



国防特色教材·职业教育

船舶结构与强度

CHUANBO JIEGOU YU QIANGDU

刘向东 编

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

北京航空航天大学出版社 北京理工大学出版社

哈尔滨工业大学出版社 西北工业大学出版社



国防特色教材·职业教育

船舶结构与强度

刘向东 编

哈尔滨工程大学出版社

北京航空航天大学出版社 北京理工大学出版社
哈尔滨工业大学出版社 西北工业大学出版社

内容简介

本书为国防科工局“十一五”规划的国防特色教材,是根据国防科工局教材立项评审工作会议通过的《船舶结构与强度》编写大纲编写而成的。

“船舶结构与强度”是高职院校船舶工程技术专业的一门专业主干课程,包括船舶结构力学、船体强度和船体结构设计几部分内容。

本书共分十章,主要包括单跨梁的弯曲理论、力法、位移法、能量法、稳定性、有限元法基础、船舶静置在波浪上的剪力和弯矩计算、总纵强度计算、船体型材剖面设计和船体结构规范设计等内容。

本书可供高职院校船舶工程技术专业的教学使用,也可供中职学校、技工学校相关专业的师生以及船厂的工程技术人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

船舶结构与强度/刘向东编. —哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2009.7

ISBN 978 - 7 - 81133 - 486 - 9

I. 船… II. 刘… III. ①船体结构 - 高等学校 - 教材
②船体强度 - 高等学校 - 教材 IV. U663

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 113382 号

船舶结构与强度

刘向东 编

责任编辑 张彦 丁伟

*

哈尔滨工程大学出版社出版发行

哈尔滨市南岗区东大直街 124 号 发行部电话:0451 - 82519328 传真:0451 - 82519699

<http://press.hrbeu.edu.cn> E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

黑龙江省教育厅印刷厂印刷 各地书店经销

*

开本:787 × 960 1/16 印张:17 字数:347 千字

2010 年 1 月第 1 版 2010 年 1 月第 1 次印刷 印数:1 000 册

ISBN 978 - 7 - 81133 - 486 - 9 定价:34.00 元

前 言

本书系根据国防科工局教材立项评审工作会议通过的《船舶结构与强度》编写大纲编写的。在编写过程中,尽量回避了艰深的理论推导,着重介绍了一些基本的、实用的理论与方法,为学生在工作中进一步分析和解决船体结构的实际问题打下基础。

“船舶结构与强度”作为船舶工程技术专业的一门专业主干课程,包括船舶结构力学、船体强度和船体结构设计几部分内容。本书在船舶结构力学方面,介绍了经典的单跨梁弯曲理论、力法、位移法及能量法,考虑到船舶结构计算的实际情况,还介绍了稳定性的计算方法和有限元法的应用情况;在船舶强度方面,介绍了船舶总纵弯曲时的外力计算、船体总强度计算等基本理论与计算方法;在船体结构设计方面,介绍了船体型材剖面设计和船体结构的规范设计方法。

本书采用国际单位制,部分公式后也列出了传统单位,以便对照。

本书可作为高职院校船舶工程技术专业的教材,也可供中职学校、技工学校相关专业的师生以及船厂的工程技术人员使用。

本书由渤海船舶职业学院刘向东主编,渤海船舶重工有限责任公司宁先圣、渤海船舶职业学院龚建松、杜娟,江苏海事职业技术学院刘桂香参编。具体分工如下:刘向东编写绪论、第6章、第7章和第8章;宁先圣编写第10章;龚建松编写第1章和第2章;杜娟编写第3章和第4章;刘桂香编写第5章和第9章。全书由刘向东统稿、校对。

本书由渤海船舶职业学院彭辉教授主审。彭辉教授对全书内容进行了认真审阅并提出了很多宝贵意见,在此表示衷心感谢。

由于编者的水平有限,编写教材的经验不足,加上时间紧迫,书中难免存在不当之处,敬请专家和读者批评指正。

编 者
2009年3月

目 录

第 0 章 绪论	1
0.1 船舶强度问题综述	1
0.2 本课程的内容、目的和基本要求.....	2
0.3 结构力学、强度计算和结构设计方法概述.....	3
习题.....	5
第 1 章 单跨梁的弯曲理论	6
1.1 单跨梁的剪力图与弯矩图	6
1.2 梁的弯曲微分方程及其解.....	10
1.3 梁的弯曲要素表及其应用.....	19
习题	25
第 2 章 力法	28
2.1 力法原理.....	28
2.2 力法的应用.....	31
2.3 弹性支座与弹性固定端的实际概念.....	40
习题	43
第 3 章 位移法	45
3.1 位移法原理.....	45
3.2 位移法的应用.....	50
3.3 弯矩分配法.....	52
习题	58
第 4 章 能量法	60
4.1 杆件的变形能.....	60
4.2 功的互等定理.....	65
4.3 莫尔定理.....	67
4.4 卡氏定理.....	71

习题	74
第 5 章 稳定性	77
5.1 压杆的稳定性	77
5.2 杆系的稳定性	83
5.3 板的稳定性	91
习题	96
第 6 章 有限元法基础	97
6.1 有限元法基本原理	97
6.2 有限元法的应用	99
习题	102
第 7 章 船舶静置在波浪上的剪力和弯矩计算	103
7.1 概述	103
7.2 静水剪力和弯矩的计算	104
7.3 波浪附加剪力和弯矩的计算	124
习题	132
第 8 章 总纵强度计算	135
8.1 概述	135
8.2 船体总纵弯曲应力第一次近似计算	137
8.3 船体总纵弯曲应力的逐次近似计算	141
8.4 总合应力及强度校核	152
8.5 极限弯矩计算	162
习题	165
第 9 章 船体型材剖面设计	167
9.1 型材种类和特点	167
9.2 型材剖面要素计算	170
9.3 型材的稳定性计算	174
9.4 型材剖面的优化设计	179
习题	189
第 10 章 船体结构规范设计	191
10.1 船体结构设计综述	191

10.2 《钢质海船入级与建造规范》(2002)对总纵强度的要求	199
10.3 船体外板设计	207
10.4 甲板设计	214
10.5 船底骨架设计	219
10.6 舷侧骨架设计	233
10.7 甲板骨架设计	242
习题	251
附录	253
参考文献	262

第0章 绪论

0.1 船舶强度问题综述

船舶是一个复杂的水上工程建筑物。它航行于江河湖海,担负着运输、生产、作战及其他各种任务。为了保证船舶能很好地完成上述任务,船舶应具有良好的航行性能、工作性能,并具有一定的强度。

船舶具有一定的强度,是指船体结构在正常的使用过程和一定的使用年限中具有不被破坏或不发生过大变形的能力,以保证船舶能正常地工作。由于一般船舶的经常工作状态是航行状态,因此设计人员应首先保证船舶在航行状态有足够的强度。

所谓结构物的强度问题,是指根据作用于结构物上的外力(包括主动力和约束反力),按照一定的计算方法和程序,确定出结构物中危险截面处的应力 σ ,然后将此应力与许用应力 $[\sigma]$ 相比较($[\sigma]$ 由多种因素,如外载荷的可靠性、计算方法的合理性、结构物的使用年限以及结构材料的均匀性等确定)。若 $\sigma \leq [\sigma]$,则结构物的强度是安全的;反之,结构物将遭到破坏。

船在海洋中航行,它所受到的外力是相当复杂的。这些外力除了船的载重和装备等重力以外,主要就是水作用于船体的力。除非船是静置于水中,否则船上受到的力总是动力。动力包括水动压力、冲击力以及船在运动中的惯性力等等。这些力显然取决于海面的情况,波浪的大小(即所谓环境条件),并且是随机性的,这样就使得船体外力的确定显得相当复杂。

尽管如此,人们通过长期的生产实践,分析了船体受力和变形的主要特征,认为在考虑船体强度问题时,首先把整个船体当作一根梁来研究是合理的。这时将船,或者如一些文献中所说,将船体梁静置于静水中或波浪中,计算沿船纵向(船长方向)分布的重力与浮力作用下的弯曲变形与应力。这种将船作为一个整体来研究的强度问题就叫做船体的总纵强度,或简称为总强度问题。长期以来,总强度一直是船体强度校核的主要方面。

除了总纵强度以外,船体的横向构件(如横梁、肋骨、肋板等)及船体的局部构件(如船底板及底纵桁等)也会因局部载荷而发生变形或受到破坏,因此,也需研究这些横向构件或局部构件的强度问题。这类问题通常称为横向强度问题或局部强度问题,以便与前述的总纵强度问题有所区别。

然而,把船舶静置于波浪上,按梁的弯曲理论来研究船舶总纵强度是初步的。随着时间的推移和对总强度认识的逐步深入,人们发现,为了使船体强度的计算更接近于实际,更趋于完善,还需讨论和研究一些其他与强度有关的问题。

首先,应讨论结构物的稳定性问题。由于船舶尺度的增加,人们发现船在总弯曲时船体的受压构件(主要是中垂状态时的上层甲板)常常会在较小的应力下因为受压过度而丧失稳定性,这样就大大降低了船体抵抗总弯曲的能力。因此,在总强度计算的同时,稳定性问题就被提了出来。也就是说,在研究船体总强度的同时,必须要考虑受压构件是否有失稳现象,并要分析构件失稳后的应力再分配问题,这样才能正确地反映船体总的承载能力。

其次,要讨论扭转强度问题。船在航行时,并不总是正对着波浪的运动方向,经常会有船与波浪斜交的情况。船在斜浪上航行,就会导致船体发生扭转,因此也就需要讨论船体的扭转强度问题。尤其是对那些抗扭刚度较低的船体(如大开口驳船、舱口特别大的集装箱船)来说,扭转强度的研究就显得十分必要。

再次,应研究应力集中等问题。应力集中是由于船体结构不连续而引起的。舱口角隅、船体上层建筑的端部、内河船舷侧开的波门及其他结构不连续的地方也都会发生应力集中。所以应力集中问题及上层建筑问题(又称间断构件问题),都是船体强度中的内容。再加上波浪外力、船体振动、造船材料强度及船体低周疲劳等问题的研究,使得船体强度所包含的内容就相当广泛了。

综上所述,船体强度包括总强度、局部强度、扭转强度、稳定性和应力集中等问题,船舶必须具有一定的强度和刚度。

随着造船实践经验的积累和对船体强度问题研究的日益深入,逐渐形成了专门研究船体强度的科学,即“船体强度”。为了保证船体的强度,必须根据作用于船体或各个构件上的载荷的大小以及《船舶建造规范》的要求来确定船体构件的最佳尺度,这又是“船体结构设计”的内容。要想具有对船体结构进行校核和进行船舶结构设计的能力,就离不开“船舶结构力学”,所以“船舶结构力学”又是“船体强度”和“船体结构设计”的基础。船舶结构与强度就是专门研究船体结构与强度设计的学科,它包括船体外力的确定、船体结构在外力作用下的反应(即内力)研究、许用应力的确定、船体强度校核以及船体构件尺度的确定等一系列问题。

0.2 本课程的内容、目的和基本要求

船舶结构与强度是船舶工程技术专业的一门专业主干课程,包括船舶结构力学、船体强度和船体结构设计三部分内容。

船舶结构力学是研究船体结构在外力作用下的应力与变形(即船体结构静力响应)的学科。学习船舶结构力学就是要掌握在给定的外力作用下如何确定船体结构中的应力与变形,包括研究受压构件的稳定性问题。或者说,船舶结构力学是研究船体结构中板与骨架的强度与稳定性的学科。在船舶结构力学方面主要介绍了结构力学的基本理论与方法。

船体强度是研究船体结构安全性的学科。学习船体强度就是要掌握船体结构抵抗破坏的能力和变形的规律。把船体作为一个整体来研究其强度的问题称为船体总强度问题,由于这

种情况下船体主要是纵弯曲变形,所以总强度就是研究船体的纵弯曲问题,或称总纵强度。在船体强度方面主要介绍船体总纵强度的基本理论和传统计算方法。

船体结构设计是在船舶基本设计完成并已知船舶的工作条件之后进行的,其任务就是在此基础之上,为保证船体强度,确定船体结构形式、构件尺寸和连接方法。在船体结构设计方面主要介绍船体结构的规范设计方法及型材剖面设计。

学习本课程的目的就是让学生掌握船舶结构力学的基本理论与方法、理解船体总强度的基本理论与计算方法,并初步掌握依照《钢质海船入级与建造规范》进行船体结构设计计算的实用方法,为学生在今后的工作中进一步分析和解决船体结构与设计的实际问题打下基础。

学习本课程应达到下列基本要求:

- (1) 基本掌握船体结构中常见的分析与计算方法;
- (2) 掌握船体总纵强度的计算和校核方法;
- (3) 掌握船体型材的剖面要素计算和型材剖面设计方法;
- (4) 能根据规范对货船中横剖面结构进行设计。

0.3 结构力学、强度计算和结构设计方法概述

0.3.1 船舶结构力学的研究方法

为了进行结构计算,分析结构的应力与变形,一般都要将实际结构进行一些简化,即把实际的结构图形简化为便于力学计算的理想化图形(或叫做力学模型),然后选用适当的计算方案和方法进行计算,得出计算结果,并在实践中检验计算结果的准确性。这是一般结构力学所采用的共同的方法。

在船舶结构力学中,人们也是根据需要与可能,把实际船体结构先进行简化,再进行分析和计算。如前所述,船舶结构力学主要是研究船体中板和骨架的强度计算问题,或者说研究甲板、舷侧、船底及舱壁等结构的强度计算问题。传统的方法是:

(1) 将船体的总强度问题与横向强度或局部强度问题分开考虑,必要的时候再把它们的结果叠加起来;

(2) 在研究横向强度或局部强度问题中,常把空间结构拆成平面结构来考虑(如甲板部分、舷侧部分、船底部分和舱壁部分都可以当作是平面结构);

(3) 在计算板时,可把骨架分开,同时把骨架视为对板的支撑;

(4) 在研究骨架时,把骨架和与之相邻的一部分板一起考虑。

事实上,船体的总强度问题与局部强度问题是同时存在的,船体中的板和骨架也是连在一起的,将它们人为地分开考虑,主要是由于受到计算方法和计算技术的限制,具有一定的近似

性。随着计算机和有限元法的发展,在计算方法上有了很大改进,传统做法中的很多限制可以去除,从而使得结构计算更加精确,更为切合实际了。今后,船体结构的计算方法将是:

- (1) 可以将总强度问题与横向强度或局部强度问题一起考虑,即在确定了船体整个受力情况的前提下,可将船体各组成结构中的应力与变形一起计算出来;
- (2) 完全可以计算空间结构,无须将空间结构简化为平面结构;
- (3) 可以不将骨架和板分开,而将骨架和板一起考虑。

0.3.2 船舶强度计算方法

1. 一般强度问题的计算方法

- (1) 确定作用于结构上的外力。
- (2) 计算结构中的应力和变形。
- (3) 将计算值与规定的许用值相比较。

2. 船舶总纵强度的计算方法

(1) 确定各类纵向构件的总纵弯曲应力 σ_1 。

- ① 根据重力分布曲线及静水中的浮力分布曲线,求得静水中的弯矩和剪力;
- ② 计算在中拱和中垂时的波浪附加弯矩和附加剪力;
- ③ 作①和②的代数和,就得到在中拱和中垂状态下船体梁截面的计算弯矩值;
- ④ 计算所选校核截面的静矩、中和轴的位置、惯性矩,并最后求得各类纵向构件的抗弯剖面模数;

⑤ 将③中的弯矩值除以④中的相应纵向构件的剖面模数,求得各类构件的总纵弯曲应力 σ_1 。

(2) 确定各类构件的局部弯曲应力 σ_2, σ_3 和 σ_4 。

- ① 在确定横向载荷的条件下,计算各类板架的弯曲应力 σ_2 ;
- ② 在确定横向载荷的条件下,计算纵骨的弯曲应力 σ_3 ;
- ③ 在确定横向载荷的条件下,计算板格的弯曲应力 σ_4 。

(3) 按照下述公式算得各类构件的总应力,并与相应的许用应力相比较。

$$\sigma_{\text{板}} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 \text{ (板架为纵骨架式时)}$$

$$\sigma_{\text{板}} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_4 \text{ (板架为横骨架式时)}$$

$$\sigma_{\text{纵桁}} = \sigma_1 + \sigma_2$$

$$\sigma_{\text{纵骨}} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

0.3.3 船体结构的设计方法

船体结构设计的方法,通常采用强度标准设计与建造规范设计两种方法。

所谓强度标准设计又称为计算设计,其实质就是依据规定的外力和内力计算方法以及强度标准,选择适当的结构形式和构件尺寸。它的计算量较大,但随着计算机的应用和优化理论的发展,加快了强度标准的计算过程,且使得船体结构的优化设计成为可能。

所谓建造规范设计方法,就是把钢船建造规范对船体强度的要求,对结构布置、钢材性质和构件尺寸的规定作为设计的准则,也就是把船舶登记入级的检验准则作为船体结构设计的最低要求来完成结构设计。用建造规范设计方法设计船体结构时,只要根据船舶的主尺度以及它们和结构布置的关系,就能从规范中查得构件尺寸或构件所要求的剖面模数的简化计算公式,从而通过计算求得构件尺寸和连接形式。例如,中国船级社(CCS)的《钢质海船入级与建造规范》(2002)2.6.6.2规定水密肋板加强筋的剖面模数 $[W]$ 应不小于按下式计算所得之值

$$[W] = 5.5shl^2 \quad (\text{cm}^3)$$

式中 s ——加强筋间距,m;

h ——由内底板到溢流管顶的垂直距离,m;

l ——加强筋跨距,即实取的双层底高度,m。

经计算求得 $[W]$ 之值后,再按强度条件

$$W \geq [W]$$

就可以设计出水密肋板加强筋的剖面尺寸。

这样的设计是方便、实用的。但设计的合理程度主要取决于规范拟定的水平。因此,规范应不断地根据科学的新发展和积累的新经验来加以补充和修订。我国的规范就经过多次修订,使规范的拟订水平不断提高。

习 题

- 0-1 试说明船体强度包括哪几个方面?
- 0-2 在研究船体总强度时,为什么必须考虑稳定性问题?
- 0-3 简述随着计算机和有限元法的发展,船体结构的计算方法有哪些改进?
- 0-4 简述船体总强度的计算方法。
- 0-5 简述船体结构的设计方法。

第 1 章 单跨梁的弯曲理论

1.1 单跨梁的剪力图与弯矩图

受外力作用而发生弯曲的杆件叫做梁,在工程结构中梁是最常见的。如果仅在梁的两端有支座支持,那么这种梁叫做单跨梁。悬臂梁也属于单跨梁,虽然它只有一端有支座,但它是单跨梁的一种特殊情况。根据单跨梁的支座反力是否能够通过静力平衡方程求出,可以将单跨梁分为静定单跨梁和静不定单跨梁。如果支座反力能够通过静力平衡方程求出的即为静定单跨梁,如图 1.1(a)所示;反之为静不定单跨梁,如图 1.1(b),(c)所示。静力平衡方程指的是所有外力在坐标轴上的投影之和等于零,所有外力对任意一点的弯矩之和等于零。

船上的骨架是一个复杂的杆件系统。在大多数情况下,骨架在外力作用下将发生弯曲变形,因此组成骨架的各杆件都可看作是梁。在分析杆件系统的时候,总是要把它拆为一根根的杆件来进行研究,显然这拆开后的每一根梁都是单跨梁。因此,研究单跨梁的弯曲问题是研究船体骨架的基础,具有特别重要的意义。

研究单跨梁的弯曲问题,就是在已知梁的尺寸、梁端的约束情况和梁上外力的条件下,求出梁弯曲时的变形和应力。如果梁仅受到垂直于梁轴线的载荷(称为横向载荷)作用,那么这种梁的弯曲叫做单跨梁的简单弯曲;有时梁不仅受到垂直于梁轴线的载荷作用,同时还受到沿着梁轴向作用的载荷(称为纵向载荷)作用,那么这种梁的弯曲叫做单跨梁的复杂弯曲,如图 1.2 所示。

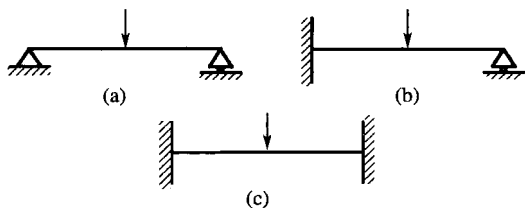


图 1.1 单跨梁

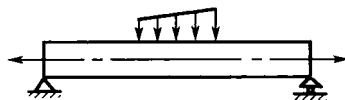


图 1.2 梁的复杂弯曲

在单跨梁的弯曲理论中对坐标系是这样规定的:假设梁有一个纵向对称面,则 x 轴在梁的纵向对称面与中性层的交线上,向右为正; y 轴与 x 轴成直角,向下为正; z 轴与 x, y 轴组成右手坐标系,如图 1.3 所示。

梁在受到横向载荷作用时,将发生弯曲变形,梁上任意一点的垂向位移称为该点的挠度,

用字母 v 表示;梁上某平断面,在梁弯曲变形后仍为平断面,其转过的角度称为该断面的转角,用字母 θ 表示;对于梁上任意一点处断开时将有内力弯矩和剪力,分别用字母 M 和 N 表示。在单跨梁的弯曲理论中规定挠度向下为正,反之为负;转角顺时针为正,反之为负;弯矩在梁的左断面时逆时针为正,在梁的右断面时顺时针为正,反之为负;剪力在梁的左断面时向下为正,在梁的右断面时向上为正,反之为负(如图 1.4 所示)。

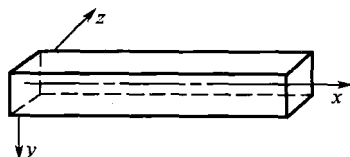


图 1.3 坐标系

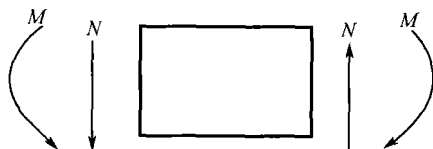


图 1.4 弯矩和剪力正号方向

梁受横向载荷作用时的剪力图与弯矩图是计算梁断面上的应力的依据。当梁上的载荷比较复杂时,有多种梁的剪力图与弯矩图的做法。在材料力学中多数是根据剪力方程与弯矩方程,或根据载荷、剪力与弯矩三者之间的微积分关系来画剪力图与弯矩图。而在结构力学中一般是采用“叠加法”来画的。梁在线弹性变形范围内发生变形时,要画出多载荷作用下的剪力图与弯矩图,可先分别画出各个载荷单独作用时的剪力图与弯矩图,然后把这些图形叠加起来就成为此梁在这几个载荷共同作用下的剪力图与弯矩图。叠加法画剪力图与弯矩图既简便又快捷,目前在工程上被广泛采用。下面先画出几个常见的简单载荷作用下的梁的剪力图与弯矩图,然后论述用叠加法画多载荷作用下梁的剪力图与弯矩图的方法。

1.1.1 梁在简单载荷作用下的剪力图与弯矩图

梁在简单载荷作用下的剪力图与弯矩图的画法十分简单:首先去掉单跨梁两端的支座,加上支座反力,根据静力平衡方程求出支座反力;其次选取研究对象 x ,在 x 点将单跨梁断开加上剪力和弯矩,建立静力平衡方程,根据静力平衡方程求出剪力和弯矩的表达式;再次根据剪力和弯矩的表达式来画出剪力图 and 弯矩图。下面给出四种常见载荷作用下的剪力图 and 弯矩图:

- (1) 简支梁 中点受到集中力 P 作用时的剪力图 and 弯矩图(见图 1.5);
- (2) 简支梁 全长受均布载荷 q 作用时的剪力图 and 弯矩图(见图 1.6);
- (3) 简支梁 左端受有集中弯矩 m 作用时的剪力图 and 弯矩图(见图 1.7);
- (4) 简支梁 两端受有集中弯矩 m_1 和 m_2 作用时的剪力图 and 弯矩图(见图 1.8)。

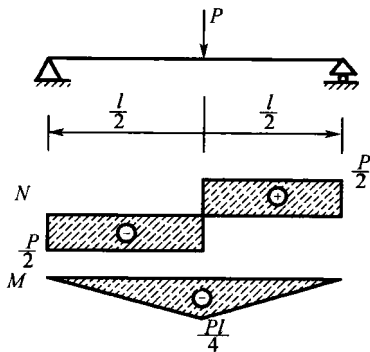


图 1.5 集中力作用下的剪力图和弯矩图

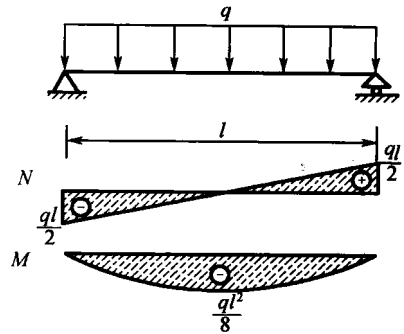


图 1.6 均布载荷作用下的剪力图和弯矩图

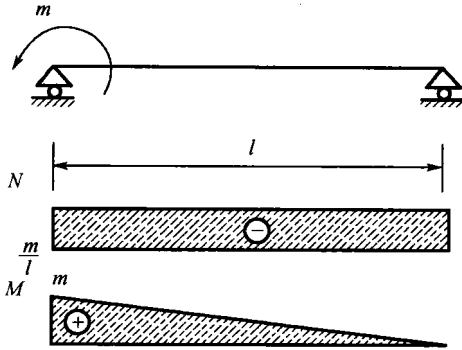


图 1.7 单弯矩作用下的剪力图和弯矩图

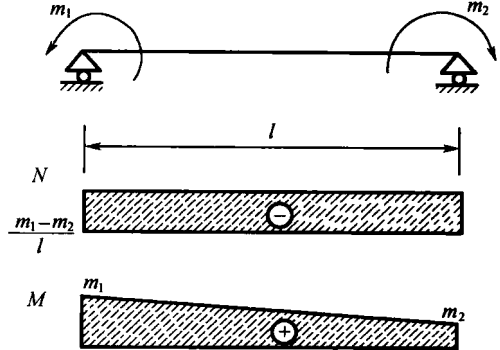


图 1.8 双弯矩作用下的剪力图和弯矩图

1.1.2 梁在多个载荷共同作用下的剪力图与弯矩图

前已述及,在船舶结构力学中对于梁受多个载荷共同作用时的剪力图与弯矩图通常是用叠加法来作的。叠加法原理是基于杆件在线弹性范围内变形而建立起来的(所谓线弹性是指材料符合虎克定律,杆件在小变形范围内发生变形)。当梁在线弹性范围内变形时,梁的弯曲要素与梁上的载荷成正比,或者说成线性关系。这样,如果梁受到多个外力共同作用时,各个外力所引起的弯曲要素是各自独立、互不影响的。于是,就可以用所谓的“叠加原理”来进行计算,即梁受有多个外力共同作用时的弯曲要素,可以先分别计算各外力单独作用时的弯曲要素,然后求其代数和而得到外力共同作用时的弯曲要素。表现在剪力图与弯矩图上就是:先分别做出各外力单独作用时的剪力图与弯矩图,然后将它们叠加,同号图形相加,异号图形相减,便得到此梁在多个外力共同作用时的剪力图与弯矩图。

例题 1-1 一个两端铰支的单跨梁,全长受有均布载荷 q ,中点受有集中力 $P = ql$ (图 1.9(a)),作此梁的剪力图与弯矩图。

解 本例中梁所受的载荷为两种,一种是集中力 P ,另一种是均布载荷 q 。因此,先分别画出集中力 P 单独作用时梁的剪力图 and 弯矩图(图 1.9(b)),和均布载荷 q 单独作用时梁的剪力图 and 弯矩图(图 1.9(c))。然后将图形叠加起来得到两种载荷共同作用下的剪力图(图 1.9(d))和弯矩图(图 1.9(e))。在画两个载荷共同作用下的剪力图时,可以先画好集中力 P 单独作用时的剪力图,然后把均布载荷 q 单独作用时的剪力图叠加上去;也可以先画好均布载荷 q 单独作用时的剪力图,然后把集中力 P 单独作用时的剪力图叠加上去。但是在图形叠加时,通常是先画较简单的图形,然后将较复杂的图形叠加上去;另外在画图时还要注意正负号,同一符号的图形应该相加,不同符号的图形应该相减。弯矩图的叠加方法与剪力图的叠加方法相类似。

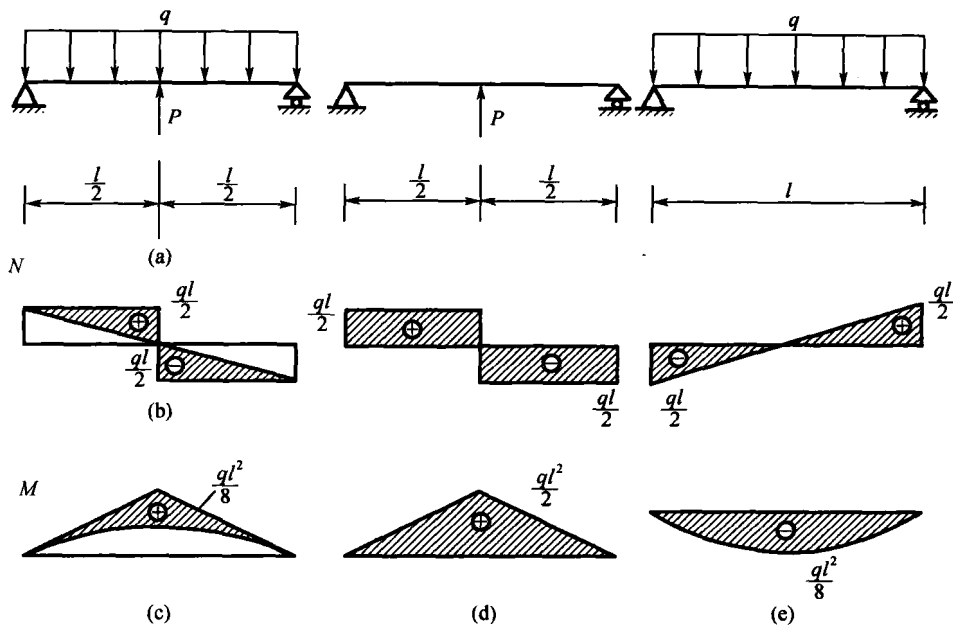


图 1.9 叠加法画剪力图和弯矩图

例题 1-2 两端铰支的单跨梁,中点受有集中力 P ,左端受有集中弯矩 $m = 0.1Pl$ (图 1.10(a))。作此梁的剪力图与弯矩图。

解 作图过程同例 1-1,这里不再叙述。图 1.10(b)为梁的剪力图,图 1.10(c)为梁的弯矩图。

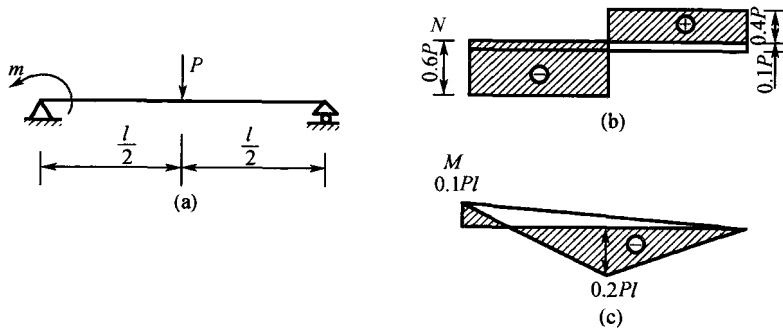


图 1.10 叠加法画剪力图和弯矩图

1.2 梁的弯曲微分方程及其解

研究单跨梁的弯曲问题,就是在已知梁的几何尺寸、梁的支持情况及梁上外载荷的条件下,求出梁的变形与应力。本节将讨论梁的弯曲微分方程及其解,这是梁弯曲理论中最基本的问题。

1.2.1 梁的弯曲微分方程

单跨直梁在横向外载荷的作用下将发生弯曲,由材料力学可知,在平断面假设与梁在线弹性变形范围内发生变形的条件下,梁的挠度与断面上弯矩间的关系为

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = M \quad (1.1)$$

为了建立梁上外载荷与挠度之间的关系,需进一步研究梁的平衡。先在梁上受有分布载荷的部分取出一长度为 dx 的微段,如图 1.11 所示,微段上的分布外载荷为 $q dx$,微段的两个断面上分别作用有弯矩 $M, M + dM$ 和剪力 $N, N + dN$ 。图中,弯矩和剪力的方向都是规定的正向。列出微段的静力平衡方程

$$\begin{aligned} N + q dx - (N + dN) &= 0 \\ M + N dx + \frac{1}{2} q (dx)^2 - (M + dM) &= 0 \end{aligned}$$

整理这两式,并略去高阶小量后,可得

$$\frac{dN}{dx} = q \quad \text{及} \quad \frac{dM}{dx} = N \quad (1.2)$$

将式(1.1)代入式(1.2)中,得