

作業研究

(計劃管制)

編著者 ■ 楊 蓉 昌
校訂者 ■ 陳 定 國 博士

台大商研所所長 技研院金工所主任



新學識文教出版中心 編行

作業研究

(計劃管制)



編著者■楊 蓉 昌
校訂者■陳定國博士

版權所有



翻印必究

行政院新聞局出版事業登記證

局版臺業字第0980號

作業研究

■執筆者：楊 蓉 昌

■發行人：李 咩
■兼主編：

■出版者：新學識文教出版中心

台北市新中街10巷7號
郵撥帳號：109262

☎ 7656502 7656992

台北・力行書局(重慶南路I)

台中・中央書局(中正路125號)

■特約經銷處：台南・標竿書局(博愛路119號)

高雄・超大書城(地下街一層)

香港・啓文書局(3998號信箱)

■校勘者：楊 蓉 昌

■印刷所：新學識文教出版中心

●科技為現代學術中心。

●工業為國家圖存利器。

●工科大專為科技與工業的接點；

●教學同仁于此接點散發無限光、熱、

●教材則為發射光、熱的『能源』。

願 工科大專教學同仁

更多、更廣泛的參與我們
合作編著、出版的行列：

「協力開發『能源』，

「光探學術遠景」

「照亮國家前途！」

1981年6月出版 ● 基價：5元2角

出版說明

- 本書作者楊蓉昌先生于國內外從事管理科學研究、應用與教學工作多年，現將其心得編為講義，再修訂增補整理而成本書。除可作大專院校「作業研究」、「計劃管制」等課程的教材外，對各生產事業單位或工廠的生產政策、儲運補給管理以及成本控制等亦可提供為管理決策必需的參考資料。
- 因本書各章皆先自廓清基本觀念始，而闡釋理論時復以例題配合解說，故容易對學理與實務貫通、了解。所用數學程式不僅簡明易解，且書末附有「管理數學綱要」，便于自修複習參考。
- 作者將本書原稿送交中心後，當即拜請國立台灣大學商學研究所所長兼工業技術研究院金工研究所主任陳定國博士審閱，深獲嘉許（評語全文刊本書封底）。——陳博士為國內當代管理科學權威，言必有徵，此亦本書足為讀者信賴的保證。
- 本書之編寫與審閱、校訂歷程雖甚細密，但匆促付印，疏誤之處恐仍不免；誠盼方家續多匡正是感！

新學城出版中心 謹誌
發行人兼主編 李時

第 1 章 緒 論 (1 ~ 8)

- 1 - 1 作業研究的發展經過 (1)
- 1 - 2 作業研究的意義 (3)
- 1 - 3 作業研究的特性 (3)
- 1 - 4 作業研究的應用 (5)
- 1 - 5 作業研究的未來展望 (6)

第 2 章 線性規劃理論 (1 ~ 36)

- 2 - 1 線性規劃的意義 (1)
- 2 - 2 圖解法 (3)
- 2 - 3 單形法 (7)
- 2 - 4 線性規劃的對偶解法 (17)
- 2 - 5 線性規劃電腦求解程式 (20)

第 3 章 存貨控制理論 (1 ~ 18)

- 3 - 1 存貨的意義 (1)
- 3 - 2 一次訂貨的存貨問題 (2)
- 3 - 3 多次訂貨的存貨問題 (7)

第 4 章 計劃評核術——計劃管制方法 (1 ~ 24)

- 4 - 1 計劃管制的意義 (1)
- 4 - 2 計劃評核術的發展 (2)
- 4 - 3 計劃評核術——(計劃管制之優點) (3)
- 4 - 4 網狀圖的表示法(實施計劃管制要務之一) (4)
- 4 - 5 網狀圖的時間計算(實施計劃管制要務之一) (11)
- 4 - 6 要徑的運用(實施計劃管制要務之三) (17)

第 5 章 損益平衡分析 (1 ~ 17)

- 5 - 1 損益平衡分析的意義 (1)
- 5 - 2 損益平衡分析的數學模式 (4)
- 5 - 3 損益平衡分析的功用 (5)
- 5 - 4 價格發生變動時的分析 (8)
- 5 - 5 變動成本發生變動時的分析 (11)
- 5 - 6 固定成本發生變動時的分析 (13)
- 5 - 7 固定成本、變動成本、以及售價同時發生變動時的成本 (14)

第 6 章 競賽理論 (1 ~ 24)

- 6 - 1 競賽理論的意義 (1)
- 6 - 2 兩人零和競賽 (2)
- 6 - 3 兩人非零和競賽 (12)
- 6 - 4 局部競賽解法 (13)

第 7 章 等候線理論 (1 ~ 27)

- 7 - 1 等候線的意義 (1)
- 7 - 2 等候系統的結構 (2)
- 7 - 3 等候線理論慣用的服務規則及假設 (4)
- 7 - 4 等候系統的求解模式 (4)

第 8 章 運輸及指派問題 (1 ~ 13)

- 8 - 1 運輸法及指派法的意義 (1)
- 8 - 2 運輸法—西北角法及基礎法 (1)
- 8 - 3 運輸法—修正分配法 (4)
- 8 - 4 供給量小於需求量之運輸方法 (8)
- 8 - 5 指派法—匈牙利法 (9)

第 9 章 決策理論 (1 ~ 31)

- 9 - 1 決策理論的意義 (1)
- 9 - 2 確定情況下的決策問題 (4)
- 9 - 3 風險情況下的決策問題 (5)
- 9 - 4 不確定情況下的決策問題 (16)
- 9 - 5 不確定情況下的決策問題 (17)

第 10 章 電腦模擬 (1 ~ 21)

- 10 - 1 電腦模擬的意義 (1)
- 10 - 2 電腦模擬概說 (2)
- 10 - 3 電腦模擬的功用 (5)
- 10 - 4 模擬的原則與步驟 (6)
- 10 - 5 模擬使用的電腦語言 (8)
- 10 - 6 蒙地卡羅法 (10)
- 10 - 7 實例研討 (12)

附 錄 管理數學綱要 (1 ~ 82)

- 0 - 1 數的分類 (1)
- 0 - 2 實數公理與絕對值 (2)
- 0 - 3 指數與對數 (3)
- 0 - 4 集合論 (6)
- 0 - 5 直綫方程式 (15)
- 0 - 6 曲線方程式 (30)
- 0 - 7 聯立方程式 (35)
- 0 - 8 微分 (37)
- 0 - 9 積分 (65)

1

緒論

1-1 作業研究的發展經過

作業研究 (Operations Research) 係二次世界大戰期間的一門管理科學技術，唯在上古時代人類早已知道如何運用人力，分配工作，並能互相合作以發揮群力，形成社會制度共同生活，只是未究其道理而已。例如公元前三千年的宗教僧侶閃族人 (Sumerians) 就曾發明一種文字，將一切交易行為、法律和歷史，應用文字加以記錄，以便作為損益分析的依據，尼布查理薩國王 (Nebuchadnezzar) 更應用各種生產控制主持許多工程建設，並設計一套顏色掛籤制度，在紡織工廠中，作為綿紗生產流程有效觀察與管制之標識。

迨至 19 世紀末期，科學管理創始人泰勒氏 (Frederick Taylor)，首先在伯利恒鋼鐵廠對於鐵塊搬運，煤炭的鏟掘以及金屬切割等工作，實施時間與動作的研究，並運用計量方法 (Quantitative Method) 解決各種管理上的問題，發展出一套科學管理方法以代替不切實際的經驗法則。

在第一次世界大戰期間，湯姆愛迪生 (Thomas Edison) 受命研究海軍船

隊的航行問題，以期減少敵人潛艇攻擊之損失。直至第二次世界大戰中期，英國在極度危急的情況下，軍方徵召各方學者，包括經濟學家、數學家、及統計學家以集思廣益方式從事各項國防問題之研究，俾將有限的國防資源作最有效的調配與運用，以期發揮最高的戰力。

由上可知，作業研究在二次世界大戰以前已有概念，但其真正發展則以二次世界大戰時期最為迅速，且由於英國國防部的積極推動，得以迅速發展，其發展過程如下：

1939年英國防空司令部為研究如何應用新發明的雷達（Radar）偵測敵機，並研究如何將有限的雷達裝備作有效的配置，期能儘早發現敵機並縮短警報系統傳遞時間，以減少德國空軍空襲所造成的損害，特別徵召一批科學家成立作戰研究小組（Operational Research Team）此為作業研究小組的創始，後經英國防空司令部擴大軍用範圍，從事破壞德國潛艇在英倫海峽活動之研究，並利用機率原理（Probability Theory），調整炸彈信管在深水中爆炸時間，使飛機投彈轟炸敵潛艇的命中率加大，其效果非常良好，因此大大地削減了德國潛艇的攻擊力量。

美國國防研究委員會主席康南特博士（Dr. J. V. Conant）於1940年秋訪問倫敦時，對英國所發展的作業研究成果甚為重視，返美後乃建議國防部進行此項研究工作。1942年秋，美軍便成立第一個作戰研究小組，該組即展開工作，並研究運用B-29轟炸機夜襲日本本土的計劃獲致成效，使飛機投彈命中率由15%提高到60%以上。1943年美國海軍又委託哥倫比亞大學的莫斯教授（Dr. P. M. Morse）及其七位專家共同研究海陸空聯合作戰策略，亦即諾曼第登陸作戰計劃，結果在艾森豪帥統率下登陸成功，並獲致輝煌成果。

二次大戰以後，世界先進國家鑑於作業研究的有效發揮，復由於戰後各國經驗資源之貧乏，工商業百廢待舉。於是各方學者專家均應用作業研究的方法，迅將戰時工業體制轉變為配合民生需要的生產工業，並將有限的經濟資源加以適切的調配，與有效的運用，使戰後各國能迅速復原，作業研究方法之貢獻至大。

戰後，由於作業研究之技術不斷創新改進，迄今管理科學中的作業研究方法已成為管理人員所必需的知識，其內容亦由單純問題的研究演變為廣泛管理的運用，因此作業研究已普遍地應用於企業管理工作上，且已成為決策者必需的分析

工具。

1-2 作業研究的意義

作業研究雖經卅多年的快速發展，唯各學者對此一名詞的意義仍有不同的解釋，見仁見智，難臻一致。

麻省理工學院教授莫斯（P.M. Morse）和金波（G.E. Kimball）在合著「作業研究方法（Method of Operations Research）」一書中的定義：「作業研究是用科學方法提供計量的準則，俾便決策部門作為各項作業活動決策的基礎」。

加州大學教授邱奇門（C.V. Churchman）、阿可夫（R.L. Ackoff）與阿諾夫（E.L. Arnoff）三人合著「作業研究導論（Introduction to Operations Research）」一書中所下的定義：「作業研究係應用科學方法、技巧、及工具以研究解決有系統（System）中的各項作業問題，俾能提供決策者獲致解決問題的最佳方案（Optimum Solution）」。

米勒（D.W. Miller）與史塔爾（M.K. Starr）合著之「管理決策和作業研究（Executive Decisions and Operations Research）」一書中之定義稱：「作業研究是一種應用的決策理論，運用科學的、數學的、或邏輯的方法，幫助決策者克服其所面臨的困難問題。以求取理想的決策」。

由以上各學者對作業研究所下之定義可綜合獲致下列意義：「作業研究係以科學的計量方法（Quantitative Method）及數學的求解技巧，來分析管理者常見的問題，提供具體的數據及可行的方案，俾供決策者（Decision Maker）下達決策依據的一種管理科學」。

1-3 作業研究的特性

I 強調計量方法：

作業研究乃對管理上所遭遇的問題，作數量化的陳述，以確定其解決之方案

目標，蓋因目標不止一項，作業人員必須從多項目標中，找出最佳目標（Optimum Objective），其所導出的目標必對整體計劃有利。此一有利目標方案係運用計量方法（Quantitative Method）及數學分析法則，獲致最適答案。

II 運用數學模式（Mathematical Model）：

研究系統中之各項變數，首應運用各種計量分析法則或運用機率理論（Probability Theory）求解，或以數學模式運算以尋求最低成本及最大利潤之解決方案。

III 敏感性分析（Sensitivity Analysis）：

作業研究所建立的各種數學模式中，各項計量數值在應用後常有變動情形，此項變動對最佳策略之影響如何？即為敏感性分析所探討的問題。例如在存貨控制模式中，貨品的進價、籌購、存管成本、及貨品需求量均有增減時，其對總成本之影響即謂敏感性分析，所以在討論存貨控制問題時，不但要尋求使全年存貨總成本至最低的有利策略，還要進一步分析此一策略對計量數值變動的敏感性程度。

IV 提供決策資料：

決策主管對複雜的問題大多無法憑經驗或臆斷下達決心，而作業研究的各種計量方法可協助決策者研究分析擬訂最佳方案，提供決策者解決問題與制定決策。

V 利用科學工具、技巧及方法：

作業研究係利用科學方法，以計量方法獲致正確答案，提供主管階層訂定決策之參考。科學方法使用計量之工具很多，除用科學之推理及綜合外，並可運用數學上之運算法則，如微積分、微分方程、機率論……等。將整個問題有關之資料，依問題之特性，逐步求得解答，以協助決策者研究整體系統中，對各項資源作有效的調配與運用，以達成總體目標。

1-4 作業研究的應用

作業研究所能分析的範圍非常廣泛，主要應用在研究如何控制最低成本與追求最大利潤，藉以協助解決管理上的問題，政府機構及工商企業的業務越來越複雜，因此對業務管理和計劃之策定不能單憑經驗或臆斷，而須應用資訊系統的數據或運用計量方法所得的正確資料，作為決策主管下達決心的依據，因此作業研究所用的各種計量方法，如用於主管決策分析，必能穩操勝算。尤其，工商企業、國防軍事均充滿了競爭對抗，高級決策主管更應隨時吸收新觀念和新知識，以加強其分析能力，獲致最佳決策，使工商企業突飛猛進，使三軍戰力提高，立於不敗之地。

政府機構及工商企業對於作業研究的運用範圍已相當廣泛，茲簡介如下：

I 經濟資源分配問題：

現代管理最重要的問題在如何將國家資源如土地、勞力、設備及資本等作最有效的分配運用，以發揮整體的效益，如何運用有限資源，以達成成本低利潤高的目標，可運用線性規劃（Linear Programming）方法研究分析。

II 生產與庫存問題：

作業研究可用以研究生產資源之分配與生產規模問題，亦即研究一次生產之多少，才是最經驗的生產批量（Economic Lot Size），此種問題之研究須分析其成本因素、存貨基準（Inventory Level）及總成本函數，並應用存貨控制理論（Inventory Control）來決定總成本為最小的生產規模。

III 計劃管制問題：

在管理問題上，時間是一個關鍵性因素，為使計劃或工作執行迅速完成，有賴各項作業妥善協調與安排，始能有效地運用各種資源，保持工作進度的穩定，以往對於工作進度的規劃與控制，均採用甘特圖表（Gantt Chart），近年來，由於工作計劃日趨複雜，諸如工程設計、施工、物料採購、軍品生產，以及千

萬種零件的裝配作業等，均需以時間控制優先次序，密切配合進行，此類計劃作業應運用計劃評核術（Program Review and Evaluation Technique），藉以瞭解工作流程中之關鍵所在，並運用要徑法（Critical Path Method）作重點之管制。

IV 運輸問題：

假設有若干生產工廠需要裝運一批產品到數個經銷商，在一定時期內，各生產工廠都有最高產量限制，而各經銷商又有一定的需求，從每一產地運到每一販賣地，其單位運輸成本因路線不同而有差異，如何運送始能達到成本最低或時間最快，此類問題之分析，可借助運輸模式（Transportation Model）解決，此外究竟應派何人擔任何項工作才能獲致最大利益等問題，可採用指派理論（Assignment Method）來求解。

V 競賽問題：

當企業經營者訂定一種決策方案時，如何克服商業界相互競爭與抵制等困難，可採用競賽理論（Game Theory）來研究分析各種對策。

VI 市場預測問題：

在企業經營的過程中，為觀察或預測消費者對某項產品的愛好和變動之趨向，可應用馬可夫分析（Markov Analysis）法作為管理分析的工具。

1-5 作業研究的未來展望

由於學術理論經常領先實務，以致理論與實務之間往往存有一段距離，因此常有人誤以為理論不切實際；其實，實務之所以能夠不斷改進與發展，主要是由於理論的指引與推動。

I 作業研究迅速發展的原因：

近年來作業研究之迅速發展，且受到世界科技先進國家普遍重視與廣泛應用

• 主要有三個原因：

i) 管理與決策問題日益複雜，不能僅憑經驗或直覺判斷下達決策，而須運用現存資料計量分析，以期減少決策的風險，並增加決策方案的可行性，因此決策階層日益迫切能以科學方法提供決策所需資料。

ii) 各種計量求解技術與運算方法可協助主管人員對複雜問題從事客觀分析與週密思考，有利於對實際問題的探求，以策訂最經濟合理的決策。

iii) 電腦的性能日益精良，能於極短時間內從事複雜而龐大的數量運算，且由於電腦性能迅速正確，不但可節省人力時間並減少人工作業錯誤，已成為作業研究不可少的工具。

II 作業研究的未來展望：

i) 能否獲得高階決策主管的重視與信任。

ii) 能否取得基層工作人員的密切合作。

由於各階層決策人員，大多係在廿多年以前接受舊式教育，對新的管理科學知識教育，大多缺乏瞭解，而且決策主管亦因事務繁忙，沒有時間也很少有興趣去閱讀管科的專門性書籍，以致不易吸收新觀念和新知識，因此對新方法和新的管理技術均不願採用。

任何制度之建立或革新，皆有賴高級主管的重視與支持，方能有效執行並對各級管理人員建立信心，因而促進全面的應用與推廣。否則，再完善的計劃或方法都是空想；同理各種計量方法的運用要想有效的推行，亦須各有關方面密切配合才能通力合作發揮整體功能。

作業研究的理論及方法，能否有效運用於計劃作業上，端賴決策主管的重視與否，而基層業務執行人員的充份合作亦為成功的重要因素。

各級決策人員對作業研究獲得的結果，亦應詳細研究效果分析，才能發揮其最大效用。

■ 習題

- 1 作業研究如何在第二次世界大戰中起源於英國，而戰後却在美國迅速的發展？

- 2 如何有效運用作業研究中的計量方法從事更明確的決策分析？
- 3 試述作業研究的未來展望？

2

線性規劃理論

2-1 線性規劃的意義

線性規劃 (Linear Programming) 為計量管理學中最主要方法之一，目的在如何分配有限的經濟資源，以發揮其最高效用。

不論軍事、工商各界，所能運用的有形資源，不外人力、物力、財力、空間、時間等等，由於資源非常稀少 (Scarce)，加上各種不可避免的限制因素，使得決策者在運用資源時，不得不作妥善的分配，希望能以最低的代價，獲取最高的效用，線性規劃理論就是規劃資源的一種計量工具，在各種資源的限制條件 (Constraints) 下，將有關問題及數據以數學模式 (Mathematical Model) 方式列出，再對問題進行分析與研究，然後採用計量分析 (Quantitative Analysis) 的技巧，以求得最佳方案 (Optimum Solution)，提供決策階層下達決策 (Decision-making) 之依據。

線性規劃理論是企業家、管理學者、工程師、經濟學家、及數學家共同努力的心血結晶，應用於管理決策之效用相當顯著，且在近數十年來發展極為迅速，

已廣泛地應用於各種資源調配的問題分析方面，並且藉電子計算機（Computer）的幫助，可迅速地求得最佳方案，線性規劃是解決管理問題的計量方法中，最具效果的技術，隨着國家的經濟成長，線性規劃將日益受到重視，以實現「人盡其才、地盡其利、物盡其用、貨暢其流」的最高理想。

線性規劃所能解決的管理問題，其有關的未知數中，應變數（Dependent Variable）與自變數（Independent Variables）兩者之間須呈線性（Linear）關係，始可用線性規劃法求解，問題中的應變數通常表示求取某項經濟上的目標（Objectives）即利潤（Profits）、成本（Costs）、產量（Products）及運送容量（Capacity）等之極大值（Maximum）或極小值（Minimum）。問題中的自變數乃是指運用各有關經濟資源的數量，而這些自變數受到經濟資源的限制，根據上述特性，可以寫出線性規劃的一般形式（General Form）如下：

$$\begin{aligned} \text{Max. or Min. } f(x) &= C_1 x_1 + C_2 x_2 + \cdots + C_n x_n \\ \text{Subject to} \quad & a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \cdots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\ & a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \cdots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\ & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ & a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \cdots + a_{mn} x_n \leq b_m \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

上述線性規劃的一般形式中， $f(x)$ 為應變數，而 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 則表示影響 $f(x)$ 的自變數，所以第一式我們稱之為線性規劃的目標函數（Objective Function），而此目標函數必須不違反各種資源限制因素所形成的聯立方程組（System of Equations）。各項限制式之常數項 b_i 左邊之符號也可能為二或 $\leq$ 的形式。

因此，線性規劃的解答，是一組自變數的值，可滿足目標函數的最適解（Optimum Solution），且能符合各種有關的限制條件。

解決線性規劃問題的方法有圖解法（Graph Method）和單形法（Simplex Method）兩種，圖解法對只含兩個變數的問題，很容易地可求出問題的答案，但如果問題中所含之變數增多時，圖形所代表的立體空間，便不太容易顯