有用的和具有统一原理的方法。但在假设的孔径分布场确定后，它不随扫描角变化，这就使它有一定的缺点。利用这一方法可求出一系列问题的解，如上面已谈过的裂缝阵、带状振子阵、开口波导组成的阵等的单元输入阻抗或导纳均已求得相同的表示式。

本方法的局限性在于，当孔径面与激励源之间存在不均匀时或介质加载突出孔径面时，就不能简单采用这个方法。

IV 互耦效应的实验研究

研究和设计相控阵天线的又一个重要手段就是通过实验方法来确定阵列单元的一些特性参数。虽然目前在互耦理论方面有较大进展，若干精确的计算方法已经形成，但理论分析计算，总是忽略了若干实际因素。因此假想的分析模型是否符合实际，尚要用实验来验证。对有些形状和边界条件复杂的单元组成的阵列，目前还不能进行数学计算。据此，用实验方法去确定天线阵的性能甚为必要。当前有二种途径，即无限阵的模拟实验技术和小阵实验方法。

1. 模拟实验技术 模拟技术实际上是无限周期阵概念在实验方面的一个应用。一个位于波导中的辐射振子由于镜象形成原理，构成了一个无限阵的环境。因此可用来模拟无限阵中的天线特性。又由于波导中的传播波可分解成平面波分量，如矩形波导里传播的 TE_{10} 型波可以看成是一对 TEM 波在波导二窄壁之

间来回反射的结果。如 TE_{10} 波的场分量为：

$$E_y = \sin \frac{\pi}{a} x e^{-j\beta_{10} z} \quad (28)$$

$$E_x = E_z = 0$$

由三角公式的复数表示式可将上式分解为二个场的迭加。

$$\begin{aligned} E_y &= -e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(-x \sin \theta + z \cos \theta)} \\ &\quad + e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \theta + z \cos \theta)} \\ &= E_{y1} + E_{y2} \end{aligned} \quad (29)$$

可见 E_y 可分为二个平面波的和。根据这一特性用波导与辐射元构成的模拟器可用来测定从自由空间向阵列视入的阻抗。也就是当阵列处于接收状态时的视入阻抗。而从阵列向自由空间的视出阻抗可通过等效线路来求得。最近由 Gustincic⁽⁴⁸⁾ 提出的一种多元波导模拟器可直接测出视出阻抗。模拟器的局限性在于一种结构尺寸只能模拟一种扫描条件。即扫描面或扫描角只有一种数值。扫描角与波导尺寸的关系为：

$$\sin \theta = \lambda / \lambda_c \quad (30)$$

λ_c 为波导中的截止波长。如为 TE_{10} 型时 $\lambda_c = 2a$, a 为波导宽边尺寸。因此：

$$\sin \theta = \lambda / 2a \quad (31)$$

改变 a 的大小可得不同扫描角。但侧射方向的波束不能模拟，因为 $\sin \theta$ 不为 0。几种模拟器结构与其模拟的扫描面与角值如图 8 所示。

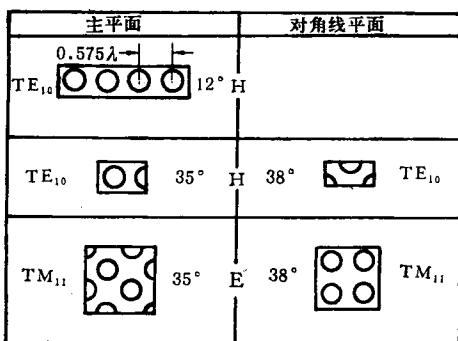


图 8 波导模拟器

文献[43]中提出一种通用的多元视出型模拟器原理。它表明：在一个中等大小的模拟器上作有限次的测量，就可同时在许多扫描角上得到无限阵的输入反射系数。根据这些离散值用一个公式去内插更一般的扫描角上的反射系数。这一技术对计算那些对称的但不易计算的天线单元时有其优越性。

2. 小阵实验技术 由于相控阵天线的特点，单元数量多，各元之间有互耦，故实际上不能做一个真正的大阵去研究单元的性能，但又不能脱离阵的环境

去研究。所以目前一般都用小阵结构测定中心单元的性能以作依据。小阵实验的可能性还在于单元间的互耦效应随元间距离增大而减少。故一个较小尺寸的阵列可给中心单元提供一个大阵的环境，从而预测在大阵中的单元性能。其准确度取决于单元的数目。可是究竟有多少元数的小阵才能模拟大阵的环境？这有较多提法，如 11×11 个、 13×13 个或是 19×19 个。其主要目的是要确定一个最少的元数，而又能测得必要的性能。

有两种测量方法可用来测定单元的性能。一种方法是测单元的阵方向图。在阵列环境中激励中心单元，其余单元端接匹配负载。测出单元方向图，即可求反射系数的数值。但这数值是绝对值没有相位因子。如要测反射系数的相位，则要激励全部单元，再测定中心单元的反射系数。这时需要较复杂的馈电网络。

另一种方法是测定中心单元与其它单元的耦合系数⁽²⁸⁾，再用计算求得反射系数。这已在第一节中介绍过了。

对于小阵实验技术，还要更好研究阵的有限性效应。如：为什么盲点效应在有些小阵中可以呈现，而在另一些阵中不出现？一个小阵究竟大到什么程度才能使发现盲点的全部扫描条件是可靠的？都要加以研究。

V. 匹配技术

所有关于互耦效应的分析计算的目的都是为了掌握阵列中单元输入阻抗随扫描角变化的规律，以便设计恰当的匹配电路进行匹配。对大型相控阵来说，由于认为各个单元的反射都相同，所以阻抗变化引起的结果只是降低辐射效率，影响发射机稳定性，引起多次反射。较小的阵列由于边缘效应，还会使方向图畸变，旁瓣升高，并引起其他性能的下降。

在相控阵天线中，因为反射系数是扫描角的函数，故匹配要在一宽的角度范围内进行。又因有一定的频带范围，因此相控阵天线中的匹配是宽角宽频带匹配。

改善这种失配效应的消极办法是用环流器或隔离器串接在馈电网络中以达到使反射功率不返回馈电网络。但这只能减低馈线驻波而对提高天线效率无济于事。积极的办法是进行匹配。

1. 一种早期提出的改进反射性能的匹配方法

实验是对线极化的振子阵进行的。办法是在垂直于振子长度方向的元间设置金属隔板⁽⁴⁴⁾，使得天线阵在 $0-60^\circ$ 的扫描范围内单元输入阻抗变化幅度得到了明显的改进。最近 Robert⁽⁴⁵⁾ 对这方法用电磁场理论作了分析，并对由通过接地导电板的平行板波导组成的阵列，采用导电栅网隔离以改善相互之间的耦合效应。计算和实验是在主 E 平面和 H 面上进行的。从已

求得的曲线看，互耦效应大为降低。

2. 用介质薄板进行匹配^[48] 这种方法是采用高介电常数的介质板，平行地放在天线阵前面不到一个波长的位置上。薄介质板的特性，对入射平面波表现为随扫描平面和扫描角二者而变的电纳。相对于法向入射的电纳而言，它们的变化关系式近似地有

$$\left. \begin{array}{l} \text{H面} \quad \frac{B(\theta)}{B(0)} = \frac{1}{\cos\theta} \\ \text{E面} \quad \frac{B(\theta)}{B(0)} = \cos\theta - \frac{\sin^2\theta}{\epsilon \cos\theta} \end{array} \right\} \quad (32)$$

ϵ 为相对介电常数。

这个方法的计算过程类似于传输线匹配技术中的单支节短路线匹配原理。由于这种板又可起到保护罩的作用，所以一举二得。根据报导^[47]，对具有 400 个单元的天线阵采用这个方法匹配已得到好的效果，并且未发现盲点现象。近来在薄板的选用上还可用二种介电常数板迭合起来使用，使匹配效果更好。

3. 电路连接法 Hannan^{[48][49]} 等提出在阵列各单元间用连接一段无耗电路的方法来进行匹配，并从理论上证明：除了起始阻抗为 0、无穷大或纯电抗以及单元方向图为 0 等情况外，在实角范围内都能匹配。但分析是在单一频率上进行，故在一定的带宽内实行时，其匹配指标相应的要降低。这方法限于在理论的讨论上，实际上由于单元数极大，具体实施不太可能。

尔后又有一种^[50] 类似于上法的所谓通过阵列单元馈电线之间的内部耦合来抵消外部空间耦合的方法。已对终端开口波导单元的阵列作了试验，获得了降低反射系数的作用。

近几年来有关匹配问题的文章，大都集中在用开口波导为天线单元的阵列上。所取得的成绩也大有进展。已经提出的方法：有波纹板^[51] 仿真短路波导^[52] 和使二种传播模式的反射在单元激励端产生抵消^[53] 等以改善匹配性能。但这几种方法的共同缺点是它们对频率变化敏感，频带太窄。

S.W.Lee^[54] 提出一种在波导开口端加电感膜片的方法。展宽了频带宽度。它的设计思想是基于以下的事实。即已发现在以开口波导为单元的阵中减少波导尺寸能改善阵列阻抗特性。但频带性能降低了。所以为了解决这个问题，用膜片加载，这既不减小输入波导尺寸又达到了改善天线阵性能的目的。应用这一技术在一大角度上扫描，可使主波束效率提高到 60% 以上，并具有较宽的频带，能有效地除去单元方向图中的盲点。

J.J.Campbell^[55] 等又发展了这一方法。即在波导

喇叭作天线单元构成的相控阵中，在喇叭孔径内放置一个厚的部份填充介质的电感阶梯，并在外面则加有天线罩。匹配过程是：改变阶梯宽度和厚度来获得尽可能好的粗匹配，再用二个薄膜片放在波导内部进行细调，以达到最佳匹配。这样所获得的性能，在反射功率小于 12% 的情况下，任意平面的扫描角可达 45°；在 H 面可达 48°；而在 D 和 E 面可达 60°，频带宽度为 12%。

在所有扫描面，扫描角可达 $\pm 60^\circ$ ，并具有一个倍频程带宽的阻抗匹配已经在 96 个单元的小阵上实验成功^[56]。方法是：用高介电常数的匹配罩，再结合在辐射孔径中及输入端应用双阶梯介质变换器来做到。在孔径单元的排列方法上，缩小单元间距以扩展高频范围。实验测定的数据表明：在上述的扫描角和频带范围内运用时，天线驻波比在 3.5:1 这个区间内。

四、非平面阵列天线

前已指出，平面型相控阵天线的方向图性能会随着扫描角的增加而变坏（如波束宽度变宽、旁瓣电平增大、增益下降等）。所以能扫描的角度大约限制在 $\pm 60^\circ$ 的范围内。对于一些需要 360° 范围搜索和半球覆盖的应用，平面阵列不能满足要求。另外机载雷达，舰艇以及其他飞行武器上所使用的天线，用平面天线总是不方便的。从这些需要出发，于是环形阵列，柱面阵，球面阵及锥面阵等共形阵列得到重视，并日益发展起来。

共形阵不是唯一的定义。最一般的是指非平面阵列。这里天线的形状已不由天线设计师安排，而是取决于飞行器的外形。由于平面相控阵在过去 20 年里得到很大的发展，但也受到了限制，而共形阵的进展进一步推广了平面阵的观念。然而这二者之间还是有显著的差别。

本文大部分都是讨论平面阵的。并且阵列尺寸以波长计都很大。无限大阵列观念的引入使得阵列中每个单元的性能被视为是相同的，即具有同样的方向图和阻抗特性，因此分析时比较简单。共形阵的数学分析就没有平面阵那样容易。共形阵能取无限多个形状，主要取决于特殊的表面。共形阵和平面阵在波束分析控制等方面包含四个显著的差别^[57]。

① 因为阵列是分布在曲面上，所有单元对波束指向点不会有相同的贡献，对这些没有作用的单元必须断开激励，以便适应方向图控制和提高增益。

② 单元方向图指向不同方向，于是在波束计算公式中不能统一为一个因子从阵列因子中分离出来。所以一般在平面阵中应用的波束综合技术，不能直接

应用到共形阵上。

(3) 辐射元处在不同的环境中。例如：以圆锥形阵列来讲，靠近圆锥尖端的单元被尖端绕射所影响。而在圆锥基部的那些单元则类似于在圆柱面上的单元，另外单元方向图受来自背面耦合能量的影响。

(4) 交叉极化对共形阵也是一个问题。因为每个单元指向不同，从每个单元来的极化不会投影在同一方向。

其次是共形阵的馈电系统较平面阵复杂。目前尚处在初期的研究阶段。成熟的试验样机为数不多。

I. 环形阵和柱形阵

将单元按圆环排列的阵列称为环形阵。这种形式的阵列如用来扫描搜索 360° 的空域则比平面阵优越。理由是，在环形阵中，所有波束位置实际上都是在天线阵的法线位置上，因此波束性能是不变的。又一个优点是不存在像平面阵那样从一个表面到另一个表面的数据传输。关于环形阵的波束综合与分析首先由 Knudsen^[58] 提出。如环的直径为 a ，有 n 个单元分布在环上则其方向图表示式为

$$f(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^n |a_m| e^{j[\delta_m + \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta \cos(\phi - \nu_m)]} \quad (33)$$

δ_m 为单元上激励电流的相位， a_m 为单元上激励电流的振幅， $\nu_m = m2\pi/n$ ， θ, ϕ 为观察点方向。

如在某一方向要求获得最大值，必须适当安排各单元的相位，以便在相应方向形成一个平面相前。即令：在 θ_0, ϕ_0 方向上使

$$\delta_m = -\frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta_0 \cos(\phi_0 - \nu_m) \quad (34)$$

通常波束计算采用数值计算法。

一个具有 128 个波束位置的圆环阵试样已经制成^[59]。波束宽度为 4°—5°。旁瓣电平—25 分贝。波束间相交电平为 2 分贝。采用步进扫描方式。目前在环形阵中使用的有二种馈电方法，即“矢量传输法”和“R-2R 平行板透镜馈源”。矢量传输方法是平面相控阵组合馈源装置的变型。如 128 个单元组成的环形阵，其中 1/4 的单元（即 32 个）可在瞬间形成一个波束。先将功率分为 32 路。各路输出均由三位移相器控制。经移相输出的每一路都由电子开关通过等长度的电缆接到天线阵中相隔 90° 的每四个辐射元之一。这样 128 个单元的天线阵，即可通过恰当调整任何 32 个顺序排列的单元的相位使波束扫描。

R-2R 平行板透镜馈源是由二个半径为 R 的圆板组成。平行板间距小于半个波长。信号的输入和引出用探针解决。其形状如图 9 所示。

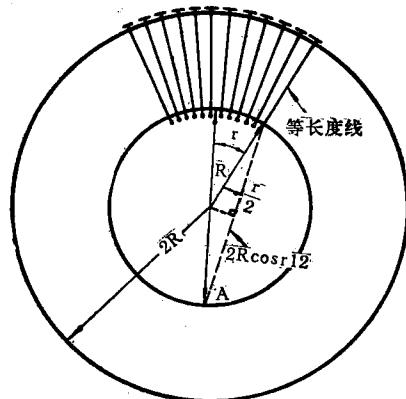


图 9 R-2R 透镜几何图形

如在 A 点馈电。能量在平行板区内传播到 A 点的对面，并通过等长度传输线送到天线阵单元上。如果天线阵单元排列在半径为 $2R$ 的圆环上，那末各辐射元所具有的相位就形成了平面波。这种阵列形成的波束具有较低的旁瓣。

柱形阵实际上为许多环形阵排列而成，它在环面的波束与环形阵一样，而在轴向的波束则与直线阵一样。在柱形阵中单元也可作三角形栅格排列^[60]。其作用和平面阵中的作用相似。有一点要指出，如果柱面为金属制成则在波束形成中只一半单元有贡献，另外一半则没有作用。

II. 球面阵列

有许多系统要求有半球视界，应用平面阵列是不能满足要求的。解决的办法可用球面形阵列。

将单元分布在球面上的阵列称为球面阵。由于球面阵的自然对称性，所以它具有在宽的角度范围内保持天线阵方向图和增益的均匀性能。因此如在半球形空间扫描的话，球面阵列，具有优于圆柱阵或多平面阵的性能。

球面阵列的波束特性除了用数字的方法分析外^[61]，用多项式方法还不多。近来利用泊松求和公式的方法对分析球面阵列特别有用^[62]。

根据分析：球面阵的增益，接近于具有同样直径的圆形平面阵的增益。波束宽度比同样直径的圆平面阵要窄。假如单元为均匀激励，其旁瓣和均匀平面阵相差不多。目前球形阵国外已在进行试验。一个工作在 S 波段的半球形阵，直径为 1.5 米。通过馈电系统中的矩阵开关技术，可使扫描范围扩大到 120° 以上。由于在移相中采用实时延迟系统，所以有极宽的频带。

除了上述的环形、柱形和球形天线阵外，还有设想把飞机或导弹外壳构成天线的，更普遍的曲面天线

也已成为设计的课题。在这些飞行体上使用平面形天线是困难的，但与之共形的曲面天线则很合适。它既不妨碍这些飞行器的正常工作，又能起到天线阵面的作用。由于飞行器的表面组成一个天线的接地平面，因此可减少电气干扰效应。当然这种天线也有缺点，如相位控制比较困难，波束转换开关也变得更为复杂，且馈电系统损耗大，影响天线的性能。

对一般曲面形天线的分析方法，主要是用数值计算方法。对于曲率小的曲面阵可用许多平面形阵列来逼近^[63]，且可通过控制这些平面阵的波束来达到设计的性能，并且控制方法也大为简化。

又一种方法是借助于几何绕射理论中的射线分析法来计算共形阵的波束和互耦性能^[64]，它既可以分析周期阵，又可以计算非周期阵的性能，而且阵面的曲率是可变的。

五、随机馈相技术

相控阵天线是用移相器控制每一个单元的相位来进行波束扫描的。以一线形阵为例，要使波束扫离法线 θ_0 角，则必须使线阵各点具有线性倾斜的相位面。如图 10 所示。

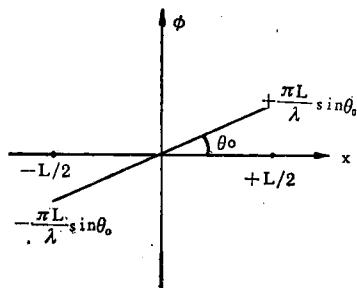


图 10 线性倾斜的相位面

若线长为 L/λ ，以中点相位为 0，则相位应是连续地按 X 渐变，直至二端相位各为 $\pm \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta_0$ 。而实际使用的移相器都采用数字式的。它的优点是结构比较简单，相移数值稳定。但它的移相数值是步进式的，只能产生某一最小相位的整数倍数值，也即是说相位值是量化的。一个 n 位的数字移相器，它的最小相位为： $2\pi/2^n$ ，例如三位的数字式移相器，它的最小相位值是 $\phi = 2\pi/2^3 = 45^\circ$

于是当天线波束指向某一 θ_0 方向时，每个天线单元上不能按理想相位值移相，而是成为当所需的相位减去可在数字移相器上实现的以外，余下的比数字移相器上可产生的最小相位值还小的尾数时用四舍五入法，或别的舍入法处理。这样就会出现周期性的相

位误差。如用四舍五入法处理，则产生的最大相位误差，对 n 位数字移相器来说，

$$\Delta\phi = \pm 2\pi/2^{n+1} \quad (35)$$

这个误差的存在会使天线阵增益降低，出现新的量化旁瓣，以及波束指向发生误差等情况。以增益来说，降低的数值与移相器位数之间的关系为：

移相器位数	2	3	4	5
天线增益降低(分贝)	0.195	0.212	0.056	0.014

量化旁瓣的电平为：

$$SL = \frac{1}{2^n} \sqrt{\frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_0}} \quad (36)$$

θ_0 为主波束方向， θ_1 代表二个量化旁瓣的角位置，其值由 $\sin \theta_1 = (1 \pm 2^n) \sin \theta_0$ 确定。

量化旁瓣的出现原因是：步进式的相位跳跃对理论上应有的线性相位来说，出现了周期性的相位误差引起的。这个误差使理应集中到主瓣去的一部份能量被分散到量化旁瓣中去了。因此如将周期性相位误差改为随机性相位误差，则可将能量随机地分散到各个方向去，就可不产生集中的旁瓣。

量化旁瓣降低的办法，较早的有 Miller^[65] 提出的方法。采用使相位量化误差不相关的方法来降低最大量化旁瓣。具体措施是：在每一个辐射器路径中加一个常数相位，使从一个辐射器到另一个辐射器相位的差数与位数无关。在控制可变移相器时要计及这个附加的插入相位。这样得到的结果可以比旁瓣能量无规则分布更好。插入相位按球或者抛物线的规律变化时，象用光学馈电系统所得那样，最大量化旁瓣的降低在 100 单元的阵中等效于移相器增加一位。在 1000 单元的阵中增加二位，在 5000 单元的阵中增加三位。

Φ. A. Аронов^[66]，提出一种“相位误差均值为零”方法，它的概率函数为相移尾数与移相器最小相移量之比值。从他的分析可求得平均量化旁瓣的电平降低到 $-12n$ 分贝，n 为移相器位数。例如对三位移相器来说，可将量化旁瓣电平降到 -36 分贝。这对实用的天线来说已是很好的了。

最近随机馈相的研究又有许多进展。陆续提出的有“指向偏差均值为零法”和“三可能值的随机馈相法”^[67]。与任何统计过程一样，在具体设计时必须仔细选择随机数组，以得到好的方向图性能。使旁瓣电平低，固定指向偏差小。当然这种选择需要很多计算，并且当随机数一经确定以后，方向图性能即可算出而不再是随机的了。

结语

在以往十几年内，相控阵天线在探索和解决有关大型平面阵列的设计方面取得许多成就，上文已加

以介绍。但随着设计工作的深入，尚有若干问题需要进行解决。在阵列综合方面，不等距阵列的最佳综合问题，虽然在有些文献中提到了，但实际没有很好解决，故仍需继续研究。从互耦理论方面看，目前都是假定用相同的馈电网络，或每一个单元均用独立的发射机馈电，互耦仅在阵列的外部发生。可是不管怎样，还是经常采用串联馈电系统。这样内部互耦的问题必须考虑。因此就需要研究单元的二种类型的互耦现象。在单元的设计方面，当前对波导单元分析得较为透彻，所以在设计时正确有效。可是对振子型天线单元则尚未完全掌握。还由于某些先进的雷达系统需要双极化和圆极化性能，因此就出现要求设计双极化单元的问题。这方面工作从发表的文章来看目前进行尚少。宽角宽带匹配虽已取得了许多进展，但限于开口波导或喇叭之类的单元构成的阵列。对其他形式的单元组成的天线阵匹配工作进行较少。另外在匹配的指标上，如驻波系数的数值有待于进一步减小。以上几个方面的问题，都须继续进行研究以得到进一步的解决。

参考资料

- [1] W. H. Von Aulock, "Properties of Phased Arrays" IEEE, pp. 1715-1727, October 1960.
- [2] M. J. King and R. K. Thoms. "Gain of Large Scanned Arrays" IRE Vol Ap-8 No. 6, pp. 635-638, November 1960.
- [3] R. C. Hansen, etc, "Microwave Scanning Antennas, Vol II, Array Theory and Practice", pp. 44-45, Academic Press, New York 1966.
- [4] B. J. Forman, "A novel directivity expression for planar antenna arrays" Radio Science Vol 5 No. 7 pp. 1077-1083 July 1970.
- [5] B. J. Forman, "Directivity Characteristics of Scannable Planar Arrays" IEEE Vol AP-20, No. 3, pp. 245-252, May 1972.
- [6] E. D. Sharp, "A triangular arrangement of planar array elements that reduces the number needed", IRE Vol Ap-9, No. 2, pp. 126-129, March 1961.
- [7] W. T. Patton, "Determinants of Electronically Steerable Antenna Arrays" RCA Review, pp. 27-30, 1967. 1.
- [8] Y. T. Lo and S. W. Lee, "Affine Transformation and its Application to Antenna Arrays". IEEE Vol Ap-13, pp. 890-896, November 1965.
- [9] J. K. Hsiao, "properties of a nonisosceles triangular grid planar phased array", IEEE Vol Ap-20, pp. 415-421. July 1972.
- [10] H. Unz, "Linear Arrays With arbitrarily distributed elements" IRE Vol Ap-8, pp. 222-223, March 1960.
- [11] R. F. Harrington, "Sidelobe reduction by nonuniform element spacing", IRE Vol Ap-9, pp. 187-192, March 1961.
- [12] M. I. Skolnik, G. Nemhauser and J. W. Sherman III, "Dynamic programming applied to unequally spaced arrays", IEEE Vol Ap-12, pp. 35-43, January, 1964.
- [13] A. Ishimaru. "Theory of unequally spaced arrays". IEEE Vol Ap-10, pp. 691-702, November 1962.
- [14] R. E. Collin and F. J. Zucker. "Antenna Theory". Part I, Chap. 7 pp. 265-267. McGraw-Hill Book Company. New York, 1969.
- [15] R. E. Collin and F. J. Zucker. "Antenna Theory, Part I", Chap 6, pp. 212-217, McGraw-Hill Book company, New York, 1969.
- [16] M. I. Skolnik, J. W. Sherman III, and F. C. Ogg, "Statistically designed density-tapered arrays" IEEE Vol Ap-12, pp. 408-417. July 1964.
- [17] M. G. Andreassen, "Linear arrays with variable interelement spacings", IEEE Trans Vol Ap-10, pp. 137-143, March 1962.
- [18] Y. T. Lo, "A mathematical theory of antenna arrays With randomly spaced elements" IEEE Vol Ap-12, pp. 257-268, May 1964.
- [19] B. D. Steinberg. "The peak sidelobe of the phased array having randomly located elements" IEEE Trans Vol Ap-20, pp. 129-135, March 1972.
- [20] M. T. MA, "Another Method of Synthesizing Non-uniformly Spaced Array", IEEE, Vol. Ap-13, pp. 833-834, 1965.
- [21] R. E. Collin and F. J. Zucker, "Antenna Theory", Part I, McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.
- [22] P. S. Carter, "Circuit Relations in Radiating Systems and Applications to Antenna Problems" PIRE pp. 1004-1041, June 1932.
- [23] H. G. Booker. "Slot aerials and their relation to Complementary Wire aerials (Babinet's principle)" JIEE Part III A, pp. 620-626, 1946.
- [24] R. W. P. King, "Theory of linear antennas", Harvard University press, Cambridge Mass. 1956.
- [25] P. S. Carter, "Mutual impedance effects in large beam scanning arrays", IEEE Vol. Ap-8, pp. 276-285, May 1960.
- [26] J. L. Allen, "Phased array radar studies"(1963. 1. 1-1964. 7. 1), MIT, Lincoln Laboratory Rept. 381, (AD629363) 第三部份第三章.
- [27] R. C. Hansen, "Microwave Scanning Antennas" Vol. 2, ch 3, pp. 209-216, Academic 1966.
- [28] T. R. Debski and P. W. Hannan "Complex mutual coupling measurements in a large phased array antenna", Microwave J., June 1965.
- [29] E. A. Blasi, "Effects of mutual interaction on the design of various dipoles arrays" TM-336, Hughes Aircraft Co., December 1953.
- [30] H. A. Wheeler, "The radiation resistance of an Antenna in an infinite array or waveguide", PIRE, pp. 478-487, April 1948.
- [31] S. Edelberg and A. A. Oliner, "Mutual coupling effects in large antenna arrays, part I., slot arrays;"IEEE Vol Ap-8, pp. 286-297, May 1960.

- [32] L. Stark, "Radiation impedance of a dipole in an infinite planar phased array" Radio Science, pp. 361-377, March 1966.
- [33] H. A. Wheeler, "The grating-lobe Series for the impedance variation antenna in a planar phased array" IEEE Vol. Ap-14, pp. 707-714, November 1966.
- [34] A. L. Van, Koughnett, and J. L. Yen, "Properties of a Cylindrical Antenna in an Infinite Planar or Colinear Array" IEEE Vol. Ap-15, pp. 750-757, November 1967.
- [35] V. W. H. Chang "Infinite phased Dipole Arrays" PIEEE, pp. 1892-1900, November 1968.
- [36] R. W. P. Kin, R. B. Mack, and S. S. Sandler "Arrays of Cylindrical Dipoles", Cambridge University press, New York 1968.
- [37] V. Galindo and C. P. W "Numerical Solution for an Infinite Phased Array of Rectangular Waveguides With Thick Walls" IEEE Vol. Ap-14, pp. 149-158, March 1966.
- [38] N. Amitay and V. Galindo "The Analysis of Circular Waveguide Phased Arrays" BSTJ, pp. 1903-1931, No 9, November 1968.
- [39] G. F. Farrell, and D. H. Kuhn "Mutual coupling in infinite planar arrays of rectangular waveguide horns". IEEE Vol. Ap-16, pp. 405-415, May 1968.
- [40] G. V. Borgiotti, "Modal analysis of periodic planar phased arrays of apertures" PIEEE, pp. 1881-1892, No. 11, 1968.
- [41] P. M. Woodward and J. D. Lawson "The theoretical precision with which an arbitrary radiation pattern may be obtained from a Source of finite size" JIEE, Part. III, pp. 363-370, September 1948.
- [42] D. R. Rhodes, "On a fundamental principle in the theory of planar antennas" PIEEE, pp. 1013-1021, September 1964.
- [43] J. J. Gustincic, "The determination of active array impedance with multielement waveguide simulators" IEEE Vol. Ap-20, pp. 589-594, September 1972.
- [44] S. Edelberg, and A. A. Oliner "Mutual coupling effects in large antenna arrays part II. compensation effects" IRE Vol. Ap-8, pp. 360-367, July 1960.
- [45] R. J. Mailloux, "Reduction of Mutual coupling Using Perfectly Conducting Fences" IEEE Vol. Ap-19, pp. 166-173, March 1971.
- [46] E. G. Magill and H. A. Wheeler "Wide-angle impedance matching of a planar array antenna by a dielectric sheet". IEEE Vol. Ap-14, pp. 49-53, Jan. 1966.
- [47] J. Frank, "Phased Array Antenna Development", Johns Hopkins Univ., Appl. Phys. Lab, Rept., TG 882, March 1967.
- [48] P. W. Hannan, D. S. Lerner and G. H. Knittel, "Impedance Matching a Phased Array Antenna Over Wide Scan Angles by Connecting Circuits" IEEE Vol. Ap-13, pp. 28-34, January 1965.
- [49] P. W. Hannan, "Proof that a phased array can be impedance matched for all scan angles" Radio Science, No. 3, pp. 381-389, March 1967.
- [50] N. Amitay, "Improvement of planar array match by compensation through contiguous element coupling" IEEE, Vol. Ap-14, pp. 580-586, September 1966.
- [51] E. C. Dufort, "A design procedure for matching volumetrically scanned waveguide arrays" PIEEE, pp. 1851-1860, November 1968.
- [52] A. Hessel and H. Knittel "A loaded ground plane for the elimination of blindness in a phased array antenna" 1969 IEEE, G-Ap Int. Symp. Digest, pp. 163-169.
- [53] R. Tang and N. S. Wong "Multimode phased array element for wide scan angle impedance matching". PIEEE, pp. 1951-1959, November 1968.
- [54] S. W. Lee, and W. R. Jones, "On the Suppression of Radiation Nulls and Broadband Impedance Matching of Rectangular Waveguide Phased Arrays" IEEE Vol. Ap-19, pp. 41-51, January 1971.
- [55] J. J. Campbell, and B. V. Popovich, "A Broad-Band Wide Angle scan Matching Technique for Large Environmentally Restricted Phased Arrays". IEEE Vol. Ap-20, pp. 421-427, June 1972.
- [56] G. J. Laughlin, E. V. Byron, and T. C. Cheson, "Very Wide-Band phased-array Antenna" IEEE Vol Ap-20, pp. 699-704, November 1972.
- [57] W. H. Kummer, "Preface", IEEE Vol Ap-22, pp. 1-3, No. 1, January 1974.
- [58] H. L. Knudsen. "Radiation from ring quasi-arrays". IRE Vol. Ap-4, pp. 452-472, July 1956.
- [59] J. E. Boyns, C. W. Gorham, A. D. Munger, J. H. Provencher, J. Reindel, and B. I. Small. "Step-Scanned circula-array Antenna", IEEE Vol. Ap-18, pp. 590-595, September 1970.
- [60] G. V. Borgiotti and Q. Balzano, "Analysis and element pattern design of periodic arrays of circular apertures on conducting cylinders" IEEE Vol. Ap-20, pp. 547-555, September 1972.
- [61] M. Hoffman. "Conventions for the analysis of Spherical array". IEEE Vol. Ap-11, pp. 390-393, 1963.
- [62] A. K. Chan, "Equally Spaced Spherical arrays". Radio Science, №5, May 1968.
- [63] J. K. Hsiao and A. G. Cha, "Patterns and polarizations of Simultaneously excited planar Arrays on a conformal Surface". IEEE Vol. Ap-22, pp. 81-84, January 1974.
- [64] J. Shapira, L. B. Felsen, and A. Hessel. "Ray Analysis of conformal Antenna Arrays" IEEE Vol. Ap-22, pp. 49-63, January 1974.
- [65] [美]. M. I. 科斯尔尼克, "阵列天线",雷达手册,六分册,二十章,6-96页。国防工业出版社,1974年。
- [66] Ф. А. Аронов, "Новый Способ Фазирования Многоэлементной антенной решетки Дискретными Фазообразителями". Радиотехника и Электроника 1986. 7 Стр 1181-1188.
- [67] "相控阵天线的随机馈相", 雷达技术译丛 1972, 4, 35-44页。