

Fields and Waves in Layered Media

分层介质中的 电磁场和电磁波

■ 李 凯 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

分层介质中的电磁场和电磁波

李 凯 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

内容简介

本书是一本系统阐述分层介质中电磁场和电磁波的专著,内容主要包括平面分层介质中电偶极子激励的电磁场近似解、低频电磁波绕覆盖介质层的球形地面传播的近似解以及两层介质分界面附近的瞬态场的严格解和近似解。本书的突出特点为在平面及球面分层模型下求解电磁场和电磁波的解析解,而对广泛使用的电磁场的数值方法则很少涉及。

本书可供从事无线电波传播的研究人员、电磁理论和应用的研究人员,以及高等院校无线电物理和电磁场理论与微波技术专业的师生使用。

图书在版编目(CIP)数据

分层介质中的电磁场和电磁波 / 李凯著. —杭州:浙江大学出版社, 2010.1
ISBN 978-7-308-05872-8

I. 分… II. 李… III. ①电磁场—研究②电磁波—研究
IV. 0441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 043389 号

分层介质中的电磁场和电磁波

李 凯 著

责任编辑 应伯根

文字编辑 王元新

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州求是图文制作有限公司

印 刷 富阳市育才印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 13

字 数 277 千字

版 印 次 2010 年 1 月第 1 版 2010 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-05872-8

定 价 26.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

前言

分层介质中电磁场和电磁波的理论在短波通信、对潜通信、地波超视距雷达、地球物理探测、遥感、微带天线设计等领域都有广泛的应用。因此,分层介质中场和波的研究已成为电磁理论和应用中最活跃、发展速度最快的研究领域之一。

对于平面分层介质、柱面分层介质和球面分层介质中的电磁场与电磁波的问题,很多可以用解析方法求解。近十年来,作者一直专注于分层介质中电磁场与电磁波的研究,并已经与导师、合作者和学生们一起在此领域做了许多具有自己特色的理论研究,其中大部分研究成果已在国内外有关期刊上公开发表。在单位领导和同事的支持与鼓励下,作者系统地总结了近年来我们在此领域内的研究成果,在学术前辈陈抗生教授的建议下撰写了这部专著。其中大部分内容是作者和合作者及所指导的研究生的共同成果,为了使本书内容有较好的系统性,也引用了一些国内外学者的研究成果。

在理论研究方法上,追求获得具有明确的物理意义、简单、同时又能够得到足够精度的解析表达式,而不是使用纯粹的数值解。首先,将实际的电磁场和电磁波问题进行合理的简化,建立一个理想化的物理模型,把一个实际问题转化为寻找一个满足特定边界条件的麦克斯韦方程组的数学问题;然后,灵活地应用数学物理方法范畴内的各种数学工具,获得最终的解析表达式并计算出相应的数值结果。

本书大部分的研究工作是在 Banos 的专著 *Dipole Radiation in the Presence of Conducting Half-Space*(1966)、Wait 的专著 *Electromagnetic Waves in Stratified Media*(1970)、King 等人的专著 *Lateral Electromagnetic Waves*(1992)和潘威炎的专著《长波超长波极长波传播》(2004)

的基础上开展的,主要的研究成果也是最近几年取得的。因此,内容较新颖,代表着作者在此研究领域内的最新研究成果。

本书的研究内容主要包括平面分层介质中电偶极子激励的电磁场分量的近似解、低频电磁波绕覆盖介质层的球形地面传播的近似解以及两层介质分界面附近的瞬态场分量的严格解和近似解。

作者希望本书能够对无线电波传播研究人员、电磁理论和应用研究人员,以及高等院校无线电物理专业和电磁场理论与微波技术专业的师生们能有所裨益。

这里,我衷心地感谢我的导师潘威炎研究员,是潘老师将我引入了科学殿堂。潘老师渊博的学识、严谨的治学态度,以及无私奉献和不断进取的精神永远是我学习的榜样和追求的目标。我衷心感谢合作研究多年的中国电波传播研究所的张红旗研究员,本书部分内容即是和潘老师及张红旗研究员的一些合作成果。感谢韩国情报通信大学的 S. O. Park 教授以及新加坡南洋理工大学的陆忆陇教授,本书部分内容即为与他们的合作成果。感谢美国麻省理工学院孔金瓿教授(已故)、浙江大学陈抗生教授、章献民教授、何赛灵教授、尹文言教授和杨冬晓教授、浙江大学国际电磁科学院浙大分院蒋芹老师四年多来的关心和支持。感谢我的同事和朋友杜阳副教授、王浩刚副教授、李中新副教授、张中庆研究员的帮助和友谊。感谢王寅林、陆云龙、柳良等研究生为本书出版付出的辛勤劳动。感谢浙江大学出版社对我工作上的关心与支持。

本书得到国家自然科学基金面上项目(60971057、60872091)和重点项目(60831002)以及毫米波国家重点实验室开放课题(K201010)资助。

本书虽然酝酿时间长,但由于作者水平所限,遗漏及错误之处恐难避免,望乞批评指正。

李 凯

2009年7月于杭州

目 录

第 1 章 电磁理论预备知识	(1)
1.1 库仑定律和电场强度	(1)
1.2 电位移矢量和高斯定理	(2)
1.3 电荷守恒定律和电流连续性方程	(2)
1.4 安培实验定律和磁感应强度	(3)
1.5 安培环路定理和磁通连续性原理	(4)
1.6 磁介质的磁化和磁场强度	(4)
1.7 法拉第电磁感应定律	(5)
1.8 位移电流的概念	(6)
1.9 导电物质中的传导电流	(6)
1.10 麦克斯韦方程组与洛伦兹力公式	(7)
1.11 物质中的本构方程	(8)
1.12 介质分界面上场的边值关系	(9)
第 2 章 对分层介质中电磁场和电磁波研究的历史性回顾	(11)
2.1 电磁波	(11)
2.2 Zenneck 表面波	(12)
2.3 索末菲尔德积分	(13)
2.4 沿分层介质表面传播的表面波	(14)
2.5 沿两种介质分界面传播的侧面波	(17)
2.6 沿三层介质分界面传播的吸附表面波	(18)
2.7 偶极子在地球表面激励的辐射场	(19)
第 3 章 垂直电偶极子在三层介质中激励的电磁场	(21)
3.1 电磁波场分量的积分表达式	(21)
3.2 理想导电基底情况下垂直电偶极子激励的电磁场	(25)

3.2.1	表面波和侧面波的积分表达式	(25)
3.2.2	极点方程的根的求解	(26)
3.2.3	极点方程的根的变化规律	(28)
3.2.4	理想导电基底情况下三层介质中场分量的完整表达式	(29)
3.2.5	理想导电基底情况典型条件下的计算和讨论	(33)
3.3	非理想导电基底情况下垂直电偶极子激励的电磁场	(35)
3.3.1	表面波和侧面波的积分表达式	(35)
3.3.2	极点方程的根的求解	(36)
3.3.3	极点方程的根的变化规律	(38)
3.3.4	非理想导电基底情况下三层介质中场分量的完整表达式	(38)
3.3.5	非理想导电基底情况典型条件下的计算和讨论	(42)
3.4	三层介质中的垂直偶极子产生的辐射场	(44)
3.4.1	三层介质中的垂直偶极子产生的辐射场	(44)
3.4.2	典型条件下的计算和讨论	(48)
第4章	水平电偶极子在三层介质中激励的电磁场	(53)
4.1	电磁波场分量的积分表达式	(53)
4.2	电磁波场分量的解析表达式	(57)
4.2.1	电型波分量	(57)
4.2.2	磁型波分量	(62)
4.2.3	场分量的完整表达式	(67)
4.2.4	和已有结果的比较	(70)
4.2.5	典型条件下的计算和讨论	(72)
4.3	三层介质中水平电偶极子产生的辐射场	(75)
4.3.1	三层介质中水平电偶极子产生的辐射场	(76)
4.3.2	微带天线	(82)
4.3.3	典型条件下的计算和讨论	(83)
4.4	本章小结	(85)
第5章	垂直电偶极子在四层介质中激励的电磁场	(87)
5.1	电磁波场分量的积分表达式	(87)
5.2	吸附表面波和侧面波	(89)
5.3	计算结果和讨论	(94)
第6章	水平电偶极子在四层介质中激励的电磁场	(97)
6.1	电磁波场分量的积分表达式	(97)

6.2 电磁波场分量的解析表达式	(101)
6.2.1 电型波分量	(101)
6.2.2 磁型波分量	(105)
6.2.3 场分量的完整表达式	(108)
6.3 计算结果和讨论	(109)
第7章 三层球面分层介质中的电磁场和电磁波	(112)
7.1 垂直电偶极子在覆盖一层介质的地球表面激励的电磁场	(112)
7.1.1 空气层和介质层中的波场结构	(112)
7.1.2 利用源区条件确定激励系数	(115)
7.1.3 空气层中电磁场分量的近似式	(117)
7.1.4 复宗量爱里函数的性质及其数值计算方法	(118)
7.1.5 模方程的根的计算	(120)
7.1.6 空气层中场分量的计算结果及讨论	(122)
7.2 垂直磁偶极子在覆盖一层介质的地球表面激励的电磁场	(124)
7.2.1 空气层和介质层中的波场结构	(124)
7.2.2 空气层中场分量的计算结果及讨论	(125)
7.3 水平电偶极子在覆盖一层介质的地球表面激励的电磁场	(126)
7.4 本章小结	(130)
第8章 覆盖多层介质的球形地面上的电磁场和电磁波	(131)
8.1 垂直电偶极子在覆盖多层介质的球形地面上激励的电磁场	(131)
8.2 垂直磁偶极子在覆盖多层介质的球形地面上激励的电磁场	(136)
8.3 水平电偶极子在覆盖多层介质的球形地面上激励的电磁场	(137)
8.4 空气层中场分量的计算结果及讨论	(139)
第9章 水平电偶极子在半空间激励的瞬态场的严格解	(144)
9.1 δ 源激励的水平电偶极子在半空间边界上产生的瞬态场	(144)
9.1.1 水平电偶极子在半空间边界上激励的频域场的积分表达式	(144)
9.1.2 瞬态场分量 $E_{2\rho}$ 的严格解	(147)
9.1.3 瞬态场分量 $E_{2\varphi}$ 的严格解	(162)
9.1.4 瞬态场分量 B_{2z} 的严格解	(167)
9.1.5 小结	(170)
9.2 高斯源激励的水平电偶极子在半空间边界上产生的瞬态场	(171)
9.2.1 高斯源激励的瞬态场的严格解	(171)

9.2.2	计算结果及讨论	(173)
第 10 章 水平电偶极子在一维各向异性介质表面激励的瞬态场的近似解 ... (176)		
10.1	δ 源激励的水平电偶极子在单轴介质表面产生的瞬态场	(176)
10.1.1	δ 源激励的瞬态场的解析表达式	(176)
10.1.2	计算结果及讨论	(182)
10.2	高斯源激励的水平电偶极子在单轴介质表面上的瞬态场	(183)
10.2.1	高斯源激励的瞬态场的解析表达式	(183)
10.2.2	计算结果及讨论	(187)
参考文献		(190)

第 1 章

电磁理论预备知识

分层介质中的电磁场和电磁波是宏观电磁场理论中的一个重要分支,它的理论基础是经典的电磁场基本定律及反映这些基本定律的麦克斯韦方程组。为了深入研究分层介质中的电磁场和电磁波,以及方便读者阅读,本章对电磁理论的一些预备知识作一简单回顾。

1.1 库仑定律和电场强度

1785 年,库仑由实验得出:在真空中,两个点电荷间相互作用力与两电荷电量的乘积成正比,与电荷间距离的平方成反比,力的方向沿电荷间的连线,并以同性相斥、异性相吸取向。库仑定律的数学表达式可表示为

$$\mathbf{F}_{12} = e_R \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \mathbf{R} \quad (1-1)$$

式中: $\epsilon_0 = (36\pi)^{-1} \times 10^{-9} \text{ F/m}$ 称为真空或自由空间的介电系数。实验表明,任何电荷都在自己周围空间产生电场,电荷之间的相互作用力是通过电场传递的。这是电场的特性。用试验电荷 q_1 在电场中所受的力来定义静电场的电场强度,可表示为

$$\mathbf{E} = \lim_{q_2 \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}}{q_2} = \frac{q_1}{r\pi\epsilon_0 R^3} \mathbf{R} = \frac{q_1}{r\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (1-2)$$

式中:电场强度 $\mathbf{E}$ 的单位是 V/m 。对线性介质中的线性支配方程可用叠加原理。对于由 N 个点电荷产生的电场,场点 $\mathbf{r}$ 处的电场强度等于各个点电荷单独产生的电场强度的矢量和,即

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{r\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i) \quad (1-3)$$

对于电荷分别以体密度、面密度和线密度连续分布的带电体,可得如下公式:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho_V(\mathbf{r}') dV' \quad (1-4)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho_S(\mathbf{r}') dS' \quad (1-5)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho_L(z') dz' \quad (1-6)$$

1.2 电位移矢量和高斯定理

电介质对电场的影响可归结为极化电荷产生的附加电场的影响。因此,电介质内的电场强度 $\mathbf{E}$ 可视为自由电荷产生的外电场 $\mathbf{E}_0$ 与极化电荷产生的附加电场 $\mathbf{E}'$ 的叠加。把单位体积中的电偶极矩的矢量和称为极化强度。对于线性和各向同性电介质,其极化强度 $\mathbf{P}$ 与电介质中的合成电场强度 $\mathbf{E}$ 成正比,可表示为

$$\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (1-7)$$

式中: χ_e 称为电介质的电极化率,是一个正实数。

引入辅助物理量——电位移矢量 $\mathbf{D}$, 定义 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ 。进一步可以得到沿任意闭合曲面 S 对电位移矢量 $\mathbf{D}$ 的积分等于该闭合曲面包围的总电荷。若 ρ_v 是该闭合曲面所包围的体积为 V 的体电荷密度,则得到高斯定理的积分形式为

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho_v dV \quad (1-8)$$

其相应的微分形式为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-9)$$

式(1-9)给出了某点电场的散度与该点电荷密度的关系。

1.3 电荷守恒定律和电流连续性方程

定义电流密度矢量 $\mathbf{J}$ 为单位时间内通过单位横截面积的电荷,它是空间坐标的函数,则通过曲面 S 的总电流强度为

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-10)$$

由最基本的实验定律——电荷守恒定律可知,流出某闭合曲面 S 的电流,就等于 S 所包围的体积 V 中电荷量随时间的变化率。若假定电荷密度为 ρ ,可以得到电荷守恒定律的积分形式为

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = - \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1-11)$$

其相应的微分形式为

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \rho = 0 \quad (1-12)$$

式(1-12)称为电流的连续性方程。式(1-11)和式(1-12)所表示的电荷守恒定律和电流连续性方程是适用于任意时空变化电荷与电流的普遍定律。

1.4 安培实验定律和磁感应强度

由安培实验结果可知(见图 1-1),在真空中分别载有恒定电流 I_1 与 I_2 的两个闭合电流回路 C_1 和 C_2 之间的相互作用力可表示为

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \int_{C_2} \frac{I_1 d\mathbf{l}_1 \times [I_2 d\mathbf{l}_2 \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)]}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} \quad (1-13)$$

式中: μ_0 为真空中的磁导率,本书采用国际单位制,则 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 。

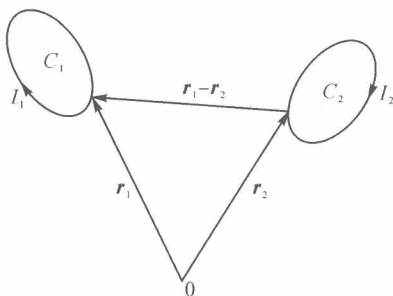


图 1-1 电流源引起的作用力示意图

类似于电场相互作用的概念,两电流回路之间的相互作用力是通过磁场传递的。故由式(1-13)可令

$$\mathbf{F}_{12} = \oint I_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{B}_{12} \quad (1-14)$$

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{I_2 d\mathbf{l}_2 \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} \quad (1-15)$$

式中: $\mathbf{B}_{12}$ 即是电流 I_2 在 $d\mathbf{l}_1$ 位置上产生的磁感应强度。若按照一般的习惯采用场点坐标 $\mathbf{r}$ 和源点坐标 $\mathbf{r}'$, 则回路中的线电流 I 产生的磁感应强度 $\mathbf{B}$ 可以写成如下的形式:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I d\mathbf{l} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (1-16)$$

对于体电流模型和面电流模型,则分别有

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (1-17)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\mathbf{J}_S(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS' \quad (1-18)$$

1.5 安培环路定理和磁通连续性原理

由实验观察可知,对静磁场而言,载电流导线周围磁场的力线总是围绕导线的闭合曲线,并且对 $\mathbf{B}$ 沿封闭回路的线积分正比于此闭合回路所包围的电流强度,这就是安培环路定理。其积分形式为

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-19)$$

其相应的微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (1-20)$$

式(1-20)表明,空间某点 $\mathbf{B}$ 的旋度只同该点的电流密度有关,因而,在电流密度为零的空间中,磁场总是无旋的。

迄今为止,对磁现象的研究结果表明,世界上没有单独的磁荷存在,磁力线永远构成闭合回路,这就是磁通连续性原理。对于任何闭合曲面而言,穿出或者穿进闭合曲面的净磁通量等于零,即

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-21)$$

其相应的微分形式为

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-22)$$

可见,磁力线和电力线不同,电力线总是从正电荷出发,终止于负电荷;而磁力线则没有起始。

1.6 磁介质的磁化和磁场强度

介质中的磁感应强度 $\mathbf{B}$ 也可看做是传导电流产生的磁感应强度 $\mathbf{B}_0$ 和磁化电流(束缚电流)产生的磁感应强度 $\mathbf{B}'$ 的叠加,即

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' \quad (1-23)$$

这里引入磁化强度,用它来描述磁介质磁化的程度。把单位体积中分子磁矩的矢量和称为磁化强度,可表示为

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_{mi}}{\Delta V} \quad (1-24)$$

式中: $\mathbf{p}_{mi}$ 表示体积 ΔV 内第 i 个分子的磁矩, N 为 ΔV 的分子数。若磁介质的某区域内各点的 $\mathbf{M}$ 相同, 则称之为均匀磁化; 否则就称为非均匀磁化。

考虑磁化电流的磁效应后, 将真空中的安培环路定律延伸至磁介质中, 可得到

$$\oint_C \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) \cdot d\mathbf{l} = I \quad (1-25)$$

引入包含磁效应的辅助物理量——磁场强度 $\mathbf{H}$, 即令

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (1-26)$$

式中: 磁场强度 $\mathbf{H}$ 的单位为 A/m。得

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (1-27)$$

这是磁介质中安培环路定律的积分形式, 它表明磁场强度沿磁介质内任意闭合路径的环量等于与该闭合路径交链的传导电流。从而得到

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1-28)$$

这是安培环路定律的微分形式, 它表明磁介质内某点的磁场强度 $\mathbf{H}$ 的旋度等于该点的传导电流密度。对于均匀、线性和各向同性磁介质, 实验表明磁化强度与磁场强度成正比, 可表示为

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (1-29)$$

式中: χ_m 称为物质的磁化率。将式(1-29)代入式(1-26), 可得

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-30)$$

这里 $\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = \mu_0 \mu_r$, $\mu_r = (1 + \chi_m)$ 称为物质的相对磁导率。在大多数情况下, $\mu_r = 1$ 。在一般宏观问题中, μ 为各向异性的物质很少遇到, 但对于铁磁物质, 式(1-30)的线性关系不成立, $\mathbf{B}$ 与 $\mathbf{H}$ 为非线性关系并且不是单值的。

1.7 法拉第电磁感应定律

1831年, 法拉第发现了电磁感应现象, 这是人们第一次对时变电磁场进行研究。法拉第通过实验发现, 当穿过导体回路的磁通量发生变化时, 回路中就会出现感应电流。这种电磁感应现象表明回路中存在感应电动势。通过实验可知, 感应电动势与穿过此回路的磁通量的时间变化率成正比。其数学表达式为

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-31)$$

其相应的微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-32)$$

由此可见,变化磁场所激发的电场是环绕着磁通量变化的有旋场。

1.8 位移电流的概念

麦克斯韦认为,在时变状态下,高斯定理式(1-9)仍然适用。将其代入电流连续性方程式(1-12),可得

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \mathbf{D}) = 0 \quad (1-33)$$

即

$$\nabla \cdot \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1-34)$$

这是矢量场中的电流连续性方程。式(1-34)中的后一项是电位移矢量随时间的变化率,它有电流密度的量纲,麦克斯韦将其称为位移电流密度,可表示为

$$\mathbf{J}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-35)$$

因此,麦克斯韦假设 $\mathbf{J}_D$ 和 $\mathbf{J}$ 一样产生磁效应,即随时间变化的电场可以激发磁场,实验证明这是正确的。在将静场有关定律推广到时变电磁场的一般情况下,他把安培定律修正为

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \quad (1-36)$$

麦克斯韦由此得到的磁场旋度方程式(1-36)服从电荷守恒定律,是适用于时变电磁场的具有普遍意义的公式,而式(1-20)则是在静场情况下的特例。

1.9 导电物质中的传导电流

在固体及弱电离溶液中(这里不包括电离气体,也不考虑磁场的作用),传导电流密度与电场存在线性关系,即欧姆定律,可表示为

$$\mathbf{J}_\sigma = \sigma \mathbf{E} \quad (1-37)$$

为了确定 σ 的意义,设静电场中截面为 S 的一段圆柱路径 l 上的电位差为

$$U = \int_0^l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_0^l \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} = IR \quad (1-38)$$

式中: $R = \frac{l}{\sigma S}$ 为此圆柱路径上的电阻, 因此 $\sigma = \frac{l}{RS}$ 称为物质的电导率, 单位为 S/m。

1.10 麦克斯韦方程组与洛伦兹力公式

1864年, 麦克斯韦在库仑定律、安培定律和法拉第定律的基础上, 提出位移电流的概念, 并于1873年总结概括出了描述宏观电磁场运动规律的完整方程组, 人们称之为麦克斯韦方程组。其积分形式表示如下:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-39)$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-40)$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho_V dV \quad (1-41)$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-42)$$

其相应的场方程微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-43)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-44)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-45)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-46)$$

积分形式的麦克斯韦方程组反映的是电磁运动在某一局部区域的平均性质, 而微分形式的麦克斯韦方程反映的是场在空间每一点的性质, 它是积分形式的麦克斯韦方程组当积分区域缩小到一个点的极限。麦克斯韦方程组反映了宏观领域电荷与电流激发电磁场及场本身运动变化的规律, 在电荷与电流为零的区域, 电磁场可以离开源而独立存在, 并通过其本身的相互激发而传播。1887年, 赫兹用实验证实了电磁波的存在。

电荷与电流激发电磁场, 反过来电磁场对电荷系统也发生了作用。与麦克斯韦方程组相呼应, 基于库仑定律和安培定律, 洛伦兹得出了电磁场对电荷系统作用力的公式。假设一个带电量为 q , 速度为 $\mathbf{v}$ 的带电粒子, 在电磁场中受到的力即为洛伦兹力。其方程可表示为

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1-47)$$

洛伦兹力方程将电磁学和力学联系在一起。当研究场和电荷相互作用时,洛伦兹力方程是必不可少的。由实验总结推广并经过实践检验的麦克斯韦方程组与洛伦兹力方程,正确地反映了电磁场运动及其与带电体相互作用的规律,是研究宏观电磁现象的理论基础。

1.11 物质中的本构方程

由于麦克斯韦方程组包含 5 个电磁场矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{J}$, 共计 15 个标量, 而麦克斯韦方程组只有式(1-43)和式(1-44)是独立的, 即 6 个标量方程, 故还需要 9 个标量方程。因而, 需要前面提到的由介质特性决定的 3 个方程, 即

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1-48)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-49)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1-50)$$

方程式(1-48)至式(1-50)称为介质的本构方程, 即依赖于介质特性的场矢量关系式。它们作为辅助方程与麦克斯韦方程组一起构成自洽的方程组。如果介质在电场作用下既发生极化又发生磁化, 那么介质在磁场作用下也既发生磁化又发生极化。这种介质称为磁电介质, 其本构方程为

$$\mathbf{D} = \bar{\epsilon} \cdot \mathbf{E} + \bar{\xi} \cdot \mathbf{H} \quad (1-51)$$

$$\mathbf{B} = \bar{\zeta} \cdot \mathbf{E} + \bar{\mu} \cdot \mathbf{H} \quad (1-52)$$

这种介质是双各向异性介质, 式中 $\bar{\epsilon}$ 、 $\bar{\xi}$ 、 $\bar{\zeta}$ 、 $\bar{\mu}$ 都是以并矢表示的张量。

若以上 4 个量都是标量, 并仍然具有磁电交叉耦合, 则成为双各向同性介质, 其本构方程为

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + \xi \mathbf{H} \quad (1-53)$$

$$\mathbf{B} = \zeta \mathbf{E} + \mu \mathbf{H} \quad (1-54)$$

对于氨基酸、DNA 之类物质, 其本构方程为

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} - \chi \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1-55)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \chi \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1-56)$$

具有这种本构方程的介质称为手征介质。

我们将一些常见的概念简要归纳如下: 若介质的介电系数 ϵ 、磁导率 μ 、电导率 σ 与空间坐标无关, 称其为均匀介质。若介质的 ϵ 、 μ 、 σ 与频率无关, 称其为非色散介质; 反之, 则称为色散介质。如果 ϵ 、 μ 、 σ 与电磁波在空间传播的方向性无关, 称其为各向同性介质; 反之, 则称为各向异性介质。若介质的 ϵ 、 μ 、 σ 与电场、磁场的幅度无