

DAXUE WULI

大学物理

(下册)

主编 邓文基

编写 文德华 李仁英 汪红翎 王琴惠

华南理工大学出版社

精品课程教材

大学物理

(下册)

**主 编 邓文基
编 写 文德华 李仁英 汪红翎 王琴惠**

**华南理工大学出版社
·广州·**

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.下册/邓文基主编 .—广州:华南理工大学出版社,2009.7
ISBN 978 - 7 - 5623 - 2763 - 9

I . 大… II . 邓… III . 物理学-高等学校-教材 IV .O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 089103 号

总 发 行: 华南理工大学出版社 (广州五山华南理工大学 17 号楼,邮编 510640)

营销部电话: 020 - 87113487 87110964 87111048(传真)

E-mail: z2cb@scut.edu.cn http://www.scutpress.com.cn

责任编辑: 欧建岸

印 刷 者: 湛江日报社印刷厂

开 本: 787mm×960mm 1/16 **印 张:** 21.25 **字 数:** 433 千

版 次: 2009 年 7 月第 1 版 2009 年 7 月第 1 次印刷

印 数: 1~5 000 册

定 价: 35.50 元

版权所有 盗版必究

目 录

第五篇 电磁学

第十七章 真空中的静电场	3
17.1 库仑定律.....	3
17.2 电场 电场强度.....	7
17.3 电通量与高斯定理	17
17.4 静电场的环路定理与电势	25
17.5 等势面 场强与电势的微分关系	33
习题	38
第十八章 静电场中的导体和电介质	44
18.1 静电场中的导体	44
18.2 静电场中的介质 介质中的高斯定理	54
18.3 电容和电容器	64
* 18.4 铁电体 压电效应	71
18.5 电场的能量	73
习题	85
第十九章 稳恒磁场	90
19.1 稳恒电流	90
19.2 磁场与磁感应强度.....	102
19.3 毕奥—萨伐尔定律.....	105
19.4 匀速运动点电荷的磁场.....	110
19.5 磁场的高斯定理和安培环路定理.....	111
习题.....	116
第二十章 磁场对电流的作用	119
20.1 磁场对运动电荷的作用.....	119
20.2 磁场对载流导线的作用.....	124
20.3 均匀磁场对载流线圈的作用.....	128
20.4 磁力做功.....	130
习题.....	132

第二十一章 磁介质	136
21.1 磁介质及其磁化.....	136
21.2 磁介质中的高斯定理与安培环路定理.....	141
21.3 铁磁质.....	144
* 21.4 超导电性	148
习题.....	160
第二十二章 电磁感应	162
22.1 法拉第电磁感应定律.....	162
22.2 动生电动势与感生电动势.....	164
22.3 自感、互感.....	176
22.4 磁场的能量.....	181
习题.....	183
第二十三章 麦克斯韦方程组与电磁波	188
23.1 位移电流与全电流定律.....	188
23.2 麦克斯韦方程组.....	192
23.3 电磁波.....	194
习题.....	197

第六篇 近代物理

第二十四章 狹义相对论	203
24.1 狹义相对论基本原理.....	203
24.2 狹义相对论时空观.....	211
24.3 相对论力学.....	218
* 24.4 相对论电动力学基础	224
习题.....	231
第二十五章 波粒二象性	234
25.1 光的粒子性.....	234
25.2 电子的波动性.....	250
25.3 海森伯不确定关系.....	255
习题.....	258
第二十六章 概率波	260
26.1 概率波.....	260
26.2 态叠加原理.....	264
26.3 薛定谔方程.....	266

26.4 定态薛定谔方程的应用.....	270
习题.....	290
第二十七章 激光.....	294
27.1 原子的自发辐射、受激辐射和受激吸收.....	294
27.2 激光产生的条件.....	296
27.3 常见激光器及其主要性能.....	298
27.4 激光的特性及其应用.....	300
习题.....	302
第二十八章 固体的能带理论基础.....	303
28.1 固体的能带结构.....	303
28.2 导体 半导体 绝缘体.....	305
28.3 半导体的导电机制.....	306
习题.....	310
第二十九章 广义相对论 天体物理与宇宙学.....	311
29.1 广义相对论基础.....	311
29.2 致密天体.....	314
29.3 宇宙学基础.....	318
习题参考答案.....	324

第五篇 电磁学

电磁运动是物质运动的一种最基本的运动形式。电磁学是研究电磁场的基本性质和基本规律以及电磁场与物质的相互作用的科学。电磁学在现代物理学中占有重要地位。

电磁学起源于人类的生产活动，并随着生产的发展而逐步完善。远在公元前6世纪，希腊哲学家塞利斯（Thales）已记载了用布摩擦过的琥珀能吸引草屑的现象。同一时期即春秋战国末年我国人民发现了磁铁矿吸铁的现象，并用天然磁石制成了指南针用于航海事业，还发现了地磁偏角。我国是发现天然磁石、发明指南针和发现地磁偏角最早的国家，在磁学发展史上留下了光辉的一页。关于电磁现象的定量理论研究，最早可以从库仑（Coulomb）1785年研究电荷之间相互作用算起，其后通过泊松（Poisson）、高斯（Gauss）等人的研究形成了静电场（以及静磁场）的理论。伽伐尼（Galvani）于1786年发现了电流，后经伏特（Volta）、欧姆（Ohm）、法拉第（Faraday）等人发现了关于电流的定律。人们最初曾认为电现象和磁现象是互不相关的，直到1819年奥斯特（H.C.Oersted）发现了电流对磁针的作用，人们才开始认识到电和磁的关系。此后一两年内，毕奥（Biot）、萨伐尔（Savart）、安培（Ampere）、拉普拉斯（Laplace）等作了进一步定量的研究。1831年法拉第发现了电磁感应现象及其规律，并提出了场和场线的概念，使人们对电现象和磁现象的内在关系有了更深刻的认识。1865年，麦克斯韦（J.C.Maxwell）在前人工作的基础上提出了涡旋电场和位移电流两个假说，以其深刻的物理思想、高超的数学技巧建立了系统的电磁场理论，并由此预言了电磁波的存在，且指出光是一种电磁波，使光学成为电磁场理论的组成部分，完成了电、磁、光现象的理论大综合。

现在，电磁学理论已在工农业生产、科学研究及日常生活等方面得到极其广泛的应用，也已成为人类深入认识物质世界必不可少的基本理论。一切电磁器件和光电器件，例如电动机、发电机、电视机、微波炉、雷达、高能加速器、电子显微镜和电子计算机等，莫不依赖于电磁学的基本原理，而电工学、无线电电子学、无线电技术和集成电路技术等，都是在电磁学的基础上建立和发展起来的。

本篇将介绍电磁现象、电磁规律及其在生产和科研中的一些应用。由于电和磁有着密切的联系，电场和磁场是统一的电磁场的两个侧面，因此本篇先分别讨论电现象和磁现象，再讨论电和磁的联系，介绍统一的电磁运动的规律。

第十七章 真空中的静电场

相对于观察者静止的电荷所激发的电场称为静电场。本章主要研究真空中静电场的基本性质和规律。

本章以库仑定律和场强叠加原理为基础推出静电场的两个基本定理——高斯定理和静电场环路定理，引入两个描述电场性质的物理量——场强和电势，并讨论由已知场源电荷的分布计算空间场强和电势分布的方法。在本章中首次引入的场的观念和介绍场的研究方法，对后续内容磁场的研究也有借鉴意义。本章所涉及的内容，就思维方法来讲，对整个电磁学甚至整个物理学都具有典型的意义。

17.1 库仑定律

17.1.1 电荷及其性质

具有吸引羽毛、纸片等轻小物体性质的物体称为带电体。使物体带电的过程称为起电（Electrification）。人们可以用摩擦或其他方法使物体带电，并把带电体所带的电称为电荷（Electric Charge）。实验指出，电荷有两种，而且只有两种：一种是被丝绸摩擦过的玻璃棒所带的电荷，称为正电荷；另一种是毛皮摩擦过的橡胶棒所带的电荷，称为负电荷。近代理论使我们对物质带电的本质有了进一步认识，物质电结构理论使我们认识到各种物质都由分子、原子组成；原子由原子核及核外电子组成；原子核又由中子和质子组成；中子不带电，质子带正电，电子带负电。通常状态下原予呈电中性（Electric Neutrality），即原子中核内质子数与核外电子数相等。当两不同物体相互摩擦时，可使一物体失去一些电子而带正电，另一物体得到电子而带负电。物质电结构理论进一步表明：电荷是实物粒子的一种属性，它描述了实物粒子的电性质，正如质量反映实物粒子惯性或引力属性一样。一切实物粒子（无论宏观粒子还是微观粒子）都有一定质量，但带电性质则可以不同。电荷只能随带电的基本粒子（电子、质子）的迁移而迁移，一切物体的原子核一般是不容易迁移的，所以物体带电的本质是在两种物体间发生了电子的转移。

物体所带电荷数量的多少称为电荷量（Electric Quantity），常用 Q 或 q 表示。在国际单位制中，它的单位是库仑，符号为 C。实验证明，在自然界中带电体所带电荷量总是一个基本单元的整数倍。这一基本单元的电荷量是电子具有电荷量的绝对值，以 e 表示，称为元电荷（Elementary Charge）。任意带电体所带

电荷量可表示为

$$q = ne$$

n 为整数。电荷的这一特性称为电荷量子化 (Charge Quantization)。经近代测定，元电荷的量值 $e = 1.60217733(49) \times 10^{-19} \text{ C} \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ 。

现在已经知道基本粒子所具有的电荷量都是元电荷的整数倍。尽管近代物理从理论上指出，基本粒子（如质子、中子等强子）都是由分别具有 $\pm \frac{1}{3} e$ 和 $\pm \frac{2}{3} e$ 电荷量的夸克或反夸克组成，但这并不破坏电荷量子化的规律。因为，由于夸克禁闭，至今尚未在实验上发现单独存在的夸克，仅在一些间接的实验中验证了夸克的存在。

在物体的带电过程中，随着带电粒子的迁移，物体所带电荷可以从一个物体迁移到另一个物体上，但其所构成的系统的电荷总量既不会增加，也不会减少。实验证明，在一个孤立带电系统中（即没有净电荷通过系统界面），无论发生怎样的物理过程与化学过程，系统所具有的正负电荷的代数和总是保持不变。这就是电荷守恒定律 (Law of Conservation Charge)。电荷守恒定律在微观领域内也被证明是正确的。

此外，实验证明，物体所带电荷与它的运动状态无关。当质子和电子处在加速器中时，随着它们速度的变化，其质量变化是显著的，但电荷却没有任何变化。电荷的这一性质表明系统所带电荷与参考系的选取无关，即电荷具有运动不变性或相对论不变性。

17.1.2 库仑定律

1. 点电荷

从 18 世纪开始，不少人研究电荷之间的相互作用力的定量规律，最先研究的是静止电荷之间的相互作用力。研究静止电荷之间相互作用的理论叫静电学 (Electrostatics)。

实验发现，真空中两个静止带电体之间的电性相互作用力，不仅与两个带电体的电量、距离有关，而且与它们的大小、形状以及电荷在带电体上的分布有关。当带电体的几何线度远小于带电体之间的距离时，带电体的大小、形状以及电荷在带电体上的分布对它们之间的相互作用力的影响非常小，可以忽略不计，即可以把带电体所带的电荷看成集中在一个“点”上而视为点电荷。带电体被简化为点电荷后，可以用一个几何点标志它的位置，两个带电体之间的距离就是标志它们位置的两个几何点之间的距离。点电荷是理想模型。至于带电体的几何线度比带电体之间的距离小多少才能把带电体当做点电荷，要根据具体问题要求的精确度来确定。

2. 库仑定律

法国物理学家库仑发明了扭秤，并用扭秤研究两个点电荷之间的相互作用力（即库仑力）的规律。1785年库仑发表了他的实验结果，这就是库仑定律（Coulomb Law）。

扭秤装置如图 17-1 所示。如果小球 A 和 B 都带电，则作用在小球 A 上的静电力将使悬丝扭转。为了使两个带电小球保持在实验时所需要的特定距离，可将悬头扭转一角度 θ ，以抵消悬丝的扭转效应，测量出角度 θ 的大小就可以确定作用在带电小球 A 上的力。

实验结果指出：

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

式中， F 是作用于 A 和 B 这两个带电小球上的相互作用力的量值， r 是 A 和 B 间的距离。这两个力沿着两电荷的连线而指向相反的方向。注意，即使这两个电荷的大小不等，作用于每个电荷的力的大小也是相等的。

库仑还利用扭秤研究电荷间的相互作用力怎样随着电荷的相对量值的改变而改变。当时，人们还没有其他方法可以用来检验或测量电荷，只能根据电荷间的静电力来检验。而静电力与电荷量间的关系正是库仑所要解决的问题。库仑用巧妙的方法解决了这个问题。取两个完全相同的金属球，一个带电，一个不带电。如果让这两个球接触，则原来的电荷必然均等地分配于这两个金属球上。这一点可以用扭秤来验证。使图 17-1 中 B 球的电荷保持不变，令 A 球与另一完全相同的金属球 C 相碰，然后测量 A 与 B 及 C 与 B 间的相互作用力。可以测得当距离 r 相同时，力也相同。这就证明了 A 球与 C 球带有相同的电荷量。库仑用这样的方法改变图 17-1 中 A、B 两球上电荷的相对量值，从而得到

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

式中 q_1 和 q_2 是球 A 和球 B 上电荷的相对量值。这个结论只对点电荷成立，即：真空中两个静止点电荷之间的相互作用力与这两个电荷的电荷量的乘积成正比，与它们之间的距离的平方成反比，作用力的方向沿两点电荷的连线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。这个结论称为库仑定律。库仑定律可用矢量公式表示为

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{r_{12}} \quad (17-1)$$

式中： q_1 、 q_2 分别表示两个点电荷的电荷量（带有正、负号）； r_{12} 表示两点电荷之间的距离； \vec{F}_{12} 表示 q_2 给 q_1 的作用力； $\vec{e}_{r_{12}}$ 表示由 q_2 指向 q_1 方向上的单位矢量； k 为比例系数，它的数值和单位根据其他各量的单位由实验测定。当 q_1

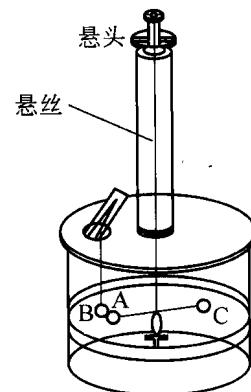


图 17-1 库仑扭秤

和 q_2 同号时, \vec{F}_{12} 与 \vec{e}_{r12} 同方向, 表明 q_1 受 q_2 的斥力, 如图 17-2a 所示; 当 q_1 与 q_2 异号时, \vec{F}_{12} 与 \vec{e}_{r12} 反方向, 表明 q_1 受 q_2 的吸引力, 如图 17-2b 所示。若将式 (17-1) 下标 1、2 对调, 则此式将表示 q_1 给 q_2 的作用力 \vec{F}_{21} , 因为 $\vec{e}_{r21} = -\vec{e}_{r12}$, 则 $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ 。即真空中两个静止点电荷之间的相互作用力符合牛顿第三定律。

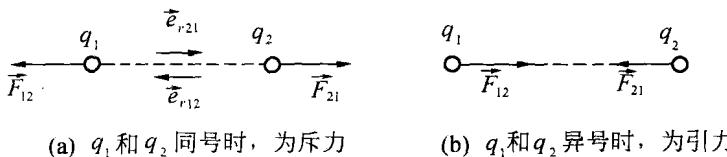


图 17-2 两个点电荷之间的相互作用力

如果用 \vec{e}_r 表示由施力点电荷指向受力点电荷的单位矢量, 则可把式 (17-1) 中相应的下标去掉, 库仑定律的矢量公式又可表示为

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r \quad (17-2)$$

在国际单位制 (SI) 中, 电荷量的单位是库仑 (C), 长度的单位是米 (m), 力的单位是牛顿 (N)。实验测定比例系数 k 的数值和单位为

$$k = 8.9880 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \approx 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

通常引入另外一个常量 ϵ_0 来代替 k :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

于是, 库仑定律的表达式可以写成

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r \quad (17-3)$$

这里引入的常量 ϵ_0 叫做真空电容率 (也称为真空介电常数), 其 1998 年推荐值为

$$\epsilon_0 = 8.854 187 818 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

在库仑定律表达式中引入 4π 因子的做法称为单位制有理化。单位制有理化的结果虽然使库仑定律的数学表达式变得复杂了些, 但却使经常用的电磁学规律的数学表达式中不出现 4π 因子而变得简单些。电磁学单位制有理化的优越性在今后学习中读者会逐步体会到。

实验证明, 点电荷在空气中的作用力和在真空中的作用力相差极小, 也就是空气的电容率与真空电容率相差极小, 故对于空气中的静止点电荷, 式 (17-2) 仍可应用。

库仑力是自然界中的一种基本相互作用力。库仑定律是关于这种基本相互作

用力的定律。库仑力与距离的平方成反比常简称为平方反比律。电磁学的某些基本规律与平方反比律有关。平方反比律的精确性不断经受着实验的考验，至今仍是某些物理学家关注的问题之一。

【例 17-1】 氢原子中电子和质子之间的距离 $r = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ ，质子质量 $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ，电子质量 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 。试比较此两粒子间的万有引力和静电力的大小。

解 万有引力：

$$F_m = \frac{Gm_e m_p}{r^2} = \frac{6.7 \times 10^{-11} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.7 \times 10^{-27}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 3.7 \times 10^{-47} (\text{N})$$

静电力：

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 8.2 \times 10^{-8} (\text{N})$$

两力之比为

$$\frac{F_e}{F_m} = 2.2 \times 10^{39}$$

显然，在微观粒子的相互作用中，万有引力远小于静电力，完全可以略去。在原子结合成分子、原子或分子组合成液体或固体时，它们的结合力在本质上也都属于电性力，万有引力则可忽略不计。应该指出的是，当质子和中子结合成原子核时，原子核内质子间的库仑斥力是非常大的，只是由于核内除了这种斥力外还存在着远比斥力强的引力——核力，原子核才得以稳定。

17.2 电场 电场强度

17.2.1 电场

库仑定律指出了两个静止的点电荷在真空中的相互作用力，然而并没有告诉我们电荷之间的相互作用是怎样进行的。

早期的电磁理论是超距作用理论，认为相隔一定距离的两个物体之间所存在的相互作用，既不需要介质传递，也不需要时间。19世纪，法拉第在大量实验事实基础上提出了以近距作用观点为基础的场线和场的概念，从此场的概念成为近代物理学中最主要的基本概念之一。

按照场的观点，电荷间的相互作用是通过一种特殊的媒介物质——电场 (Electric Field) 来传递的。即任何电荷都在周围空间激发电场；电场是物质的一种特殊形态，与有形的、占据一定空间的带电体不同，它不仅可以存在于带电体内，也存在于带电体外，以至弥漫在整个空间。

相对观察者静止的电荷周围的电场称为静电场 (Electrostatic Field)，该电荷

称为场源电荷。静电场仅是电磁场的一种特殊形态。电磁场与实物物质一样具有质量、能量和动量等，电磁场一经产生就能单独存在，即使产生它的电荷已经消失。而电磁场所具有的空间叠加性却是实物物质所不具有的。因此，场和实物虽然都是物质，但又有区别，是物质存在的两种不同形式。从近代的观点看，两个点电荷是通过交换场量子而相互作用的，电磁场的场量子就是光子。

电场的重要对外表现是：对引入电场的任何其他电荷都有作用力，称为电场力；当电荷在电场中移动时，电场力将对其做功；使引入电场的导体或电介质分别产生静电感应现象或极化现象。我们将根据上述电场的对外表现来研究电场的性质。

17.2.2 电场强度

为了描述电场的性质，首先引进物理量电场强度（Electric Field Strength）。

设想一静止不变的场源电荷（可以是点电荷、点电荷系或带电体）在空间激发一静电场，现分析如何定量表示空间某点处电场的强弱。为此，在场中某点引入试验电荷 q_0 以测量它所受到的电场力 \vec{F} ，并要求试验电荷 q_0 的电荷量足够小，几何线度足够小（必须是真正的点电荷），从而不影响原有电场的分布。

实验发现，同一试验电荷在电场中的不同点，其受力的大小和方向一般均不相同。对于场中任一固定点来说，比值 $\frac{\vec{F}}{q_0}$ 是一个无论大小和方向都与试验电荷无关的矢量（利用库仑定律也可以证明），反映了电场本身的性质，我们把它定义为电场强度，简称为场强，用 \vec{E} 表示，即

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (17-4)$$

由式（17-4）可知，电场中某点的电场强度在量值上等于放在该点的单位正电荷所受电场力的大小，其方向与单位正电荷的受力方向一致。在国际单位制中，电场强度的单位是牛顿·库仑⁻¹（N·C⁻¹）或伏·米⁻¹（V·m⁻¹）。

电场存在于电荷周围的整个空间。为了描述电场的空间分布，设想在空间的每一点上都相应有一个矢量 \vec{E} ，这些矢量 \vec{E} 的总体称为矢量场（Vector Field）。矢量场实际就是空间坐标的一个矢量函数 $\vec{E}(x, y, z)$ 。在讨论场的性质时，我们关心的是场强与空间坐标之间的函数关系。

17.2.3 场强叠加原理

若场源电荷是由空间中 n 个点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n 所组成的点电荷系，实验表明，作用于场中某点 P 处试验电荷 q_0 的电场力 \vec{F} ，等于各个点电荷作用于 q_0 的力的矢量和，这称为力的独立作用原理，即

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

根据场强定义式 (17-4) 便可求得合场强 \vec{E} 为

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{q_0} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\vec{F}_i}{q_0} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i\end{aligned}\quad (17-5)$$

由此可见, 点电荷系在空间某点产生的场强, 等于每一个点电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和。这一结果称为场强叠加原理, 这是场的基本性质之一。

17.2.4 场强的计算

设真空中有一个点电荷 q , 在距点电荷 q 为 r 的 P 点放一试验电荷 q_0 , 根据库仑定律表达式 (17-3), 作用于 q_0 上的电场力

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \vec{e}_r$$

式中 \vec{e}_r 是从场源电荷 q 指向 q_0 处 (称为场点) 的径向单位矢量。根据式 (17-4) 得

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \quad (17-6)$$

式 (17-6) 即为点电荷的场强公式。它描述了点电荷 q 周围空间各点的场强大小和方向的分布。场强 \vec{E} 的方向取决于 q 的正负, $q > 0$, \vec{E} 与 \vec{e}_r 同向; $q < 0$, \vec{E} 与 \vec{e}_r 反向, 如图 17-3 所示。显然, 点电荷电场场强在空间呈球对称分布。

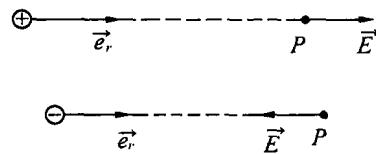


图 17-3 点电荷场强的方向

由场强叠加原理, 将式 (17-6) 代入式 (17-5) 可得点电荷系的电场的场强公式

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_r \quad (17-7)$$

式中, r_i 为第 i 个点电荷 q_i 到场点 P 处矢径的大小, \vec{e}_r 为该矢径的单位矢量。

场强的可叠加性不仅对点电荷系成立, 对任意带电系统所产生的电场也是正确的。若要求电荷连续分布的带电体的场强分布时, 可将带电体所携带的电荷看成由许多极小的电荷元 dq 集合而成, 每一电荷元 dq 作点电荷处理。由式 (17-6) 知, dq 在场中某点产生的电场强度

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

式中, r 是 dq 至该点矢径的大小, \vec{e}_r 为该矢径的单位矢量。由场强叠加原理,

所有电荷元在该点产生的合场强是各个电荷元在该点产生场强的矢量叠加:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{e}_r \quad (17-8)$$

必须指出, 式 (17-7) 和式 (17-8) 是求矢量和及矢量积分, 通常均需化成标量和及标量积分求解。若选用直角坐标系时, 首先计算各个点电荷或电荷元在所求场点产生的场强分别在各坐标轴上的投影 E_x 、 E_y 、 E_z 或 dE_x 、 dE_y 、 dE_z , 再分别求和或积分得出该场点的合场强在坐标轴上的投影 E_x 、 E_y 、 E_z , 最后求出该场点的合场强 \vec{E} 的大小和方向:

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

为了用式 (17-8) 处理具体问题, 还需引入电荷密度的概念。若电荷分布于一定体积的物体上, 我们引入电荷体密度

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \quad (17-9)$$

式中 Δq 为 ΔV 体积中的电荷。若电荷分布于一个曲面或一根细线上, 则我们相应引入电荷面密度和电荷线密度:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad (17-10)$$

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad (17-11)$$

于是, 式 (17-8) 中的 dq 可分别用 ρ 、 σ 和 λ 表示为

$$dq = \rho dV \quad dq = \sigma dS \quad dq = \lambda dl$$

必须指出, 上面所说的 dV 、 dS 和 dl 在宏观上看是无限小的, 小到可以认为在该范围内电荷 dq 是均匀连续分布的, 而在微观上看却又大到可容纳大量分立而不连续的基本带电粒子(电子、质子), 所以 ρ 、 σ 和 λ 均是宏观量。若电荷均匀分布, 则 ρ 、 σ 、 λ 为常量。

【例 17-2】 求电偶极子(Electric Dipole)连线的中垂线上一点 P 处的场强。

解 两个相距为 l 的等量异号点电荷 $+q$ 和 $-q$ 组成点电荷系, 当讨论的场点到两点电荷连线中点的距离 r 远大于 l 时(即 $r \gg l$), 称这一带电系统为电偶极子。若取 $-q$ 指向 $+q$ 的矢径为 \vec{l} , 则矢量 $\vec{p}_e = q \vec{l}$, \vec{p}_e 称为该电偶极子的电偶极矩, 简称电矩(Electric Moment)。电偶极子是一个重要概念, 在研究电介质极化、电磁波发射和吸收等问题时都要用到。

选定电偶极子连线中心 O 为坐标原点, 建立直角坐标系 xOy , 如图 17-4 所示, 则 $+q$ 和 $-q$ 分别在 P 点产生的场强 \vec{E}_+ 和 \vec{E}_- 的大小为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

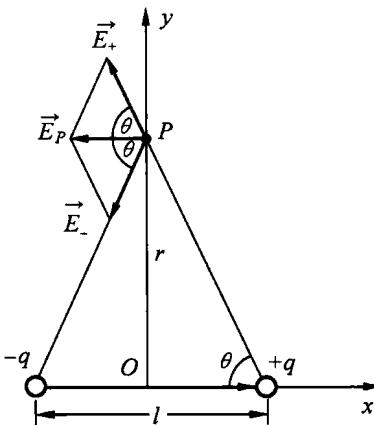


图 17-4 电偶极子中垂线上的场强

方向分别在 $+q$ 和 $-q$ 与 P 点的联线上，前者背离 $+q$ ，后者指向 $-q$ 。由于 \vec{E}_+ 和 \vec{E}_- 在 y 方向上的分量互相抵消，则 P 点合场强 \vec{E}_P 为

$$\begin{aligned}\vec{E}_P &= (E_+ \cos\theta + E_- \cos\theta) \vec{i} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \vec{i} \\ &= \frac{-ql}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \vec{i}\end{aligned}$$

考虑到 $r \gg l$ 及 $\vec{p}_e = q \vec{l}$ ，得

$$\vec{E}_P = \frac{-ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{i} = \frac{-\vec{p}_e}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

由此可见，电偶极子的场强与电矩 \vec{p}_e 的大小成正比。 \vec{p}_e 是表征电偶极子性质的重要物理量。从上式还可看出，电偶极子的场强与距离的三次方成反比，与点电荷的场强相比，随距离增加衰减更快。

【例 17-3】 有一均匀带电的细直棒，其长度为 L ，所带总电荷量为 q 。直棒外一点 P 到直棒的垂直距离为 a ， P 点至直棒两端的连线与直棒之间的夹角分别为 α 和 β ，如图 17-5 所示。求 P 点的场强。

解 如图 17-5 所示，以 P 点到直棒的垂足 O 作原点建立直角坐标系。因电荷在直棒上是均匀分布的，所以电荷线密度为 $\lambda = \frac{q}{L}$ 。在棒上 x 处取线元 dx ，