

单双剪试验小结

上海联华玻璃厂研究所

一九七七年五月



目 录

一、前 言	1
二、试验及试验结果	1
1. 试验概况	1
2. 试验结果	2
三、简要分析	3
1. 剪应力沿试样长度方向的分布	3
2. 荷载偏心力矩产生的附加应力	10
3. 剪切模量的比较	13
结 论	16

单双剪试验小结

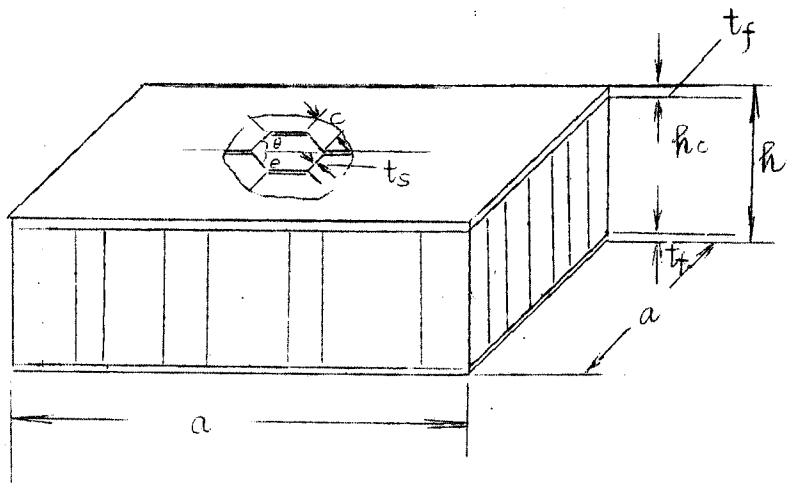
一、前言

按照“全国玻璃钢性能测试会议纪要”的要求，我们对蜂窝夹层结构板的剪切试验，进行了单双剪补充试验。所谓单剪试验，是用北京 621 所的单剪夹具进行测试。双剪试验按“测试方法”进行测试。通过 37 块试样的单双剪试验，试验结果说明按“测试方法”中所规定的蜂窝夹层结构的剪切试验的测试结果是可靠的，该方法可行的。

二、试验及试验结果

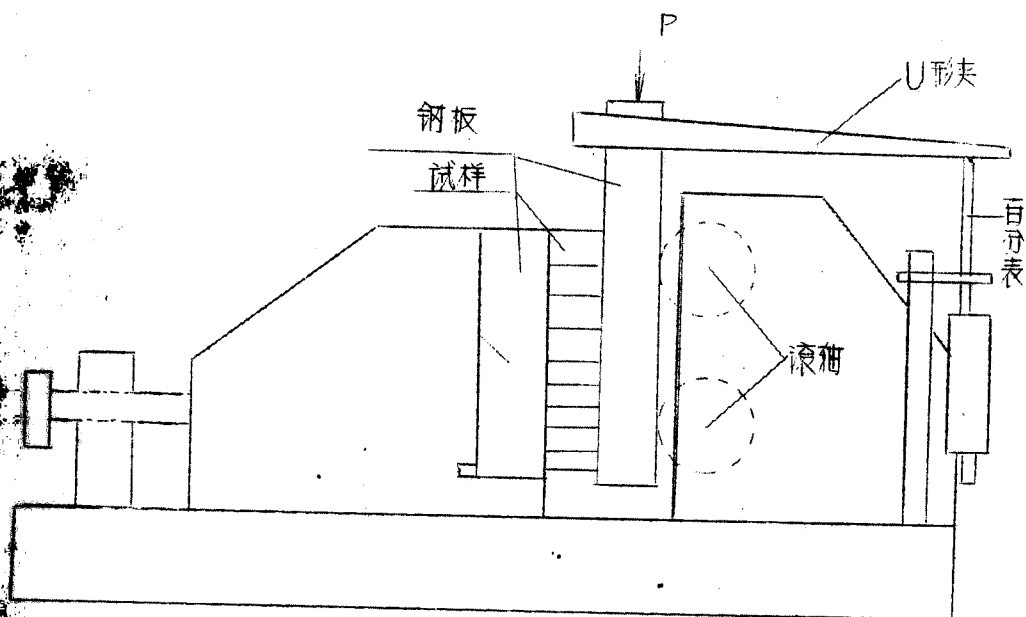
1. 试验概况

为了比较单双剪的合理性，我们仅选一种品种的蜂窝夹层板进行测试。试样形状与尺寸如图一所示。试样为边长 $a=60$ 毫米的正方形。试样厚度 $h=9$ 毫米，蜂窝的蜂格边长 $c=4$ 毫米，蜂窝壁的玻璃钢厚度 $t_s=0.12$ 毫米。蒙皮为三层 0.2 毫米斜纹玻璃钢，试样在胶接之前，已剥掉外面二层玻璃钢，因此， t_f 取 0.5 毫米。



图一 试样形状与尺寸

单剪试验的装置如图二所示。荷载施加在一块钢板上，该钢板被二滚轴



图二 单剪试验装置示意图

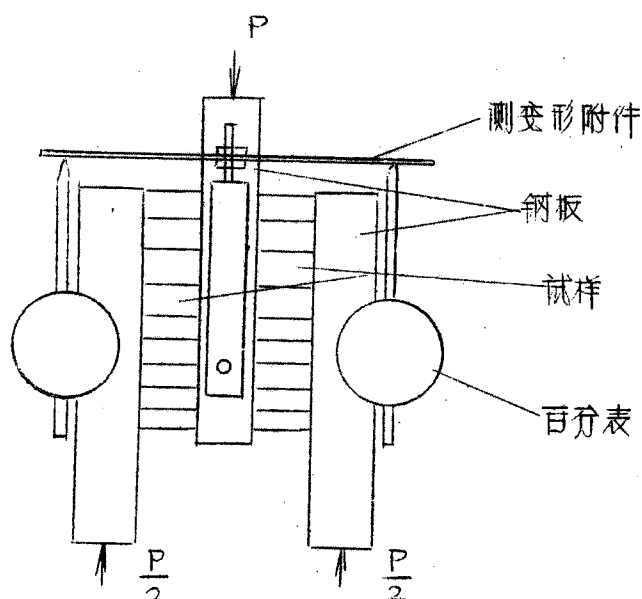
支承着，可以沿垂直方向自由移动，另一块钢板支承在夹具上，不能上下移动。用二只百分表测其二钢板的相对位移。

双剪试验如“试验方法”所说明、装置示意图如图三所示。二块试样胶接在三块钢板之间，荷载施加在当中钢板上。四只百分表装在另外二块钢板的外侧面上，测其与当中钢板的相对位移。

试样的破坏过程、单双剪试验同样是单层峰壁先剪切失稳，出现 45° 方向的半波形翘曲，随着荷载增加，变形增加较快、随后发响，发白，最后失去承载能力。

2. 试验结果

单双剪的试验结果如表 1.2 所示。剪切时的应力—应变 ($\sigma_c - \gamma$) 曲线如图四所示。单双剪的计算公式如下。



图三 双剪试验装置的示意图

单剪时: $\tau_c^B = \frac{P_B}{a^2} \quad (\text{Kg/cm}^2)$

$$G_c = \frac{\Delta P (h - 2t_f)}{a^2 \cdot \Delta A} \quad (\text{Kg/cm}^2)$$

双剪时: $\tau_c^B = \frac{P_B}{2a^2} \quad (\text{Kg/cm}^2)$

$$G_c = \frac{\Delta P (h - 2t_f)}{2a^2 \cdot \Delta A} \quad (\text{Kg/cm}^2)$$

式中: P_B — 破坏荷载 (Kg)

ΔP — $\tau_c - \gamma$ 曲线中直线部分的荷载增量 (Kg)

ΔA — 相对 ΔP 的由百分表读得的位移 (cm)

a, h, t_f 分别为试样边长、厚度、蒙皮厚度。

单双剪试验结果之一

表 1

项 目			测 试 值	平均值
单 剪 (Kg/cm ²)	σ_c^B	经向	13.6, 30.3	21.9
		纬向	13.9, 10.6, 13.8, 7.2	11.4
	G_c	经向	281, 274	278
		纬向	225, 169, 154, 102	163
双 剪 (Kg/cm ²)	σ_c^B	经向	18.4, 17.2, 13.8, 13.8	15.8
		纬向	9.1, 9.3, 6.7, 8.9, 8.5, 9.3, 8.1	8.6
	G_c	经向	909, 800, 742, 640	770
		纬向	496, 495, 388, 503, 385, 480, 510	467

注：1) 试验温度 18.5°C ~ 21°C，湿度 80 ~ 94%。

2) 这批试样是由若干块小板材中所取，容重的变化较大，为 0.444 ~ 0.558 (克/厘米³)，28 块试样的平均容重为 0.486 (克/厘米³)，性能变化也较大。

单双剪试验结果之二

表 2

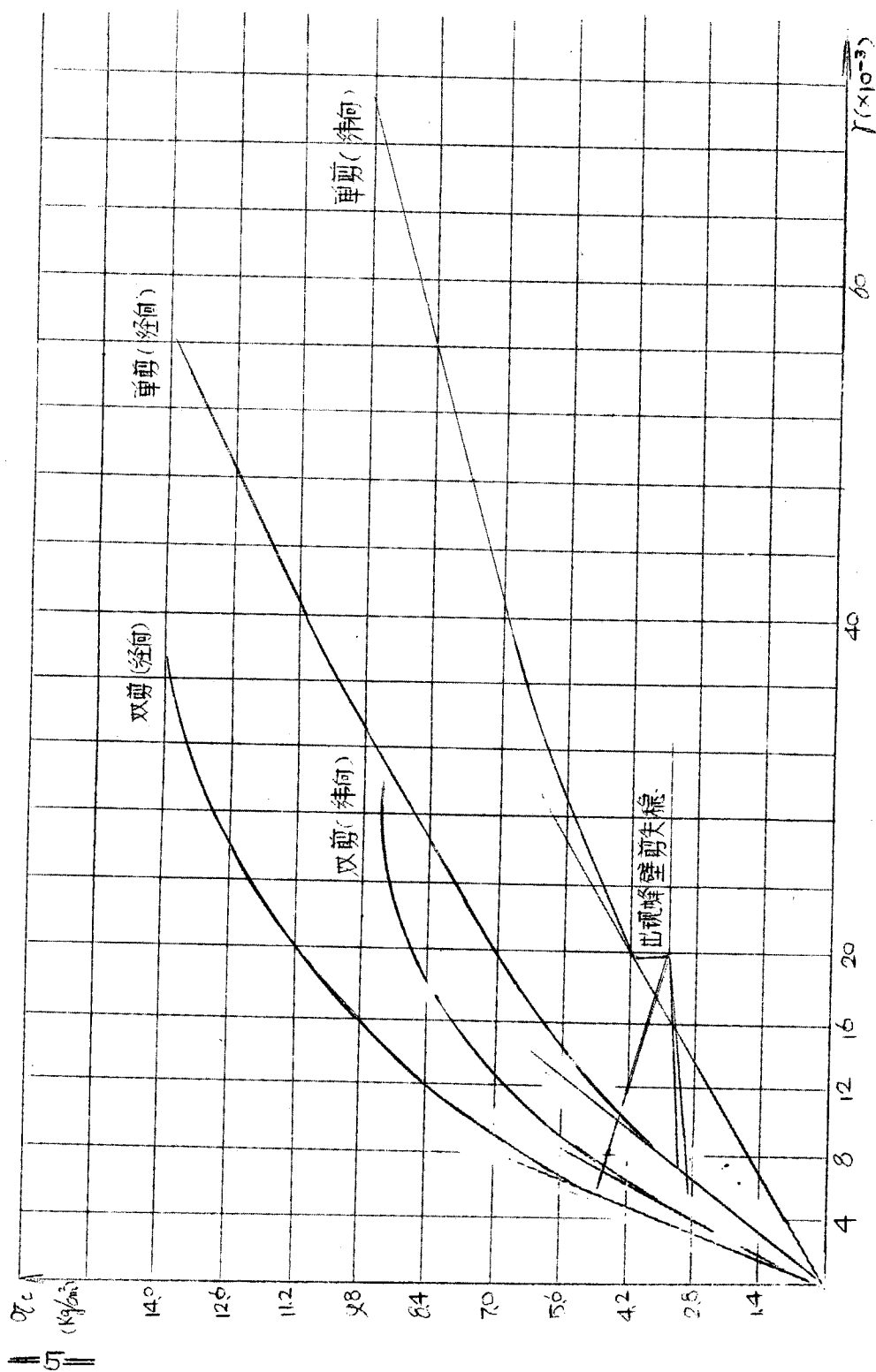
项 目		测 试 值	平均值
单剪 (Kg/cm ²)	σ_c^B	8.1, 7.3, 8.2	7.9
	G_c	135, 135, 143	138
双剪 (Kg/cm ²)	σ_c^B	7.5, 8.1, 8.1	7.9
	G_c	328, 342, 362	345

注：试样为纬向，是由一块板材所取。温度为 29°C，湿度为 92%。

从试验结果表 1, 2 中可以看出：

(1) 从剪切强度 σ_c^B 来看，单双剪所测得的结果差不多。表 1 中有一些差别，主要是这批试样质量不稳定，树脂含量不均匀等因素。

(2) 从剪切模量 G_c 来看，单剪所测得的结果远比由双剪所测得的结



图四、单双剪的 $\sigma_c - \gamma$ 曲线比较

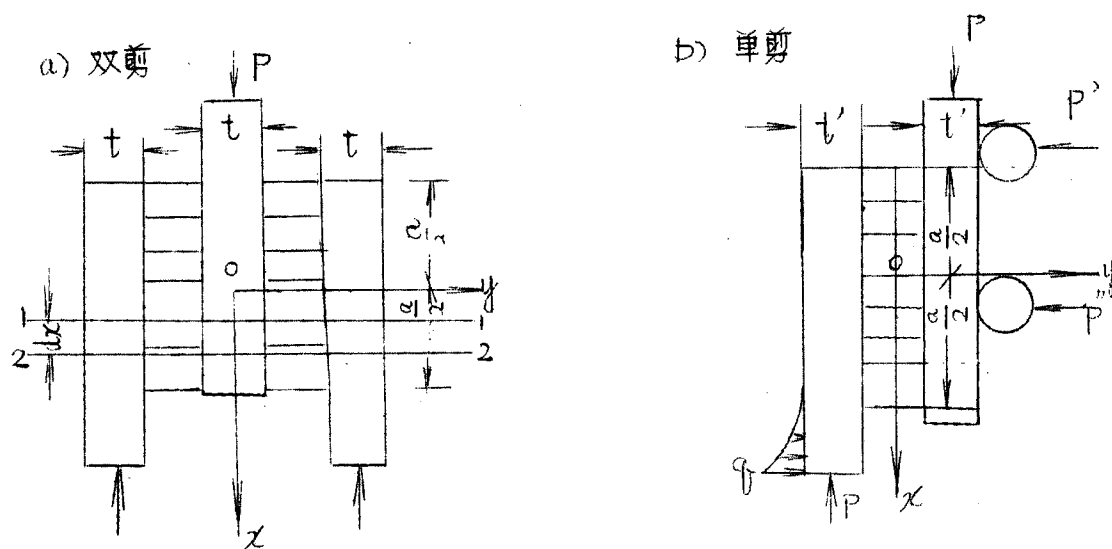
果小。看来这主要是单剪试验夹具反测量方法上的问题。通过试验我们发现，单剪试样的钢板与夹具中的上滚轴有较明显的空隙，在加载过程中，钢板要转动，因此安装在钢板上的U型夹也要转动，增加百分表读数，影响剪切模量的测量结果。

三、简要分析

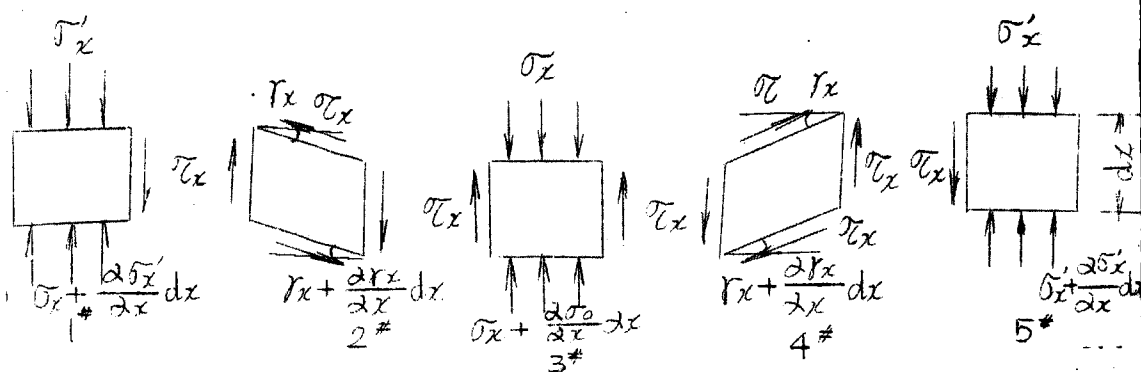
从实测结果可以看出，按621所的单剪夹具测得的剪切模量较低，而剪切强度相差不大。以下对剪切试验作一简单分析。

1、剪应力沿试样长度方向的分布：

在进行蜂窝夹层结构剪切试验时，试样形状，尺寸及试验方法的选择，总是希望使蜂窝芯子承受来剪切，并且在试样内剪应力要尽量均匀。对于以上所采用的把试样胶接在钢板上进行单双剪试验的受力简图如图五所示。对于单剪试验，由于荷载不是作用在一条直线上，要产生力矩，因此有夹具的横向支承力，在分析沿试样长度方向上的剪应力分布时，略去横向的依用力。如图所示，用相距 dx 的二个切面 1—1，2—2 把钢板连同试样切开，各部分的受力及变形情况如图六所示。对于单剪仅为图中的 1[#]，2[#]，5[#]。



图五 单双剪受力示意图



图六 各单元体的受力及变形图

对于双剪为 1[#]~5[#]，其中 2[#]、4[#] 是试样的单元体，1[#]、3[#]、5[#] 为钢板的单元体。在分析时，2[#]、4[#] 试样部分仅受剪应变和剪应力对于钢板部分仅受正应变和正应力。

由图六中 1[#]、5[#] 钢板单元体的力平衡得：

$$\sigma_x = t \frac{\partial \delta_x'}{\partial x} \quad (1)$$

由 3[#] 当中钢板单元体的力平衡得：

$$\sigma_x = \frac{t}{2} \frac{\partial \delta_x}{\partial x} \quad (2)$$

另外，由钢板与试样的变形协调条件得：

$$h \frac{\partial r_x}{\partial x} dx = \left(\frac{\delta_x'}{E} + \frac{\delta_x}{E} \right) dx \quad (3)$$

方程式 (3) 两边微分一次，再用 (1)、(2) 式代入得：

$$h \frac{\partial^2 r_x}{\partial x^2} = \sigma_x \left(\frac{2}{tE} + \frac{1}{tE} \right) \quad (4)$$

假设在弹性阶段，用 $\sigma_x = G \gamma_x$ 代入，最后得：

$$\frac{\partial^2 r_x}{\partial x^2} - \beta^2 r_x = 0 \quad (5)$$

式中：

$$\beta = \sqrt{\frac{3Gc}{h t E}} \quad (a)$$

对于单剪试验，可以得出同样的微分方程式，仅 β 有所不同，为

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{2Gc}{h t E}} \quad (b)$$

方程式 (5) 的解为：

$$\tau_x = A e^{\beta x} + B e^{-\beta x} \quad (c)$$

式中 A, B 为待定常数，由于剪切变形的对称性，可由下列条件求得：

$$\left. \begin{array}{l} \text{对于双剪: } \int_0^{\frac{a}{2}} 2 \tau_x dx = \frac{P}{2b} \\ \text{对于单剪: } \int_0^{\frac{a}{2}} 2 \tau_x dx = \frac{P}{b} \end{array} \right\} \quad (c)$$

$$x=0 \text{ 时 (单双剪同样), } \frac{\partial \tau_x}{\partial x} = 0 \quad (d)$$

把 (b) 式代入 (c), (d) 式，最后求得：

$$\text{双剪时: } A=B = \frac{P\beta}{4bG(e^{\frac{\beta a}{2}} - e^{-\frac{\beta a}{2}})} \quad (e)$$

$$\text{单剪时: } A=B = \frac{P\beta_1}{2bG(e^{\frac{\beta_1 a}{2}} - e^{-\frac{\beta_1 a}{2}})} \quad (f)$$

最后求得沿试样长度方向的剪应力分布为：

$$\text{双剪: } \tau_x = \frac{P\beta \cosh \beta x}{4b \sinh \beta \frac{a}{2}} \quad (7)$$

$$\text{单剪: } \tau_x = \frac{P\beta \cosh \beta_1 x}{2b \sinh \beta_1 \frac{a}{2}} \quad (7')$$

对于双剪、钢板厚度 $t=1.5$ 厘米， $E=2 \times 10^6$ 公斤/厘米²，试样

尺寸与性能取: $a=b=6$ 厘米, $h=0.9$ 厘米, $G_c=7 \times 10^2$ 公斤/厘米²,
按 $P_B=1200$ 公斤的计算结果如下:

$$\beta = 2.8 \times 10^{-2} \quad (\text{1/厘米})$$

$$\tau_{\max} = 16.84 \quad (\text{公斤/厘米}^2)$$

$$\tau_{\min} = 16.78 \quad (\text{公斤/厘米}^2)$$

最大剪应力与最小剪应力的相对误差为:

$$\frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{\tau_{\min}} = 0.3\%$$

对于单剪, 钢板厚度 $t_1 = 0.6$ 厘米, 其它同双剪, 按 $P_B = 600$ 公斤
的计算结果如下:

$$\beta_1 = 3.6 \times 10^{-2} \quad (\text{1/厘米})$$

$$\tau_{\max} = 16.74 \quad (\text{公斤/厘米}^2)$$

$$\tau_{\min} = 16.64 \quad (\text{公斤/厘米}^2)$$

最大剪应力与最小剪应力的相对误差为:

$$\frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{\tau_{\min}} = 0.6\%$$

由此可见, 剪应力沿着试样长度方向分布, 不论是双剪、单剪、都是均匀的。我们所采用的钢板刚度, 做象蜂窝夹层这类试样的剪切试验时, 其 β 值均很小。如果把 (7) 式中的双曲函数 $\sinh \frac{\beta a}{2}$, $\cosh \frac{\beta a}{2}$ 展开为幂函数级数,

$$\sinh \frac{\beta a}{2} = \frac{\beta a}{2} + \frac{(\frac{\beta a}{2})^3}{3!} + \frac{(\frac{\beta a}{2})^5}{5!} + \dots$$

$$\text{当 } \frac{\beta a}{2} \text{ 很小时, 则可以取 } \sinh \frac{\beta a}{2} = \frac{\beta a}{2}, \quad (g)$$

$$\text{而 } \cosh \beta x = \sqrt{1 + \sinh^2 \beta x} = \sqrt{1 + (\beta x)^2} = 1 \quad (h)$$

把 (g)、(h) 代入 (7) 式, 则得:

$$= 9 =$$

$$\left. \begin{aligned} \text{双剪: } \tau &= \frac{P\beta}{4b \frac{\beta a}{2}} = \frac{P}{2ab} \\ \text{单剪: } \tau &= \frac{P\beta_1}{2b \frac{\beta_1 a}{2}} = \frac{P}{ab} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

当试样为 $a=b$ 的正方形, P 为破坏荷时, 则为:

$$\left. \begin{aligned} \text{双剪: } \tau_c^B &= \frac{P_B}{2a^2} \\ \text{单剪: } \tau_c^B &= \frac{P_B}{a^2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(9) 式即为“试验方法”中所采用的计算蜂窝芯子剪切强度的计算公式。按 (9) 式计算的平均剪切强度与按 (7) 式计算的最大, 最小剪切强度相比, 其误差是很小的, 均小于 1%。

2. 荷载偏心力矩产生的附加应力

如图五所示, 对于双剪而言, 两侧的 1#、5# 钢板上所作用的 $P/2$ 荷载, 不是通过蜂窝芯子与钢板的剪切面, 这 $P/2$ 荷载与钢板表面由蜂窝芯子传递来的剪切力组成力矩, 对钢板及蜂窝芯子均要产生一定的影响。其受力简图如图七所示, 仅取其中 1# 钢板来分析, 如图七 a) 所示, 蜂窝芯子象许多弹簧一样支承钢板, 由于蜂窝芯子受剪, 钢板内侧承受均匀剪应力, 图七中 a) 的受力状态可以简化到图七中 b) 的受力简图。其中 q_x 为蜂窝芯子的弹性反力, 为 $q_x = -\frac{bEc}{h} y$, p_x 为由剪应力 τ_x 产生的已移到钢板中线上的分布荷载, 为 $p_x = \tau_x b$, M_x 为剪应力 τ_x 产生的偏心力矩, 为 $M_x = \frac{\tau_x b t}{2}$ 。为了便于分析, 可以进一步简化为图七 c) 的受力简图, 略去钢板中的轴向荷载 p_x , 把分布的力矩 M_x , 用一个作用在端部的集中力矩 M 来代替, 力矩 M 的大小, 可以从最大挠度等效的考虑来得到, 近似地有: $M = \frac{P_1 t}{12}$ 。针对图七 c) 的受力简图, 可以列出下列弹性基础梁的微分方程式:

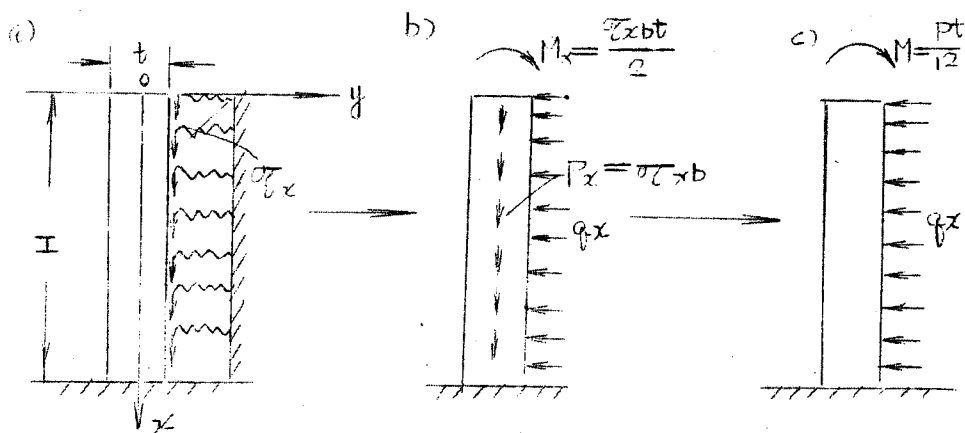


图 7

$$EJy'''' = -\frac{bEc}{R} y \quad (10)$$

$$\text{令} \quad R = \sqrt[4]{\frac{Ecb}{4EJ}} \quad (a)$$

(10)式则为:

$$y'''' + 4R^4 y = 0 \quad (11)$$

这微分方程的解为:

$$y = e^{kx} (A \cosh kd + B \sin kx) + e^{-kx} (C \cos kx + D \sin kx) \quad (12)$$

A、B、C、D四个常数，由边界条件决定。

当 $x = H$ 时，其挠度、转角为零，即:

$$y = 0, \quad y' = 0 \quad (b), (c)$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } EJy'' = M, \quad EJy''' = 0 \quad (d), (e)$$

由边界条件 (b) ~ (e) 最后求得:

$$A = \frac{2[\cos^2 kH + \sin^2 kH - e^{2kH}(\sin^2 kH - 2\sin kH \cos kH - \cos^2 kH)]}{e^{4kH}(\sin^2 kH + \cos^2 kH) + 2e^{2kH}(\sin^2 kH + 3\cos^2 kH) + \sin^2 kH + \cos^2 kH} \quad (f)$$

$$D = \frac{\alpha(\cos kH - e^{2kH} \sin kH) - A \cos kH (e^{2kH} + 1)}{(e^{2kH} + 1) \sin kH - 2 \cos kH} \quad (j)$$

$$B = \alpha + D \quad (k)$$

$$C = A - 2D - \alpha \quad (l)$$

式中: $\alpha = \frac{M}{2EJR^2}$

按上述同样的蜂窝芯子试样尺寸, 钢板尺寸。蜂窝芯子的平压弹性模量, 取实测值, $E_c = 1.6 \times 10^3$ (公斤/厘米²), 钢板长度, 双剪时取 $H = 12$ 厘米, 单剪时, 取 $H_1 = 9$ 厘米。计算结果如下:

$$\text{双剪: } k = \sqrt{\frac{1.6 \times 10^3 \times 12}{4 \times 2 \times 10^6 \times 1.5^3 \times 0.9}} = 0.168 \quad (1/\text{厘米})$$

$$\text{单剪: } k_1 = \sqrt{\frac{1.6 \times 10^3 \times 12}{4 \times 2 \times 10^6 \times 0.6^3 \times 0.9}} = 0.3332 \quad (1/\text{厘米})$$

$$kH = 2.015, \quad k_1 H_1 = 3.00$$

最后求得 (双剪时):

$$A = -0.0242\alpha$$

$$D = -0.963\alpha$$

$$B = 0.037\alpha$$

$$C = 0.902\alpha$$

当 $x=0$ 时, 其挠度最大:

$$y_{\max} = A + C = -0.0242 + 0.902\alpha = 0.878\alpha$$

P 取破坏时的荷载, $P_B = 1200$ 公斤, 求得:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{M}{2EJR^2} = \frac{Pt}{24EJR^2} = \frac{1200 \times 1.5 \times 12}{24 \times 2 \times 10^6 \times 6 \times 1.5^3 \times (0.168)^2} \\ &= 0.787 \times 10^{-3} (\text{cm}) \end{aligned}$$

$$y_{\max} = 0.878 \lambda = 0.682 \times 10^{-3} (\text{cm})$$

由于偏心力矩的作用，在蜂窝芯子中产生的最大挤压应力为：

$$\sigma_c = \varepsilon_c E_c = \frac{y_{\max}}{h} \cdot E_c = \frac{0.682 \times 10^{-3}}{0.9} \times 1.6 \times 10^5 = 1.22 (\text{公斤/厘米}^2)$$

以上计算中采用的芯压弹性模量 E_c 是按实测值、偏低，若取理论估计值 $E_c = 5 \times 10^5 (\text{公斤/厘米}^2)$ 来计算，最后求得的最大挤压应力为：

$$\sigma_c = \frac{y_{\max}}{h} \cdot E_c = \frac{0.446 \times 10^{-3}}{0.9} \times 5 \times 10^5 = 2.47 (\text{公斤/厘米}^2)$$

对于单剪，若忽略其侧向支承力的作用，按上述同样的方法，最后求得（对于上述单剪，是拉伸应力）。

$$\sigma_c = 1.69 (\text{公斤/厘米}^2), (\text{取 } E_c = 1.6 \times 10^5 \text{ 公斤/厘米}^2)$$

$$\sigma_c = 2.96 (\text{公斤/厘米}^2), (\text{取 } E_c = 5 \times 10^5 \text{ 公斤/厘米}^2)$$

由此可见，在单双剪试验中，由于荷载偏心力矩的作用，在试样端部有一定挤压应力或拉伸应力，对试验结果有一定影响。有时破坏的形状如图八所示。因此，更合理的试验方法，对于单剪要有横向支承，对于双剪、应把钢板做成如图九所示。两侧钢板在支承端部加工旁形，并能在水方向自由移动，使蜂窝芯子处于纯剪切状态。

3. 剪切模量的比较

从试验结果表 1.2 中可以看出，单剪所测的剪切模量远比双剪所测的小。对于正六边形蜂窝芯子的剪切模量可按下式作理论上的估算：

$$\left. \begin{aligned} G_c(\text{单}) &= 0.375 G_s \left(\frac{t_s}{c} \right) \\ G_c(\text{双}) &= 0.58 G_s \left(\frac{t_s}{c} \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中： G_s —— 蜂窝材料的剪切模量

t_s, c —— 蜂窝厚度、蜂格边长

取 $G_s = 2.7 \times 10^4 (\text{公斤/厘米}^2)$, $t_s = 0.12$ 毫米, $c = 4$ 毫米, 按(13)

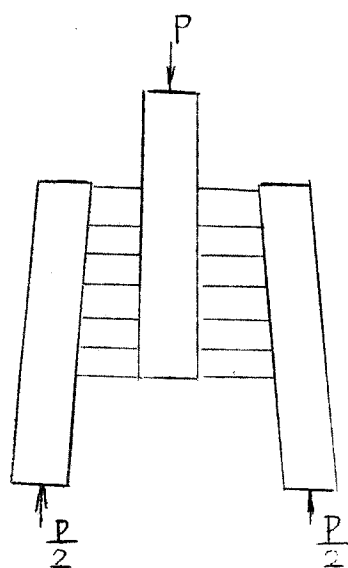


图 八

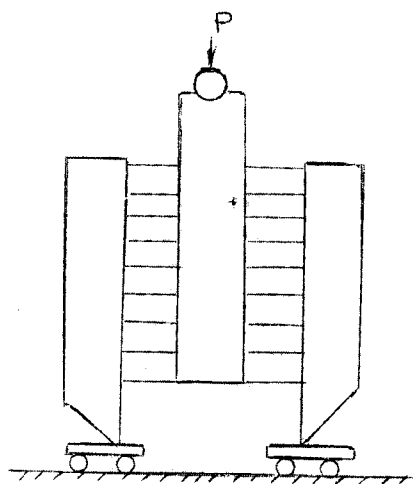


图 九

式的计算结果，与实测结果的比较列于表 3 中。

单双剪的实测结果与理论值的比较

表 3

项 目 测高方向	单 剪 实 测 值	双 剪 实 测 值	理 论 值	相对误差 (%)	
				单 剪	双 剪
经 向	278	770	710	0.1	8.4
纬 向	163	467	470	0.6	0.6

注：相对误差为：

$$\frac{G_{\text{实}} - G_{\text{理}}}{G_{\text{理}}} (\%)$$

由此可见，由单剪所测的剪切模量是太低，由双剪所测的结果，与理论值很符合，与三点外伸梁弯曲测得的结果也很符合。至于单剪产生这样大的误差，主要是以下二方面。

① 由以上分析可知，由于荷载偏心力矩的作用，钢板要产生变形与转动，而单剪测试样剪切变形的的方法，如图二所示，U型夹是装在钢板上，钢板的变形及转动，必将引起U型夹的转动。安装U型夹的这种钢板，其受力情况接近图七 c) 的受力简图，所不同的是靠加载一端在 $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{4}$ 长度范围

内是蜂窝支承。对于单剪， $M = \frac{Pt}{2}$ ， $H = 9$ 厘米。把 (12) 式求导一次，即为钢板的转角。

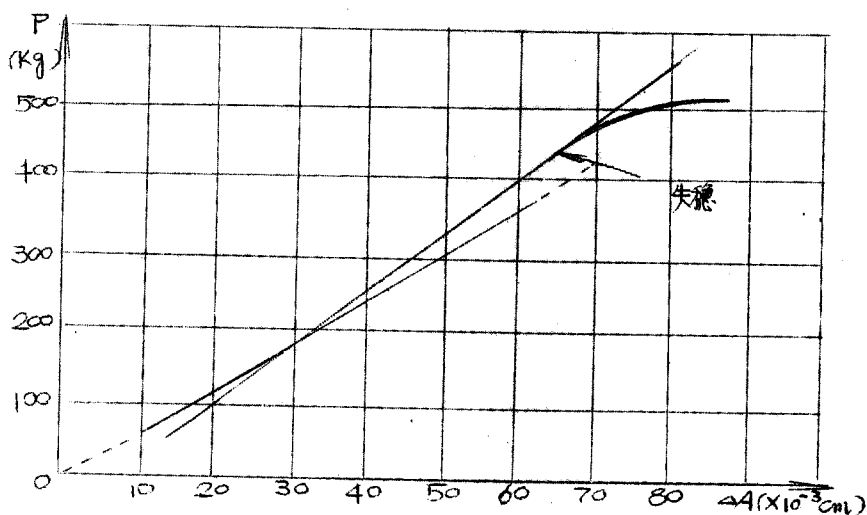
$$\theta = y' = Re^{kx} [(B-A) \sin kx + (A+B) \cos kx] + Re^{-kx} [(D-C) \cos kx - (C+D) \sin kx]$$

以 $P = 100$ 公斤的计算结果为：

$$\theta = 0.32 \times 10^{-3}$$

U型夹的臂长为 10 厘米，由于钢板的转动，将在百分表上产生 3.2×10^{-3} (厘米) 的位移，该位移为百分表读数的 30% 左右。实际上，夹其中的上滚轴与钢板是脱空的，有约为 0.5 毫米的空隙。因此，钢板除产生上述弯曲变形外，还要产生整个转动，这样转动的结果，在百分表上还要引起更大的读数，结果所测得的蜂窝芯子剪切模量偏低。

(2) 如图二所示，U型夹与百分表装在不同的基础上，这样的结果使得百分表的读数包括钢板本身的轴向变形，钢板端部与夹具间的空隙及夹具变形等。这些变形的影响程度可以从图十中的实测 $P-\Delta A$ 曲线反映出来。并且由于这些附加变形的影响，使得 $P-\Delta A$ 曲线不真实，从曲线上反映出来的蜂窝剪切失稳点也偏高。



图十 单剪试验的 $P-\Delta A$ 曲线