

探究性学习 教学示例

TANJIUXING XUEXI JIAOXUE SHILI

郑桂华 总主编

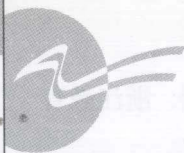
王 平 编 著



SHUXUE

浙江教育出版社

TANJIAOKING XUEXI JIAOXUE SHILI



探究性学习教学示例

数学

SHUXUE

王平 编著

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

探究性学习教学示例. 数学 / 王平编著. — 杭州: 浙江教育出版社, 2004.4

ISBN 7-5338-5213-3

I. 探... II. 王... III. 数学课 — 课堂教学 — 教学研究 — 中小学 IV. G623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 012628 号

责任编辑 何黎峰
责任出版 邵建民
封面设计 韩 波
版式设计 王大川

探究性学习教学示例 数学

李人凡 总策划
郑桂华 总主编
王 平 编 著

出版发行 浙江教育出版社
(杭州市体育场路 347 号 邮编: 310006)

网 址 <http://www.jys.zjcb.com>

印 刷 杭州富春印务有限公司

开 本 890 × 1240 1/32

印 张 3.625

插 页 1

字 数 100 000

版 次 2004 年 4 月第 1 版

印 次 2004 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-5338-5213-3/G · 5183

定 价 7.70 元

版权所有 · 翻印必究

总序

20世纪90年代以来,我国教育界进入了一个非常活跃的时期,新的教育观念不断被介绍进来,新的教学方法不断在尝试运用。其中,探究性学习就是一个影响广泛的热门话题。

探究性学习改变了传统教学中以知识传授为主的方式,为学生构建开放的学习环境,有利于他们自主地获取知识。这一学习方式引导学生将学到的知识加以综合应用,逐步养成善于提问的意识,勇于探究的精神,勤于实践的习惯,培养收集有效信息,综合性解决问题的能力。探究性学习的核心是让学生自主获取知识。

20世纪中叶以后,随着科学技术的迅猛发展,人类社会生活发生了深刻变化,信息化、全球化趋势不可阻挡,导致人类对知识、能力、竞争力等概念产生了新的认识。对于学校教育来说,重要的不是让学生掌握多少现成的知识,而是要让其学会获得新知识的方法,提高创造新知的能力。为了适应飞速发展的社会现实,培养一批具有创造意识和研究能力的人才,在未来国际竞争中占据有利地位,20世纪下半叶以来,世界各国教育管理部门不约而同地把推动学习方式的转变作为课程改革的主要内容,纷纷倡导“主题探究”、“设计学习”、“综合学习”等活动。这些活动有一个共同的理念:让学生自主学习多一些。

受传统文化和教育体制等因素的影响,我国教育领域长期以来普遍重视具体知识的传授,灌输式教学方法影响深远,学生在学习

中的主体地位和自主发展空间受到了严重的挤压。因此,在我国中小学教育中开展探究性学习的需要就更加迫切,任务也更加艰巨。20世纪90年代末,探究性学习的理念一被我国教育界接受,就受到了高度重视,教育部连续召开会议,推动探究性学习,教育部主持制定的《面向21世纪教育振兴行动计划》和新颁布的各门学科的《课程标准》,都强调要改变学习方法,重视探究性学习。管理部门和理论界的热情,迅速推动了探究性学习的实践探索,全国有许多所学校开展了探究性学习的实践探索,并陆续总结出一些好的经验和做法。

不过,在开展探究性学习的热潮中,也出现了一些值得注意的倾向,比如赶时髦现象,泛泛而谈多,认真实践少;浅尝辄止多,长期坚持少。这种倾向直接导致了探究性学习在我国先热后冷的情况。我注意到,前几年的报刊杂志上,谈论探究性学习的文章很多,而现在就很少看到了。其实,探究性学习不是孤立静态的,也不是立竿见影的,不能记住定义,学会操作就万事大吉了。它是一种先进的学习方法,要与日常的学习活动结合,要伴随在整个学习活动的始终。这样坚持几年、十几年、几十年,方才有希望收到效果,养成习惯,化作意识。那些赶时髦的做法,那种认为“探究性学习过时了”的观点,都是不利于探究性学习的深入开展的。有效的学习方法是逐步总结出来的,它不应该突然流行,也永远不会过时,只有扎扎实实的长期努力。探究性学习的价值就在于必须把它落实到每一天的学习活动中。

影响探究性学习健康发展的另一种倾向是简单地把探究性学习看成单纯到课外做课题研究。做课外小课题当然是探究,而且是一种相对综合的高级的探究,它对学生的探究能力常常能起到很大的提升作用。但是,学生做研究与专家做研究有很大的区别。探究性学习的着眼点或重点,不在于让学生去解决多少实际问题,而在于

让学生学会发现问题，熟悉研究过程，了解研究方法，培养研究意识。通过长期的探究活动，养成平等的态度、批判的意识、独立的精神，以及相应的合作能力和实践习惯。显然，以上的学习目标，仅仅靠一篇小课题论文，是难以真正达到的。更有甚者，有的学校放着手中的教材不去引导学生质疑，放着身边的社会生活不去研究，不惜跑几百里路去做社会调查，使得学生把大部分时间花在做课题研究上，这样做不仅干扰了正常的学习秩序，还惹得学生满腹怨言，坏了探究性学习的名声。

探究性学习不能局限于课外小课题研究，而应该向学习的各个空间、时间延伸。让探究性学习成为一种常态的学习方法，而不是特例。这样，常态的方法成为习惯，长期的习惯成为意识，长期的意识养成能力。这才是我们开展探究性学习的最终目的。如果一个教师在日常的课堂学习中不把学生放在主体地位，不引导学生学会质疑，探究，动手动脑，而采取满堂灌的教学，却要求学生到课外做小课题研究，这样的探究性学习是一种本末倒置的做法，是不会产生好效果的。

探究性学习与具体课程相结合，当然有不同的方式方法。比如直接开设探究型课程，更直接的做法是改变日常的课程学习中的重知识传授倾向，从课程目标制定、教学流程设计、课堂学习手段选择到考核评价措施落实，都向探究性学习靠拢，实实在在地落实探究性学习精神，这既抓住了探究性学习的实质，也是教学改革取得实效的保证。

一种先进教育观念的被接受，既需要有高屋建瓴的理论把握，又必须有扎实的教学经验作为支撑，这套丛书的作者就是出于这样的目的走到一起来的。他们都是各个学科长期活跃在中学教学第一线的骨干教师，在学科探究性学习探索中有自己的主张，有几年的实践经验，他们愿意把自己这几年在探究性学习上的一些想法、做法，用教

案的形式与大家进行交流。虽然有些人的理论功底不够扎实,但是他们一堂课一堂课地努力,一步一个脚印地尝试,其精神值得称道。至少,从这些案例上可以看出,他们愿意为学生留出一片自主学习的空间,为教师们留下一点可资借鉴的经验,为研究者留下一些可供研究的第一手材料,那么,他们的这项工作就是很有意义的。

当然,这些教案只是学习某篇课文或研究某个问题的一个角度。毕竟,探究性学习是开放的,长期的,希望有更多的人一如既往地关注教育,关注探究性学习,并积极加入探索的行列。

钟启泉

2004年3月

第一部分	数学学科探究性学习概述	1
第二部分	探究性学习教学设计示例	15
	一、合情推理及其模式探究	17
	二、命题从平面到空间的推广	22
	三、四面体的性质探究	26
	四、检验台的最佳位置	30
	五、函数 $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ 的性质探究	34
	六、勾股定理的运用	40
	七、函数奇偶性、周期性及图象对称性关系的探究	43
	八、用图形计算器研究函数 $y = a\sin\omega x + b\cos\omega x$ 的图象性质	46
	九、平面截圆锥的截痕研究	50
	十、一个向量问题解决的探究	54
	十一、圆锥曲线周直角性质的探究	60
	十二、地球近日点的探求	66
	十三、点到直线距离公式的探求	72
	十四、生活中的数学问题——购房贷款问题	76
	十五、“连环送”的奥妙	82
	十六、折旧原理及其计算	86
	十七、不同利率下的储蓄模型	89
	十八、数学实验与建模——陈酒的销售计划	94
第三部分	小课题研究示例	99
	一、探究性小课题举隅	101
	二、学生小课题论文示例	105

第一部分

数学学科 探究性学习概述

一、探究性学习的概念及其特点

1. 什么是探究性学习。

从广义上理解,探究性学习泛指学生主动探究的学习活动。它是一种学习的理念、策略、方法,适用于学生对所有学科的学习。

从狭义上理解,探究性学习是指在教学过程中以问题为载体,创设一种类似科学研究的情境和途径,让学生通过自己收集、分析和处理信息来实际感受和体验知识的产生过程,进而了解社会,学会学习,培养分析问题、解决问题的能力和创造能力。

从教学角度看,探究性学习是指学生在教师指导下,以类似科学研究的方式,进行主动探究的一种学习方式。

2. 探究性学习的意义。

探究性学习是在终身教育和终身学习的观念深入人心的背景下提出的,为实现终身学习提供可能的学习理念,符合国际基础教育改革和发展的趋势,符合我国新世纪培养高素质人才的需求。它对改变人才的培养模式,从而促进学生的全面发展,提高学生的综合素质影响深远。

在开展探究性学习的一些地区和学校的实践中已得到充分验证:通过探究性学习,学生的学习积极性增强了,学习兴趣提高了,主体性发挥得更明显了,创新精神、实事求是的科学态度、锲而不舍的科学精神、社会责任感和团队合作意识都得到了进一步的培养,对学习内容、学习环境、学习方法、学习过程、学习结果等的情感体验更加丰富了。

3. 探究性学习的特点。

(1) 问题性。“问题”(或专题、课题)是探究性学习的载体,整个学习活动围绕问题的提出和解决来组织学生的学习活动。

在探究性学习中,学校和教师首先要组织学生从学习和社会生活中选择和确定他感兴趣的研究专题,去发现问题和提出问题。这些问题可以是老师提供的,也可以是学生自己选择和确定的;可以是课堂教材的内容或延拓,也可以是对课堂以外的社会或自然现象的

探究;可以是纯粹思辨的,也可以是实践操作的;可以是已经证明的结论,也可以是对未知领域的探索。学生在解决问题的过程中会涉及多种知识,这些知识的选择、积聚和运用完全以问题为中心。因此探究性学习的过程是探索研究的过程,它从提出问题开始,围绕分析问题、解决问题进行探究。探究性学习非常重视培养学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力。

(2) 开放性。探究性学习活动具有明显的开放性。

在探究性学习中,由于要研究的问题的选择范围不拘泥于教材,来源广泛。从探究方式上看,由于研究性学习非常注重学生的主体活动,而主体活动的多样性决定了最后学习结果的内容和形式上的多样性,因此它必然会突破原有学科教学的封闭状态,把学生置于一种动态、开放、主动、多元的学习环境中。这种开放性学习改变的不仅仅是学生学习的地点和内容,更加重要的是:首先,它给学生提供了更多的获取知识的方式和渠道,在了解知识的发生和形成的过程中,推动他们去关心现实,并主动地将所学的知识应用于现实生活,使学生获得较完整的学习经历。其次,学生在这种学习中将培养起开放性思维,这种思维方式的形成对于学生创新精神的培养尤为重要。

(3) 探究性。探究性是探究性学习的核心。

在探究性学习中出现的问题对学生来说没有现成的答案,也没有现成的套路和方法,学生必须通过自己思考、探索、研究才能求得解决问题的思路与方法。在探究性学习中,学生以类似科学研究的方法,经历查找资料、设计方案、实验操作、假设求证等途径,培养了归纳、类比、直觉、猜想、探索性思维等方法。

(4) 自主性。探究性学习是以学生的自主活动来展开的学习。

探究性学习强调以学生的自主性、探究性为基础,贯彻“自由选题、自主探究、自由创造”的原则。学生按自己的兴趣选择和确定探究性学习的内容后,通常采用学生个人或小组合作的方式来进行。整个活动的内容、方式、精度、实施和最后成果的表现形式等主要取决于学生个人或学习小组的努力。学生是某一个课题的提出者、设计者、实施者,他对课题目标的达成负有主要的责任。当学生感到背负

责任时,他的主观积极性便得到极大的调动,自主学习、积极探究就有了内在驱动力。

(5) 创新性。探究性学习是鼓励创新的学习。

探究性学习的最终目标是培养学生的创新精神、创造能力和实践能力。从探究性学习的结果看,所得的结果可能大多是已有科学研究成果的运用或“再发现”,但对学生个体来说,它是通过探索、研究后产生的自己从未有过的想法、见解和解决问题的方法,因此具有自我实现的创新性。从研究的方式上看,探究性学习是以类似科学研究的方法进行的,而科学研究方法本身是以探究性为主要特点的,通过对探索性问题的创造性活动,亲身体验科学家研究和解决问题过程中的创造性方法和思维及心理活动,因而对学生而言,在学习过程中体现出来的是探索精神、求异思维。

(6) 过程性。相对接受式学习而言,探究性学习更注重研究的过程,并非结果。

探究性学习关注的是在学习过程中的思维方式、个人体验,对信息资料的收集、整理、综合,以及对问题的分析、研究、探索的解决过程。探究性学习强调“从做中学”,力图通过学生主体的活动来培养他们的创新精神和分析问题、解决问题的能力 and 创造能力。

二、数学的本质特征与数学探究性学习的模式

1. 对数学本质特征的认识。

只有对数学的本质特征有了清醒的认识,才能指导我们的教学活动。因此,为了能正确地展开数学学习中的探究性学习,我们有必要先来回顾一下人们对数学本质特征的认识与理解过程,准确把握数学的本质特征。

自古以来,许多人把数学看成一种知识体系,是经过严密的逻辑推理而形成的系统化的理论知识总和,它既反映了人们对“现实世界的空间形式和数量关系”的认识,又反映了人们对“可能的量的关系和形式”的认识。数学既可以来自现实世界的直接抽象,也可以来自人类思维的能动创造。

从人类社会的发展史看,人们对数学本质特征的认识在不断变化和深化。“数学的根源在于普通的常识,最显著的例子是非负整数。”欧几里德的算术来源于普通常识中的非负整数,而且直到19世纪中叶,对于数的科学探索还停留在普通的常识阶段。19世纪以前,人们普遍认为数学是一门自然科学、经验科学,因为那时的数学与现实之间的联系非常密切。随着数学研究的不断深入,从19世纪中叶以后,认为数学是一门演绎科学的观点逐渐占据主导地位,这种观点在布尔巴基学派的研究中得到发展,他们认为数学是研究结构的科学,一切数学都建立在代数结构、序结构和拓扑结构这三种母结构之上。与这种观点相对应,从古希腊的柏拉图开始,许多人认为数学是研究模式的学问。数学家怀特海说:“数学的本质特征就是:在从模式化的个体作抽象的过程中对模式进行研究,数学对于理解模式和分析模式之间的关系,是最强有力的技术。”1931年,歌德尔不完全性定理的证明宣告了公理化逻辑演绎系统中存在的缺憾。这样,人们又想到了数学是经验科学的观点。著名数学家冯·诺伊曼就认为,数学兼有演绎科学和经验科学两种特性。

事实上,上述对数学本质特征的认识主要是从数学研究的结果来看数学的本质特征的。显然,结果(作为一种理论的演绎体系)并不能反映数学的全貌,组成数学整体的另一个非常重要的方面是数学研究的过程,而且从总体上来说,数学是一个动态的过程,是一个“思维的实验过程”,是数学真理的抽象概括过程。逻辑演绎体系则是这个过程的一种自然结果。在数学研究的过程中,数学对象的丰富、生动且富于变化的一面才得以充分展示。波利亚认为:“数学有两个侧面,它是欧几里德式的严谨科学,但也是别的什么东西。由欧几里德方法提出来的数学看来像是一门系统的演绎科学,但在创造过程中的数学看来却像是一门实验性的归纳科学。”弗赖登塔尔说:“数学是一种相当特殊的活动。”这种观点“是区别于把数学作为印在书上和铭记在脑子里的东西”。他认为,数学家或者数学教科书喜欢把数学表示成“一种组织得很好的状态”,也即“数学的形式”是数学家将数学(活动)内容经过自己的组织(活动)而形成的。但对大多数

人来说,他们把数学当成一种工具,他们不能没有数学是因为他们需要应用数学。对于大众来说,是要通过数学的形式来学习数学的内容,从而学会相应的(应用数学的)活动。菲茨拜因说:“数学家的理想是要获得严谨的、条理清楚的、具有逻辑结构的知识实体,这一事实并不排除必须将数学看成一个创造性过程:数学本质上是人类活动,数学是由人类发明的。”数学活动由形式的、算法的与直觉的等三个基本成分之间的相互作用构成。库朗和罗宾逊也说:“数学是人类意志的表达,反映积极的意愿、深思熟虑的推理以及精美而完善的愿望,它的基本要素是逻辑与直觉、分析与构造、一般性与个别性。虽然不同的传统可能强调不同的侧面,但只有这些对立势力的相互作用,以及为它们的综合所作的奋斗,才构成数学科学的生命、效用与高度的价值。”

基于对数学本质特征的上述认识,人们也从不同侧面讨论了数学的具体特点。比较普遍的观点是,数学有抽象性、精确性和应用的广泛性等特点,其中最本质的特点是抽象性。A.亚历山大洛夫说:“甚至对数学只有很肤浅的知识就能容易地觉察到数学的这些特点:第一是它的抽象性;第二是精确性,或者更好地说是逻辑的严格性以及它的结论的确定性;最后是它的应用的极端广泛性。”另外,从数学研究的过程方面、数学与其他学科之间的关系方面来看,数学还有形象性、似真性、拟经验性、可证伪性的特点对数学特点的认识也是有时代特征的,例如集合论的发展过程和微积分理论的发展过程,都充分反映出人们对数学严谨性的认识是渐进的。因此,数学的严谨性是在数学发展历史中表现出来的,具有相对性。关于数学的似真性,波利亚在他的《数学与猜想》中指出:“数学被人看做是一门论证科学。然而这仅仅是它的一个方面。以最后确定的形式出现的定型的数学,好像是仅含证明的纯论证性的材料,然而,数学的创造过程与任何其他知识的创造过程是一样的。在证明一个数学定理之前,你先得猜测这个定理的内容,在你完全作出详细证明之前,你先得推测证明的思路,你先得把观察到的结果加以综合,然后加以类比。你得一次又一次地进行尝试。数学家的创造性工作成果是论证推理,即证明;但是

这个证明是通过合情推理,通过猜想而发现的。只要数学的学习过程稍能反映出数学的发明过程,那么就应当让猜测、合情推理占有适当的位置。”从这个角度来说,数学的确定性是相对的、有条件的。对数学的形象性、似真性、拟经验性、可证伪性特点的强调,实际上是突出了数学研究中观察、实验、分析、比较、类比、归纳、联想等思维过程的重要性。

2. 探究性学习的模式。

(1) 以探索知识的发生过程为背景的探究性学习模式。

探究性学习的一大特点就是:以问题为载体,创设一种类似科学研究的情境和途径,让学生通过自己收集、分析和处理信息来实际感受和体验知识的产生过程,进而形成分析问题、解决问题的能力 and 创造能力。从分析数学本质特征的过程中我们知道:数学结果(作为一种理论的演绎体系)并不能反映数学的全貌,组成数学整体的另一个非常重要的方面是数学研究的过程,而且从总体上来说,数学是一个动态的过程,是一个“思维的实验过程”,是数学真理的抽象概括过程,逻辑演绎体系则是这个过程的一种自然结果。在数学研究的过程中,数学对象的丰富、生动且富于变化的一面才得以充分展示。因此学习数学并不能只学习数学现有的结果,更应该重视数学研究的过程。过程学习的最佳方式就是创设类似知识发生发展的情境,让学生自己去体验、感受、发现知识的发生发展过程,领略数学对象的丰富、生动且富于变化的一面。这样既有利于学生掌握数学全貌,又有利于激发学生学习数学的热情,更有利于树立数学发展过程中的数学思想。以知识的发生过程的探索为背景的探究性学习侧重于数学发展的动态过程,力图通过让学生在主动探究、收集、整理、分析资料中体验数学发生发展过程中的数学智慧与合情推理,突出的是情感体验。它可以借助实验、建模等形式来体现。探究性课题可以小到是某个知识点的形成,也可以大到一个学科分支的发生发展过程;可以作为一个课时完成的研究性课题,也可以作为一个星期、一个学期或一个学年的研究性课题。研究者可以是学生个人,也可以是小组为单位。研究结果大多是研究报告或专题汇报的形式,如本书中的“四面

体的性质探究”、“函数 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 的性质探究”、“用图形计算器研究函数 $y = a\sin ax + b\cos ax$ 的图象性质”、“一个向量问题解决的探究”等课题。

(2) 以“问题解决”为背景的培养数学探索能力的探究性学习模式。

“问题解决”是否就是“题海战术”？自从国家提倡素质教育以来，人们似乎有些回避谈解题，似乎解题就意味着“题海战术”。那么何为“问题解决”？它与“题海战术”的关系如何呢？“题海战术”是以大量的解题的方式，达到让学生掌握一些基本题型和解题的套路。它的一个显著特点是模式化，即当遇到同类型的问题时，学生可以套用已有模式来解决问题，当遇到从未见过的题型时，则显得束手无策，是一种被动消极的学习模式。“问题解决”被看做一个发现、探索和创新的过程，它也是一种基本技能，是提出问题、建构数学模型、设计求解方法、检验答案等各类技能的整合。再者，“问题”不等于“习题”，它不能靠学生的模仿、套用等途径解决，它需要学生创造性地运用知识来解决问题。由此可见，“问题解决”强调问题解决的探索过程，探索性是它的一个主要特点。极力倡导“问题解决”的数学教育家波利亚在他的名著《怎样解题》中用了近 70% 的篇幅讲述“探索法”，强调数学解题过程中解题者的主动探究是一种主动、积极的探索式学习。

探究性学习的问题解决模式建立在认知心理学理论的基础上。认知心理学的理论强调学习过程是一个主动地接受信息和创造性的思维过程，强调学生知识表征的方式的重要性，一种良好的认知结构比获得零散知识更重要。这些思想影响着探究性学习问题解决模式的构建。问题解决模式认为探究性学习即是对学习问题的解决过程，学生是主动的信息加工者，问题解决是对问题空间的搜索。因此，探究性学习过程有这样三个基本特征：

目的指向性。学生学习是有目的的过程，最终要达到某个终结状态。

认知操作。学生的学习依赖于一定的学习与思维策略，并依此来进行一系列的认知操作。