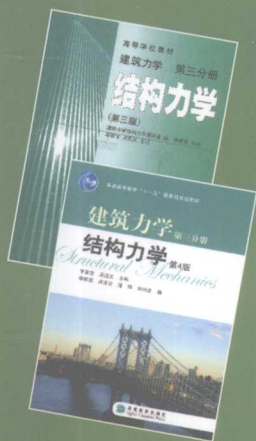


力学教学·学习辅导系列  
教学 学习 考研

李家宝、洪范文主编《结构力学（建筑力学第三分册）》

# 结构力学 学习指导

洪范文 李家宝 编



高等教育出版社

力学教学 • 学习辅导系列

# 结构力学学习指导

洪范文 李家宝 编



高等教育出版社

## 内容简介

本书是与主教材李家宝、洪范文主编的《结构力学(建筑力学第三分册)》第3版和第4版(普通高等教育“十一五”国家级规划教材)相配套的学习辅导书。

本书编写的目的在于帮助读者掌握教材的基本内容及学习重点,弄清难点,明确思路,了解相关内容间的内在联系,使读者全面理解结构力学的主要理论,在此基础上掌握针对各类结构使用不同方法的计算要点。

本书内容及深、广度符合教育部力学基础课程教学指导分委员会最新制订的“结构力学课程教学基本要求(B类)”,章节划分与主教材基本一致,除第十章未列入指导书外,其余各章都编写了相应内容。内容包括:基本内容及学习要求、学习指导、示例以及思考题和习题重点提示,并按静定结构、超静定结构和结构分析其他内容三部分提供了自测题。

本书适用于土建类本、专科的中、少学时各专业,也可作为成人学习用书

### 图书在版编目(CIP)数据

结构力学学习指导/洪范文,李家宝编. —北京:高等教育出版社,2009.12

ISBN 978-7-04-028028-9

I. 结… II. ①洪… ②李… III. 结构力学-高等学校-教学参考资料 IV. O342

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第171547号

策划编辑 水 渊      责任编辑 赵向东      封面设计 李卫青      责任绘图 尹 莉  
版式设计 余 杨      责任校对 张 颖      责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
总 机 010-58581000  
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司  
印 刷 北京市联华印刷厂  
开 本 787×1092 1/16  
印 张 8.25  
字 数 200 000

购书热线 010-58581118  
咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
畅想教育 <http://www.widedu.com>  
版 次 2009年12月第1版  
印 次 2009年12月第1次印刷  
定 价 19.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究  
物料号 28028-00

# 前 言

本书是配合主教材《结构力学(建筑力学第三分册)》(第3版和第4版)编写的学习指导书,目的在于帮助读者掌握教材的基本内容及学习重点,弄清难点,明确思路,了解相关内容间的内在联系,使读者全面理解结构力学的主要理论,在此基础上掌握针对各类结构使用不同方法的计算要点。本书在主教材的基础上补充了典型示例,对重要的思考题和习题给予提示,精选自测题供读者分析训练。学习时应将主教材与本书对照,先认真阅读主教材的有关章节,再学习本书的相应内容。

按照“结构力学课程教学基本要求(B类)”,对主教材中以“\*”号注明选学或不同专业要求不一的章节和内容,仍编入本书供读者选择。指导书采用与主教材相同的符号和符号说明,但插图和公式采用了两套编号:主教材的插图和公式引用时用带“-”的编号来表示,如图1-1或式(5-1);而指导书的插图和公式则用带“.”的形式编排,如图1.1等,以示区别。此外,本书引用的主教材内容未加说明的均指第3版,若在第3版和第4版中的编号不同,则会分别加以说明,以便拥有不同版本教材的读者分别参考。

本书由洪范文、李家宝编写。编写过程中参考了湖南大学结构力学教研室罗汉泉、王兰生、李存权编写,高等教育出版社出版的高等学校函授教材《结构力学学习指导书》。本书请北京建筑工程学院刘世奎教授审阅,他提出的许多宝贵意见对修改帮助极大,本书的编写还得到了湖南大学教务处的的大力支持,谨此一并表示最真挚的谢意。

由于编者水平所限,书中难免存在疏漏和不当之处,恳请专家、读者批评指正。

编 者  
2008年6月

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1	<b>§ 3.2 三铰拱</b> .....	23
一、基本内容及学习要求 .....	1	一、基本内容及学习要求 .....	23
二、若干问题的说明 .....	1	二、学习指导 .....	23
(一) 结构力学的研究对象 .....	1	(一) 三铰拱的力学特点 .....	23
(二) 结构力学的任务 .....	1	(二) 三铰平拱在竖向荷载作用下的计算 .....	24
(三) 结构的计算简图 .....	2	(三) 三铰拱内力图的特点 .....	24
(四) 学习本课程的要求 .....	3	(四) 三铰拱的合理轴线 .....	25
三、选取计算简图示例 .....	4	三、示例 .....	25
<b>第 2 章 几何组成分析</b> .....	5	<b>§ 3.3 静定桁架</b> .....	28
一、基本内容及学习要求 .....	5	一、基本内容及学习要求 .....	28
二、学习指导 .....	5	二、学习指导 .....	28
(一) 自由度、刚片和约束 .....	5	(一) 桁架内力正、负号的规定 .....	28
(二) 几何不变体系的简单组成规则 .....	5	(二) 结点法 .....	28
(三) 几何组成分析的途径 .....	6	(三) 结点平衡的特殊情况 .....	29
(四) 超静定结构多余约束的判别 .....	7	(四) 截面法 .....	30
(五) 各类体系的特征 .....	7	(五) 组合结构 .....	30
三、示例 .....	7	三、示例 .....	30
四、思考题和习题重点提示 .....	9	<b>§ 3.4 静定结构小结</b> .....	34
(一) 思考题 .....	9	一、内力分析的内容和途径 .....	34
(二) 习题 .....	9	二、思考题和习题重点提示 .....	35
<b>第 3 章 静定结构的内力分析</b> .....	11	(一) 思考题 .....	35
<b>§ 3.1 静定梁和静定刚架</b> .....	11	(二) 习题 .....	36
一、基本内容及学习要求 .....	11	<b>第 4 章 静定结构的位移计算</b> .....	40
二、学习指导 .....	11	一、基本内容及学习要求 .....	40
(一) 绘制内力图的规定和要求 .....	11	二、学习指导 .....	40
(二) 应用截面法注意事项 .....	11	(一) 位移计算中的叠加原理 .....	40
(三) 用区段叠加法作弯矩图 .....	12	(二) 结构位移计算是几何问题 .....	41
(四) 内力与荷载微分关系的应用 .....	14	(三) 虚功的概念 .....	41
(五) 刚架弯矩图的正误判别 .....	15	(四) 虚功中的力状态和位移状态 .....	42
(六) 简支斜梁的内力图 .....	16	(五) 变形体系的虚功原理和单位荷载法 .....	42
三、示例 .....	19	(六) 结构位移计算的一般公式及其应用 .....	43

(七) 图乘法 .....	43	三、示例 .....	83
*(八) 互等定理 .....	45	四、思考题和习题重点提示 .....	89
三、示例 .....	45	(一) 思考题 .....	89
四、思考题和习题重点提示 .....	49	(二) 习题 .....	90
(一) 思考题 .....	49	五、自测题 II (超静定结构) .....	94
(二) 习题 .....	50	<b>* 第 7 章 影响线和内力包络图</b> .....	99
五、自测题 I (静定结构) .....	52	一、基本内容及学习要求 .....	99
<b>第 5 章 力法</b> .....	58	二、学习指导 .....	99
一、基本内容及学习要求 .....	58	(一) 影响线与内力图的比较 .....	99
二、学习指导 .....	58	(二) 影响线方程的建立 .....	99
(一) 超静定结构的两个特征 .....	58	(三) 最不利荷载位置的确定 .....	100
(二) 荷载作用下的力法典型方程 .....	59	(四) 简支梁和连续梁的内力包络图 .....	101
*(三) 支座位移影响下的力法方程 .....	60	三、示例 .....	101
(四) 力法基本结构的合理选择 .....	61	四、思考题和习题重点提示 .....	105
(五) 用力法解题中需注意的问题 .....	63	(一) 思考题 .....	105
*(六) 超静定结构的位移计算 .....	64	(二) 习题 .....	106
*(七) 最后内力图校核 .....	66	<b>* 第 8 章 矩阵位移法</b> .....	108
三、示例 .....	66	一、基本内容及学习要求 .....	108
四、思考题和习题重点提示 .....	72	二、学习指导 .....	108
(一) 思考题 .....	72	(一) 矩阵位移法的解题思路与步骤 .....	108
(二) 习题 .....	72	(二) 单元刚度矩阵 .....	113
<b>第 6 章 位移法和力矩分配法</b> .....	76	(三) 直接刚度法(先处理)的解题要点 .....	115
一、基本内容及学习要求 .....	76	三、示例 .....	116
二、学习指导 .....	76	四、思考题和习题重点提示 .....	120
(一) 位移法的解题思路 .....	76	(一) 思考题 .....	120
(二) 位移法的基本未知量与基本结构 .....	78	(二) 习题 .....	120
(三) 位移法典型方程的物理意义 .....	80	五、自测题 III (结构分析其他内容) .....	122
(四) 位移法与力法的比较 .....	82	<b>参考文献</b> .....	125
(五) 力矩分配法与位移法的关系 .....	82		

# 第1章 绪 论

## 一、基本内容及学习要求

本章内容包括:杆件结构力学的研究对象和任务,杆件结构的计算简图,杆件结构的类型以及荷载的分类等。

通过本章的学习,要求对杆件结构力学(简称结构力学)这门课程的内容和学习目的(研究什么——结构力学的研究对象,解决哪些问题——结构力学的基本任务)有一个总体的了解;同时,对结构计算时采用的力学模型(结构计算简图)的重要性、选取原则和方法有初步认识。

初次接触结构力学的读者,学习绪论时并不要求对其中每个细节都了解透彻,只要有一个总体和初步的认识即可,当学完本课程后,随着知识的积累,理解会逐步加深。

## 二、若干问题的说明

### (一) 结构力学的研究对象

广义来说,结构力学的研究对象是工程结构。学习时应注意掌握下面几点:

1. 工程结构是以建筑材料建造并用来承受荷载等外部作用的体系,要求工程结构各部分(杆件结构即为各杆件)间以及它们与基础或支承物体间必须连成一个牢固的整体,不致发生相对运动。

2. 结构的形式多种多样,它可以是单一的整体(如挡土墙和整体式基础),也可以是由多个构件组装而成的体系(如屋架,以至整个房屋的骨架)。

一个结构物又往往可划分为几个不同的部分进行计算。例如,工业厂房作为整体是一个结构,为计算方便通常把它分为地上和基础两大部分。地上部分又可取出屋盖,并将其中的屋架作为结构进行分析,屋架上面的屋面板也可看作简单结构等。在结构计算中,一根梁或一块板是最简单而常见的结构。

3. 工程结构依照几何尺寸可分为杆件结构、薄壁结构和实体结构三种(教材 § 1-1)。其中只有杆件结构是结构力学的研究对象,而薄壁结构和实体结构则是弹性力学的研究对象。通常说,结构力学是对杆件结构进行力学分析的一门学科。

### (二) 结构力学的任务

教材 § 1-1 指出:“结构力学的任务是研究结构的组成规律和合理形式,以及结构在外因作

用下的强度、刚度和稳定性的计算原理与计算方法”。对此,简要说明如下。

研究结构的组成规律就是探讨杆件按照一定规则组成结构的必要与充分条件,在教材第二章讨论。研究结构的合理形式是为了充分发挥材料的力学性能,相关论述分散在教材的不同章节[例如,第三版 § 3-5、§ 7-4 和第十章(第四版 § 3-6、§ 6-7 和第七章)]。

研究结构的强度、刚度和稳定性是为了使设计出的结构既安全可靠又经济合理,这三方面的计算是力学分析的基本内容:

1. 强度主要计算结构的内力,为强度设计(将在“混凝土结构设计原理”等后续课程中研究)提供可靠依据,保证结构使用时不破坏。这一问题在教材第三版第三、五~九章(第四版第三、五、六章)中论述。

2. 刚度主要计算结构的变形和位移,为刚度校核提供依据,将结构使用过程中产生的变形控制在允许范围内。主要在教材第四章中讨论,并在其他章节做进一步说明。

3. 稳定性主要计算结构丧失稳定时的最小临界荷载或荷载临界参数,当承受的最大荷载小于该临界值时,保证结构处于稳定平衡的受力状态。主教材对结构的稳定性计算未作讨论。

结构力学主要承担内力和位移的计算工作,其中强度计算必须求出结构的内力,刚度和稳定性分析也离不开内力计算。因此,研究各类结构在外因作用下的内力计算便成为本课程的基本问题。

### (三) 结构的计算简图

结构的计算简图是从实际工程结构中略去次要因素,简化抽象出来的力学计算模型。对实际结构的力学计算,都必须先确定计算简图,并以其代替实际结构进行计算,故计算简图的选择是否合理将直接影响结构设计的质量。

选取计算简图是结构力学中一个十分重要的内容,初学时需要有基本的了解,但它是一个涉及经验积累且较为复杂的问题,应当在学习本课程及有关后续课程的过程中加深理解。教材最后一章对结构计算简图的选取作了较详细的补充。

教材 § 1-2 对选取计算简图做了初步介绍,读者可注意领会以下几点:

#### 1. 选取的原则和方法

原则是既使所选计算简图符合实际结构主要的受力和变形特征,又力求计算简便。方法主要是对结构进行典型概括和简化计算。

结构力学与其他学科一样,必须对研究对象加以概括,抓住其本质进行科学抽象,再对得到的典型模型进行分析和研究。如长度远大于截面尺寸的构件,尽管形状、材料、承受荷载及支承情况可能各不相同,但实验分析证实,发生变形时其共同特点是截面保持平面并与构件轴线垂直。对这类可以引用平面假定的构件,计算时可抽象地用其轴线代替本身,从而将构件简化为杆件,并对杆件体系建立相应的计算理论和方法。

结构计算除需通过典型概括建立一般理论外,还必须根据每种结构具体的受力和变形情况做出简化,以选定计算简图。如图 1.1a 所示横梁,除将梁以轴线代替外,还需对其支承情况做进

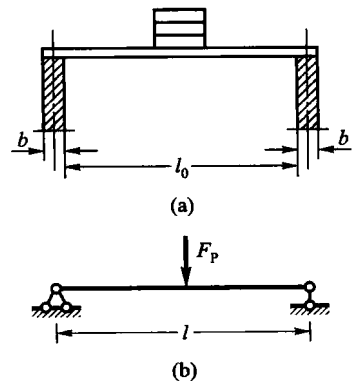


图 1.1



一步简化。梁的实际情况是两端既不能上下移动也不能水平移动,却可绕支座发生微小转动,故可将一端取作固定铰支座,另一端取作活动铰支座,得到图 1.1b 所示计算简图。为确定梁的跨度  $l$ ,还必须了解梁端支承反力的分布规律,通常假定梁端反力均布且合力通过支承面中点,故  $l=l_0+b$  ( $l_0$  为梁的净跨,  $b$  为墙宽)。这一简化虽会给计算带来误差,但通常都在允许范围内,而计算则大为方便。

## 2. 简化的内容

从实际结构到计算简图通常包括下列简化:

(1) 体系简化。工程实际中的空间结构,多数情况下都可化为平面体系进行计算。

(2) 内部简化。所有杆件以其轴线代替,杆件间的连接以结点表示,并根据实际情况分别简化为铰结点、刚结点和组合结点。

(3) 支座简化。根据杆件与基础的连接情况通常将支座简化为教材 §1-2 所述的几种。

支座的约束力与支座对位移的约束是一一对应的,支座对某方向的位移起约束作用,则沿该方向就产生约束力,若支座不能约束某方向的位移,就不会在该方向产生约束力。如图 1.1b 所示梁右端的活动铰支座就没有水平约束力和约束力偶。

(4) 荷载简化。把实际分布于构件内部的体荷载(如自重)和分布于构件表面某局部面积的面荷载分别简化为线荷载(沿杆轴方向分布)、集中荷载或集中力偶。

## 3. 选取具有相对性和灵活性

在坚持上述原则的前提下,可根据计算要求对同一结构选取不同的计算简图。选取时忽略的次要因素越多,带来的误差会越大,但所得计算简图就越便于计算。根据结构重要性、设计阶段、问题性质及采用计算工具的要求,可以在精度不同但繁简各异的简图进行选择。如初步设计阶段可采用较粗略的计算简图,而施工设计阶段采用较为精确的简图。又如手算时计算简图应力求简单,使用计算机时则可较多考虑次要因素的影响。

尽管选取计算简图是很重要而又复杂的问题,书中的直接论述也不多,但工程常见结构都有前人根据实践经验合理确定的计算简图,可以直接引用。如房屋建筑中两端搁置于砖墙上的楼面梁,当上面铺设预制板时可将其按简支梁计算。又如一端嵌固在墙体內的雨篷可当作悬臂梁考虑。教材所用到的都是从实际工程中选取出来较为成熟的计算简图。

4. 由于计算中以简图代替结构,对两者通常不作严格区分,文中提到的“结构”即指结构的计算简图。

## (四) 学习本课程的要求

结构力学是一门专业基础课,同时具备较强的理论性、实践性、概念性和系统性。学习时应贯彻理论与实际结合的原则,打好每一步基础,保持知识连贯。特别注意以下两点:

一要将书本理论与实际工程结合。认真观察工程结构,了解其性能和使用状况,学会用结构力学知识进行分析,逐步培养解决问题的能力。

二要将基本理论学习与基本技能(如解题运算能力)训练结合。教材各章节都是先介绍有关的概念原理、计算方法,在此基础上再辅以例题做进一步说明。本书在“基本内容及学习要求”、“学习指导”中先对教材内容进行解释归纳,也是为了帮助加深对概念和方法的理解,读者应在认真学习和思考后再读“示例”、做习题。同时,注意数量和质量的关系,学习理论和动手计

算两者缺一不可。只有打好理论基础,明确力学概念和解题思路,才能顺利完成作业;反之,只有通过一定数量习题的基本训练,才能巩固基本概念,加深对理论的认识。

### 三、选取计算简图示例

图 1.2a 所示为一仓库房屋骨架的示意图,选取计算简图时先分析其受力状况。作为空间结构体系,屋面的重量和屋面承受的雪荷载等经由屋面板先传到每个横向骨架,然后再传到基础,横向骨架是主要受力部分。分析时通常略去横向骨架间纵向连系的作用,把原来的空间结构化为若干榀平面骨架(图 1.2b)分析。

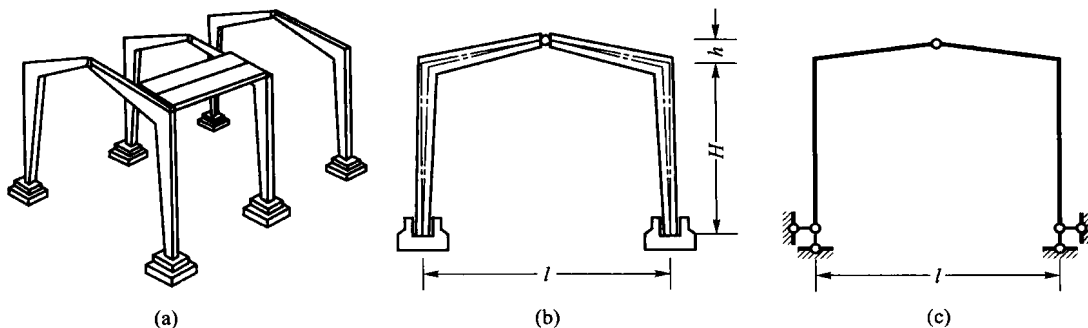


图 1.2

该骨架由左、右两部分构成,通过在构件上端侧面预埋的钢板上分别焊接水平钢管,再用插入螺栓的方式将两部分从顶部连接起来。左右两半不能分离却可绕螺栓发生转动,接近理想铰接。各部分竖柱与斜杆连接成整体,其间既不能转动也不能移动,应视为刚接。竖柱底端插在现场浇注的基础杯口内,深度大且填满沥青麻刀,柱与基础间可发生微小转动,可视为固定铰支座。

骨架的竖柱和斜杆一般是变截面的。选取计算简图时,通常从顶铰两侧斜杆的截面形心作上沿平行线,使之与从竖柱底端截面形心所作竖直线相交,两者分别代表斜杆和竖柱的轴线,则骨架跨度  $l$ 、竖柱高度  $H$  及斜杆坡高  $h$  等几何尺寸也随之确定。根据以上分析并以轴线代替杆件,便得图 1.2c 所示的计算简图,该结构称为三铰刚架。

## 第2章 几何组成分析

### 一、基本内容及学习要求

本章内容包括:几何组成分析的目的和概念,几何不变体系的简单组成规则和体系在静力学解答方面的特征。

通过本章学习,明确只有几何不变体系才能作为结构,掌握几何不变体系的简单组成规则,熟练运用规则分析一般体系的几何组成,准确判断超静定结构的多余约束。

### 二、学习指导

#### (一) 自由度、刚片和约束

对体系,特别是杆件体系进行几何组成分析,目的在于考察杆件间的相互连接能否组成几何不变体系,即研究杆件的连接方式能否保证杆件间及杆件与支承间不发生相对运动。杆件因材料应变产生变形引起体系几何形状的改变,不属几何组成分析的讨论范围,因此分析时将体系中所有杆件(梁、链杆等)看作不变形的刚体,简称为刚片。进一步还可把其中已肯定几何不变的部分和基础也视为刚片,分析中就是检验各刚片(基础存在时还应将其包括在内)间的连接方式能否保证体系几何不变。

教材第三版 § 2-2(第四版 § 2-1)中介绍的自由度、刚片和约束是几个重要而相互关联的概念。分析时还要注意链杆与刚片间的相互转换,有时可将链杆作为刚片,有时又把只用两个单铰与其他部分相连的刚片视为起约束作用的链杆。

#### (二) 几何不变体系的简单组成规则

几何不变体系的三个简单组成规则可用于分析常见的大多数体系,一些较为复杂的体系则需用其他方法(如零载法等)确定,对此本书未予讨论。

1. 教材第三版 § 2-3(第四版 § 2-2)所述简单组成规则,既规定了刚片间连接成几何不变体系的最少约束数目,又指明了必须遵循的连接方式。它体现了组成无多余约束几何不变体系的必要和充分条件。如规则一指出两刚片相连时至少应有三根链杆(少于三根则体系必然几何可变),且三根链杆不全交于一点也不全平行,才能保证所组成的体系几何不变且无多余约束,而多于三根链杆的几何不变体系具有多余约束。

2. 三个规则存在内在联系。若将图 2.1a 所示体系  $AC$ 、 $BDE$  分别看成刚片 I、II,用  $AB$ 、 $CD$

和  $CE$  三链杆或用链杆  $AB$  和铰  $C$  连接组成,按规则一体系为无多余约束的几何不变体系;若将链杆  $AB$  视为刚片 III (图 2.1b),则该体系可视为三刚片用  $A$ 、 $B$  和  $C$  三个铰按规则二组成;若将刚片  $AC$  视为两端铰接的链杆(图 2.1c),则可将体系看成在刚片 II 上先后增加  $D-C-E$ 、 $B-A-C$  两个二元体构成。由此可知,三个规则可以相互沟通,且同一体系按不同规则分析所得结论必定相同,读者可根据分析需要灵活应用其中一个。

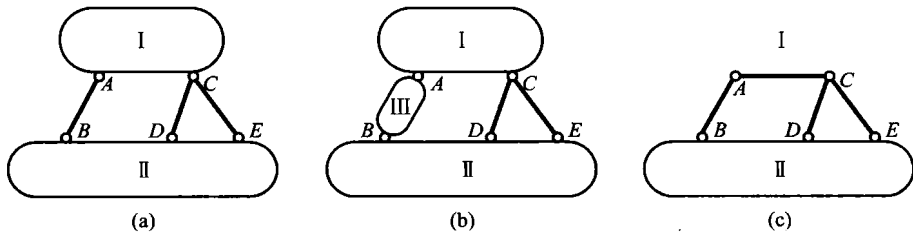


图 2.1

### (三) 几何组成分析的途径

1. 首先应依次去掉体系中存在的二元体,再对剩余部分进行分析。如图 2.2a 所示,体系依次去掉二元体  $B-A-C$ 、 $D-B-E$  和  $E-C-F$  后,可得图 2.2b 所示部分。该体系中  $HDGFI$  是几何不变部分,作为刚片与杆件  $DE$ 、 $EF$  用同一直线上的三个铰  $D$ 、 $E$ 、 $F$  相连成为瞬变体系,尽管它与基础的连接符合规则一,但仍为瞬变体系,故原体系也是瞬变体系。

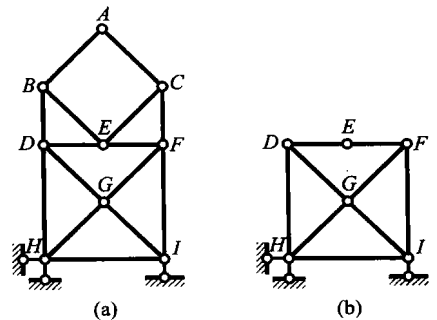


图 2.2

2. 当体系仅用三根链杆按规则一与基础连接时,可撤除链杆只就体系本身进行分析。如图 2.3a 所示体系,其几何特性仅取决于图 2.3b 所示部分的几何组成。该部分的  $AEC$ 、 $EDB$  可分别视为刚片 I、II,用铰  $E$  和链杆  $CD$  按规则一连接成无多余约束的几何不变体系,故原体系也无多余约束且几何不变。

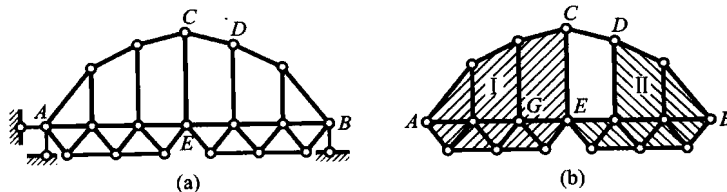


图 2.3

注意体系的基础支承链杆多于三根时,必须把基础视为刚片将其包括在内进行分析。教材例 2-2、2-3、2-5 即属此类情况。

3. 尽可能逐步扩大刚片范围,以方便简单规则的应用。教材例 2-1 把  $ABC$ 、 $ADE$  分别视为刚片就是如此。图 2.3 中的  $AEC$ 、 $EDB$  也是一样。

4. 只用两个铰与其他部分相连的刚片可视为通过两铰心的链杆。如教材例 2-3 把折杆  $AB$  视为链杆后方可按两刚片规则分析。

#### (四) 超静定结构多余约束的判别

多余约束是对体系实际自由度没有影响的约束,其存在不影响体系的几何组成特性,因此判别超静定结构多余约束的存在及位置时,应结合体系几何组成分析考虑。如对教材图 2-14 所示体系进行几何分析时,将杆  $AB$  与基础一起视为刚片,依次增加  $A-C-E$ 、 $C-D-F$  两个二元体,未包括的链杆  $DB$  即为一个多余约束。从刚片的不同位置以不同方式增加两个二元体都可以得到类似结论,即链杆  $AC$ 、 $CE$ 、 $CD$ 、 $DF$ 、 $DB$  中的任一根都可认为是多余约束,去掉该杆后其余链杆都成为必要约束。注意不能简单认为去掉上述所有链杆后剩下的简支梁是几何不变体系,就得出有 5 个多余约束的错误结论。

#### (五) 各类体系的特征

1. 几何不变体系具有数量足够且分布合理的约束,进一步分为:

(1) 无多余约束的几何不变体系。通常按简单组成规则组成,其静力特征是用静力平衡条件可求得它的全部反力和内力的确定值。这类体系称为静定结构。

(2) 具有多余约束的几何不变体系。除具有按简单组成规则所需的约束外还另有多余约束,其静力特征是仅用静力平衡条件不能求出其全部反力和内力的确定值。这类体系称为超静定结构。

2. 几何可变体系缺少必要的约束。通常是:

(1) 刚片间的约束数目少于简单组成规则的要求(教材图 2-4a)。

(2) 两刚片间用三根平行且等长的链杆相连(教材图 2-7c)。

(3) 两刚片间用全交于一个铰(实铰)的三根链杆相连。

这类体系的静力特征是一般无静力学解答。

3. 瞬变体系约束数量不缺少,但因约束布置不合理,导致在某些方向缺乏必要的约束。通常是:

(1) 两刚片之间用杆轴或其延长线交于一点(虚铰)的三根链杆相连(教材图 2-7a)。

(2) 两刚片之间用三根相互平行但不等长的链杆相连(教材图 2-7b)。

(3) 三刚片用位于同一直线上的三个铰两两相连(教材图 2-8)。

这类体系的静力特征是反力和内力为无限大或不定值。

在以上三类体系中,只有几何不变体系可用作结构。

### 三、示例

**例 2.1** 试对图 2.4a 所示体系进行几何组成分析。

**[解]** 整个体系有三根支承链杆且符合规则一的要求,故可取体系的上部(图 2.4b)分析。

先依次去掉  $C-B-A$ 、 $A-K-J$ 、 $C-A-J$ 、 $D-C-E$  和  $E-J-F$  等 5 个二元体,再对剩余部分  $HDEFI$  进行分析。它与图 2.2b 所示体系上部类同,属于瞬变体系,故原体系亦为瞬变体系。

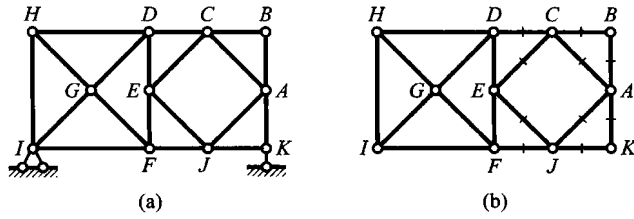


图 2.4

例 2.2 试对图 2.5a 所示体系进行几何组成分析。

[解] 先依次去掉二元体  $I-J-K$ 、 $H-I-L$ 、 $H-K-L$ 、 $D-H-E$  和  $F-L-G$ ,简化后得图 2.5b 所示体系。由于支承链杆多于三根,须把基础视为刚片与上部一起分析。将构成体系的三部分看成刚片 I、II、III 用铰  $A$ 、 $B$ 、 $C$  按规则二相连,知其几何不变且无多余约束,因而原体系是无多余约束的几何不变体系。

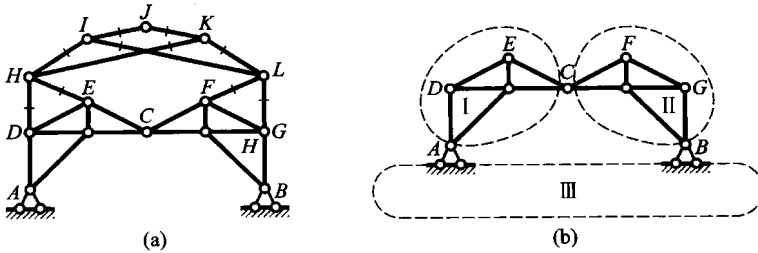


图 2.5

例 2.3 试对图 2.6 所示体系进行几何组成分析。

[解] 把两端铰接的折杆分别视为用虚线表示的链杆  $EC$  和  $FC$ ,将基础视为刚片,则整个体系由图示刚片 I、II、III 用虚铰  $O_1$ 、 $O_2$  和实铰  $D$  按规则二相连,故该体系是无多余约束的几何不变体系。

例 2.4 试对图 2.7 所示体系进行几何组成分析。

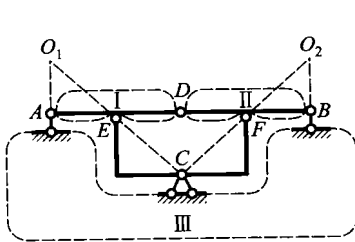


图 2.6

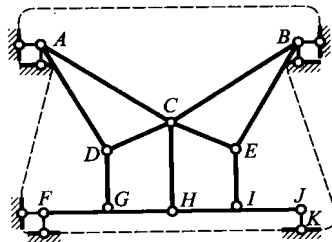


图 2.7

[解] 体系中支承链杆超过三根须连同基础一并考虑。在基础刚片上依次增添二元体 $A-C-B$ 、 $A-D-C$ 、 $C-E-B$ 、 $F-G-D$ (注意 $FG$ 杆延伸到 $H$ )、 $H-J-K$ ,则链杆 $CH$ 和 $EI$ 是多余约束,该体系为有两个多余约束的几何不变体系。

## 四、思考题和习题重点提示

### (一) 思考题

1. ① 由于几何可变体系在荷载作用下形状不断变化,不可能处于平衡状态也不能用静力平衡条件分析,故不能用作结构。如图 2.8a 所示支承阳台的悬臂梁计算简图,如果因梁左端上侧没有布置足够数量的受力钢筋致使该处出现裂缝,则梁左端由固定支座变成可以转动的铰支端,从而发生图 2.8b 所示的坍塌。瞬变体系虽在瞬时发生微小运动后几何不变,但荷载作用下的杆件常因内力过大不满足强度条件,或因变形超过刚度限制而不能正常使用,因此也不能用作结构,就是接近瞬变的体系(见教材图 2-9)也应主动避免。

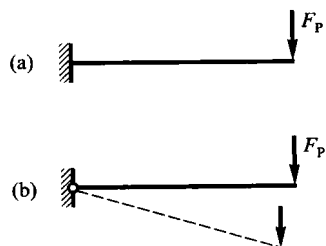


图 2.8

2. 单铰由两根链杆形成。实际上连接不同刚片的任意两根链杆都相当于其轴线交点处的单铰,如果链杆轴线交点处有两者共用的铰则为实铰,否则为虚铰。

4. 瞬变体系与几何可变体系在瞬时都几何可变,但其后瞬变体系变成几何不变,而几何可变体系则仍然可变(故也称为常变)。从几何组成看,几何可变体系缺乏几何不变所必需的约束(数量不足),瞬变体系虽具有足够数量的约束,但由于分布不合理,不能满足几何不变体系简单组成规则对约束几何关系或位置的要求。

6. 主教材例 2-3 也可用两刚片规则分析:将  $BED$  和基础当作刚片,两者间分别用链杆  $AB$ (分析时将折杆视为链杆)和  $E$ 、 $D$  处的支座链杆相连,但三者同交于  $C$  点,故为瞬变体系(见教材图 2-13)。同一体系应用不同规则得出相同结论,再次说明几何组成特性是体系的固有性质,而规则的应用是相通的。

### (二) 习题

2-5 体系是由较多杆件组成的铰接链杆体系,难以用简单组成规则直接判断,但在将  $D-E-H$ 、 $D'-E'-H$ 、 $D'-H-D$ 、 $C-D-G$ 、 $C'-D'-G$ 、 $B-C-G$ 、 $B'-C'-G$ 、 $B'-G-B$ 、 $A-B-F$ 、 $A'-B'-F$  作为二元体依次撤除后,只剩下  $AF$  和  $A'F$  两链杆以单铰  $F$  相连,尚缺一个约束,故原体系几何可变(见教材题 2-5 图)。

2-9 体系左侧的基础与嵌固其上的  $AE$  杆构成几何不变体系,从左至右陆续添加二元体  $E-F-BG$ 、 $G-H-C$ 、 $H-I-D$  后,可知原体系是无多余约束的几何不变体系(见教材题 2-9 图)。

2-10 基础与嵌固其上的  $AE$  杆和  $DI$  杆构成几何不变体系,添加二元体  $C-H-I$  后扩大为新

① 本学习指导中思考题和习题的编号对应于教材中相应章节下思考题和习题的编号,若有变化则另行说明。

刚片,若视  $BG$  杆为另一刚片,两者间分别以不全平行也不全交于一点的链杆  $EF$ 、 $GH$  和  $B$  处的支座链杆相连,构成无多余约束的几何不变体系(见教材题 2-10 图)。

本题与题 2-9 相比,支座  $B$  处的约束少一个,支座  $D$  处约束多一个,总约束个数并未变化。虽两者同为无多余约束的几何不变体系,但约束多少只是判别几何组成的必要条件,两个体系的几何组成特性是否相同仍要针对具体情况分析后才能判断。

2-16 本题属于用简单组成规则直接判断比较复杂的情况,分析的关键在于将体系的杆件合理划分为刚片和约束。正确的做法是分别以基础、铰接三角形  $DBF$  和链杆  $EC$  分别作为刚片 I、II、III(图 2.9a),其中 I 和 II 由链杆  $AD$  和  $B$  处支座链杆构成的虚铰  $B$  相连,II 和 III 由平行链杆  $DE$ 、 $CF$ (相当于铰心在链杆方向无穷远处的虚铰)相连,I 和 III 则由链杆  $AE$  和  $C$  处支座链杆所形成的虚铰  $C$  相连,而三个虚铰均在直线  $BC$  方向上,故为瞬变体系。

请进一步考虑,如果使  $C$  支座竖向上升(图 2.9b)或下降(图 2.9c),体系的几何组成特性将如何变化。

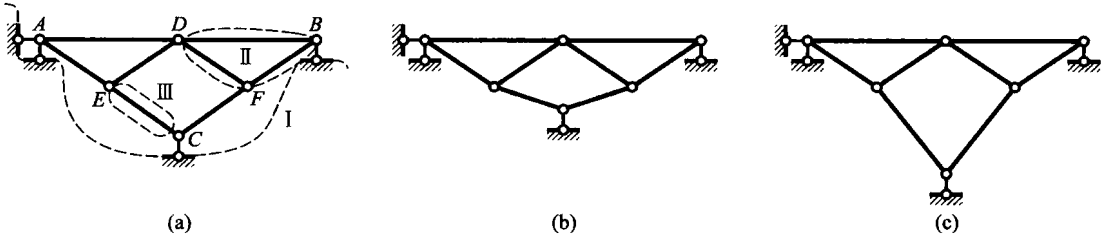


图 2.9



# 第3章 静定结构的内力分析

## § 3.1 静定梁和静定刚架

### 一、基本内容及学习要求

本部分内容包括:单跨静定梁、多跨静定梁和静定平面刚架的计算及内力图绘制。其中重点是静定梁和静定刚架的内力计算,内力图(特别是弯矩图)的绘制。

通过学习应达到如下要求:

- (1) 在材料力学已学内容基础上,进一步掌握用截面法计算静定梁和静定刚架内力的概念和方法。
- (2) 能迅速、正确地绘出单跨静定梁在荷载作用下的内力图,熟练运用区段叠加法绘弯矩图,并在此基础上绘制多跨静定梁和静定刚架的内力图。
- (3) 会运用荷载与内力的微分关系指导内力图绘制,判断其正误并描绘弯矩图轮廓。

### 二、学习指导

#### (一) 绘制内力图的规定和要求

梁一般只需绘  $M$  图和  $F_Q$  图(斜梁或承受斜向荷载的水平梁等特殊情况还需绘  $F_N$  图),刚架通常同时绘制  $M$ 、 $F_Q$ 、 $F_N$  图。结构力学规定  $M$  图绘在杆件受拉的一边,不注正负号; $F_Q$ 、 $F_N$  图可绘在杆件的任一边,但需注明正负号。

内力图均须标注图名、控制竖标(绘制内力图需要的控制截面内力)的数值和单位。控制截面包括杆件的起止点、支承点、汇交点、集中力和集中力偶的作用点、均布荷载作用区段的起止点及中点等截面。这些截面内力值算出后,内力图才能完全确定( $M$  图除特别注明外,均布荷载区段一般只在区段中点标注该荷载作用下的弯矩叠加值)。

内力图须按一定要求绘制,如梁的内力图宜绘在计算简图下方且与简图左右对齐,杆段长度和控制竖标应大致符合比例,直线要平直、曲线应光滑等。

#### (二) 应用截面法注意事项

结构力学计算控制截面内力的方法仍是截面法。应用截面法需注意如下几点: