



世纪普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

黄耀清 王 竑 主编

EXPERIMENT OF COLLEGE PHYSICS



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

主 编	黄耀清	王 竑		
副主编	张 欣	李 琳	王向欣	李月锋
参 编	李 澜	胡 健	张灿云	戴翠霞
	汪惠明	王丽亚		



机械工业出版社

本书根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委会 2008 年制定的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》，结合编者多年从事大学物理实验教学的实践经验编写而成。全书共有 49 个实验，分成三个教学层次，即：第一层次为基础性实验，由 13 个实验组成；第二层次为综合与应用性实验，由 24 个实验组成；第三层次为设计与创新性实验，由 12 个实验组成。书中既精选了传统的验证性实验，又适当引入了近代物理和应用性的实验项目；部分实验或采用新的测量方法或使用更为先进精确的实验仪器，在一定程度上反映出近几年来大学物理实验课程教学改革和发展的趋势。

本书可作为高等工科院校各相关专业大学物理实验课教材或参考书，也可供相关专业广大科技工作者和工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验/黄耀清, 王竑主编. —北京: 机械工业出版社, 2009. 8

ISBN 978 - 7 - 111 - 27793 - 4

I. 大… II. ①黄…②王… III. 物理学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. 04 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 122185 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 张金奎 责任编辑: 朱晓霞

版式设计: 霍永明 责任校对: 吴美英

封面设计: 王伟光 责任印制: 乔 宇

北京京丰印刷厂印刷

2009 年 9 月第 1 版 · 第 1 次印刷

169mm × 239mm · 14.75 印张 · 285 千字

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 27793 - 4

定价: 23.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

销售服务热线电话: (010) 68326294

购书热线电话: (010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话: (010) 88379722

封面无防伪标均为盗版

前 言

本书是以教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委会 2008 年制定的《理工科类大学物理实验课教学基本要求》为依据,在校内物理实验讲义的基础上编写而成的,它是我们长期从事物理实验教学经验的总结,并在一定程度上展现了多年来我校物理实验教学改革所取得的成果。

作为一所定位于培养高层次应用技术人员的高等院校,我校历来十分重视物理实验这一重要的基础实践教学环节,对物理实验中心建设给予了大力支持,使物理实验教学的软硬件环境得到极大的改善,教学改革得以不断深入开展,从而为本书的编写打下了必备的基础。

本书共编入 49 个实验项目,其中精选了部分经典的基础实验项目,更多的则是近年来在我校物理实验中心重点建设过程中新建的实验项目,这些实验项目更多融合了科研领域中的新成果和现代应用技术,使本书的内容在兼顾基础的同时又具有时代性和先进性。根据我们的教学改革思路和我校现行的物理实验课程体系,本书在结构上将实验项目按其性质划分为三个层次,其中第一层次为基础性实验项目,第二层次为综合与应用性实验项目,第三层次则是设计与创新性实验项目,意在通过由浅入深、由易到难、由基础到综合和应用的物理实验教学模式,使学生的科学实验能力和创新能力能够循序渐进地得到提高。

本书的编写与我校物理实验中心的建设与发展紧密相连,是全体实验教师和实验技术人员长期以来辛勤耕耘、努力工作、不断改革创新的结果,是集体智慧的结晶。这其中曾得到校内外许多同仁的关心和帮助,并借鉴了兄弟院校教学改革的经验和参阅了有关的优秀教材,在此一并致以衷心感谢。同时也非常感谢机械工业出版社的编辑对本书出版发行给予的大力支持。

物理实验教学改革是一项长期的任务,随着教学改革的不断深入;以及新的实验内容和新的实验技术手段的不断出现,加之编者水平有限,书中难免会有待完善和不妥当之处,恳请各位同仁及广大读者提出宝贵意见。

编 者
2009 年 7 月

目 录

前言

绪论	1
第一章 不确定度和数据处理基础知识	3
第一节 测量与误差	3
第二节 测量的不确定度和测量结果的表示	5
第三节 有效数字及其运算规则	11
第四节 数据处理的基本方法	13
练习题	18
第二章 第一层次实验	21
实验一 固体密度的测量	21
实验二 伏安法测电阻	24
实验三 示波器的使用	27
实验四 薄透镜焦距的测定	32
实验五 拉伸法测定金属丝的弹性模量	36
实验六 扭摆法测定物体的转动惯量	41
实验七 声速的测定	46
实验八 不良导体导热系数的测定	54
实验九 电表的改装和校正	58
实验十 非线性元件伏安特性的研究	63
实验十一 迈克尔逊干涉仪(一)	66
迈克尔逊干涉仪(二)	70
实验十二 光的干涉	73
实验十三 衍射光栅	79
第三章 第二层次实验	86
实验十四 动态悬挂法测定工程材料的弹性模量	86
实验十五 电阻应变传感器	90
实验十六 液体粘滞系数的测定	97
实验十七 用玻尔共振仪研究受迫振动	102
实验十八 直流电桥与电阻的测量	109
实验十九 太阳能电池伏安特性的测量	112
实验二十 磁性材料基本特性的研究	115
实验二十一 霍尔传感器测量铁磁材料的磁滞回线和磁化曲线	121

实验二十二	集成电路温度传感器的特性测量及应用	127
实验二十三	光电传感器基本特性的测量	129
实验二十四	用 CCD 成像系统观测牛顿环	134
实验二十五	霍尔效应及其应用	136
实验二十六	用光学多通道分析器研究氢原子光谱	143
实验二十七	物体色度值的测量	149
实验二十八	CCD 微机密立根油滴实验	158
实验二十九	弗兰克-赫兹实验	163
实验三十	音频信息的光纤通信	166
实验三十一	全息照相	172
实验三十二	微波电子顺磁共振实验	179
实验三十三	阿贝成像原理和空间滤波	191
实验三十四	硅光电池特性的研究	199
实验三十五	PN 结物理特性的测量	203
实验三十六	模拟电冰箱制冷系数的测量	208
实验三十七	用阿贝折射仪测量折射率	212
第四章 第三层次实验		217
实验三十八	亥姆霍兹线圈磁场分布规律的研究	217
实验三十九	利用硅光电池测量高锰酸钾浓度与透射率关系	218
实验四十	不同方法牛顿环测凸透镜曲率半径的研究	218
实验四十一	均匀毫特斯拉级弱磁场的建立及其直接测量	219
实验四十二	光电二极管伏安特性的计算机数据采集	221
实验四十三	磁性材料居里温度计算机数据采集	222
实验四十四	RC 电路暂稳态的研究	223
实验四十五	利用 X 射线衍射仪测量晶体的晶格常数	224
实验四十六	薄膜制备技术及性能测试	224
实验四十七	椭圆偏振法测量薄膜厚度与折射率	225
实验四十八	万用电表设计及制作	226
实验四十九	坡莫合金磁阻传感器特性研究和应用	227
参考文献		229

绪 论

一、物理实验课的意义和目的

物理学是工程技术学科的理论基础，它本质上是一门实验科学。物理规律的发现和物理理论的建立，都必须以严格的科学实验为基础，并为以后的科学实验所验证，物理学的发展是在实验和理论两方面相互推动和密切配合下进行的。

作为培养 21 世纪高素质创新人才的高等院校，不仅要加强学生专业基础理论的学习，而且更应注意对他们实践能力的培养。物理实验是物理课必不可少的重要组成部分，是学生进行科学实验基本训练的一门必修基础课程，它既是学生进入大学后受到系统实验方法和技能训练的开始，又是后续专业课程实验的基础。

作为一门独立的基础课程，物理实验具有自身独特的教学目的、教学方法及教学内容。物理实验课程对学生能力和素质的培养不仅包括一般的实验技能，也包括实验过程中发现问题和解决问题的能力、综合分析的能力、创造性思维的能力、总结表达的能力，还包括实验者的科学态度和求是精神，以及爱护实验仪器、节省实验材料的良好品德和科学习惯。这是理论思维能力所不能替代的。开设物理实验课程的具体目的如下：

(1) 使学生通过对物理实验现象的观察、测量和分析，学习物理实验知识，加深对物理学一些基本概念和规律的认识和理解。

(2) 培养和提高学生的科学实验能力，其中包括：

- ①通过阅读教材或资料，做好实验的准备。
- ②正确使用基本仪器设备，掌握基本物理量的测量方法和技术。
- ③运用物理理论对实验现象进行初步分析判断。
- ④正确记录和处理实验数据、分析实验结果、撰写合格的实验报告。
- ⑤完成简单的具有设计性内容的实验。

(3) 培养和提高学生的科学实验素养。要求学生具有对待科学实验一丝不苟的严谨态度，理论联系实际和实事求是的工作作风，勇于探索、创新的精神，以及遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

二、物理实验课的基本程序

物理实验课的基本程序一般可分为以下三个阶段：

1. 课前预习

为了保证在规定的课时内高质量地完成实验课的任务，学生在做实验前必须

进行预习。预习时应仔细阅读实验教材，理解教材所叙述的实验原理，明确实验操作的大体步骤，必要时还需查阅有关参考资料，在此基础上写好实验前的预习报告。在预习报告中应简单扼要地叙述实验原理，列出实验所依据的主要公式，作出必要的原理图示（或线路图示），并画好数据记录表格。

物理实验的预习工作是以学生自习为主的，它是学生了解实验和学习实验的第一步，同学们应在思想上引起重视，自觉地抓好这一环节。

2. 课堂实验

课堂实验是实验课的重要环节。开始实验前，要熟悉有关仪器的性能及操作规程，进一步明确本实验的具体要求。做实验时，应按实验步骤和要求，认真调试仪器，仔细观察测量有关的物理量，并正确、如实地在预习报告的数据记录表格内记录测量数据。此外，还应记录必要的实验条件，仪器编号、规格以及实验现象等。在与他人合作做实验时，应分工协作，各司其职，互相配合。

实验完毕，应将测量的数据记录交给指导教师审阅，经教师认可签字后，整理好仪器方可离开实验室。

3. 完成实验报告

写实验报告是对实验全过程进行总结和深入理解的一个重要步骤。实验报告的内容包括：

(1) 实验名称、实验者姓名、学号、课程号、实验日期等。

(2) 实验目的。

(3) 实验原理。简明自叙，并附有必要的公式及原理图。

(4) 实验仪器。主要仪器的名称、编号及规格。

(5) 实验内容。概括说明实验进行的主要程序，所测量的物理量及采用的观测方法。

(6) 数据记录与处理。将原始数据转记于报告上，并根据实验的具体要求进行正确的数据处理（包括必要的计算过程，实验曲线，不确定度的计算等），写出测量结果表达式。

(7) 讨论。回答思考题和分析讨论实验结果（如实验中出现的某些现象及存在问题的讨论，误差来源的分析，实验装置和方法的改进意见等）。

书写实验报告时，要求努力做到字迹端正，文句通顺，数据记录整洁，图表正确，内容简明扼要。实验报告应在课堂实验后独立完成，并在下次实验时交指导教师批阅（要求附上预习报告）。

第一章 不确定度和数据处理基础知识

第一节 测量与误差

一、测量

在物理实验中，不仅要观察物理现象，而且要定量地测量物理量的大小。所谓测量，就是采取一定的方法，利用某种仪器将被测量与标准量进行比较，确定被测量的量值。按测量方法可将测量分为两类：

(1) 直接测量：直接用计量仪器读出被测量值的测量方法。例如，用直尺测量物体长度，用天平称物体的质量。这些由直接测量获得的未经任何处理的数据称作原始数据。

(2) 间接测量：需根据待测量和某几个直接测量值的函数关系求出待测量的测量方法。例如，用单摆测重力加速度 g 时，可以先测出摆长 L 和周期 T ，再用公式 $g = (2\pi/T^2) \cdot L$ 算出 g ， g 的测量就是间接测量。

可见，直接测量是间接测量的基础。物理实验中，许多物理量的测量是间接测量。

二、测量误差

测量的目的是要获得待测物理量的真值。所谓真值是指在一定条件下，某物理量客观存在的真实值。但由于测量仪器的局限，理论或测量方法的不完善，实验条件的不理想及观测者欠熟练等原因，所得到的测量值与真值之间总存在着一定的差异，这种差异称为测量误差。测量误差的定义为

$$\text{测量误差} = \text{测量值} - \text{真值} \quad (1.1-1)$$

它反映了测量值偏离真值的大小和方向，故又被称为绝对误差。一般来说，真值仅是一个理想的概念。实际测量中，一般只能根据测量值确定测量的最佳值，通常取多次重复测量的平均值作为最佳值。

绝对误差可以评价某一测量的可靠程度，但若要比两个或两个以上的不同测量结果时，就需要用相对误差来评价测量的优劣。相对误差定义为

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{测量最佳值}} \times 100\% \quad (1.1-2)$$

有时被测量有公认值或理论值，还可用“百分误差”来表征：

$$\text{百分误差} = \frac{\text{测量最佳值} - \text{公认值}}{\text{公认值}} \times 100\% \quad (1.1-3)$$

既然测量中的误差是不可避免的,因此实验者应根据实验要求和误差限度来制订或选择合理的测量方案和仪器,分析测量中可能产生的各种误差,尽可能消除其影响,并对测量结果中未能消除的误差作出估计。

三、误差的分类

根据误差的性质及其来源,可将它分为:

(1) 系统误差:由于偏离测量规定条件或测量方法不完善等因素所引起的按某种确定规律出现的误差。

系统误差的特点是测量结果向某一确定的方向偏离,或按一定规律变化。其产生原因有以下几个方面:仪器本身的缺陷(如刻度不准、不均匀或零点没校准等),理论公式或测量方法的近似性(如伏安法测电阻时没考虑电表的电阻;用单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{L/g}$ 测 g 的近似性),环境影响(温度、湿度、光照等与仪器要求的环境条件不一致),实验者个人因素(如操作的滞后或超前、读数总是偏大或偏小)等。由上述特点可知,在相同条件下,增加测量次数是不可能消除或减小系统误差的。但是,如果能找出产生系统误差的原因,就可采取适当的方法来消除或减小它的影响,并对结果进行修正。实验中一定要注意消除或减小系统误差。

(2) 随机误差:在同一条件下,多次测量同一物理量时,出现的绝对值和符号以不可预见方式变化着的误差。

实验中,即使已经消除了系统误差,但在同一条件下对某物理量进行多次测量时,仍存在差异,误差时大时小,时正时负,呈现无规则的起伏,这是因为存在随机误差的缘故。

随机误差是由某些偶然的或不确定的因素所引起的。例如,实验者受到感官的限制,读数会有起伏;实验环境(温度、湿度、风,电源电压等)无规则的变化,或是测量对象自身的涨落等。这些因素的影响一般是微小的,混杂的,并且是无法排除的。

对某一次测量来说,随机误差的大小和符号都无法预计,完全出于偶然。但大量实验表明,在一定条件下对某物理量进行足够多次的测量时,其随机误差就会表现出明显的规律性,即随机误差遵循一定的统计规律。

四、定性评价测量的三个名词

在实验中,常用到准确度、精密度和精确度三个不同的概念来评价测量结果。准确度高,是指测量结果与真值的符合程度高,反映了测量结果的系统误差小。精密度高,是指重复测量所得结果相互接近程度高(即离散程度小),反映了随机误差小。精确度高,是指测量数据比较集中,且逼近于真值,反映了测量的随机误差和系统误差都比较小。我们希望获得精确度高的测量结果。

第二节 测量的不确定度和测量结果的表示

一、测量的不确定度

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，它给出测量结果不能确定的误差范围。不确定度更能反映测量结果的性质，在国内外已经被普遍采用。

不确定度一般包含有多个分量，按其数值的评定方法可将分量归并为两类：用统计方法对具有随机误差性质的测量值计算获得的 A 类分量 Δ_A ，以及用非统计方法计算获得的 B 类分量 Δ_B 。

二、随机误差与不确定度的 A 类分量

1. 随机误差的分布与标准偏差

随机性是随机误差的特点，但在测量次数相当多的情况下，随机误差仍服从一定的统计规律。随机误差的分布规律有正态分布（又称高斯分布）、均匀分布、 t 分布等，其中最常见的是正态分布。正态分布的特征可以用正态分布曲线形象地表示出来，如图 1.2-1a 所示。图中，横坐标 x 表示某一物理量的测量值，纵坐标 $f(x)$ 表示测量值的概率密度：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{x - \mu}{\sigma} \right]^2 \right] \quad (1.2-1)$$

式中， μ 表示 x 出现概率最大的值，在消除系统误差后， μ 为真值； σ 称为标准偏差，它是表征测量值离散程度的一个重要参量（ σ 大，表示 $f(x)$ 曲线矮而宽， x 的离散性显著，测量的精密度低； σ 小，表示 $f(x)$ 曲线高而窄， x 的离散性不显著，测量的精密度高，如图 1.2-1b 所示）。

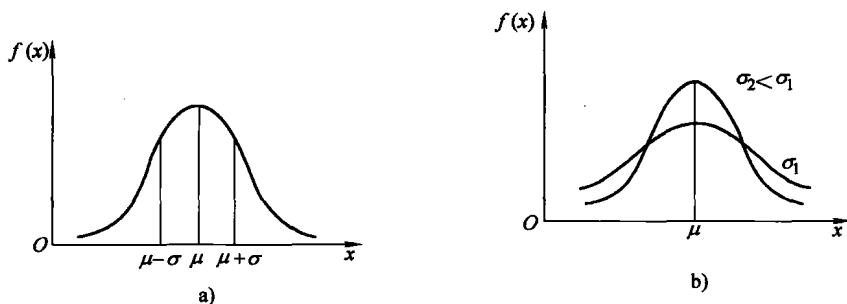


图 1.2-1 正态分布曲线

定义 $P = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$, 表示变量 x 在 (x_1, x_2) 区间出现的概率, 称为置信概率。 x 出现在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 之间的概率为

$$P = \int_{\mu - \sigma}^{\mu + \sigma} f(x) dx = 0.683$$

说明对任一次测量, 其测量值出现在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 区间的可能性为 0.683。为了给出更高的置信水平, 置信区间可扩展为 $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ 和 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$, 其置信概率分别为

$$P = \int_{\mu - 2\sigma}^{\mu + 2\sigma} f(x) dx = 0.954$$

$$P = \int_{\mu - 3\sigma}^{\mu + 3\sigma} f(x) dx = 0.977$$

由此可见, x 落在区间 $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ 以外的可能性很小, 所以将 3σ 称为极限误差。

2. 多次测量平均值的标准偏差

由于随机误差的存在, 决定了我们不可能得到真值, 而只能对真值进行估算。根据随机误差的特点, 可以证明, 如果对一个物理量测量了相当多次后, 分布曲线趋于对称分布, 其算术平均值就是接近真值的最佳值。设在相同条件下, 对某物理量 x 进行 n 次等精度重复测量, 每一次测量值为 x_i , 则算术平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1.2-2)$$

当测量次数 n 有限, 任一测量值的标准偏差可由贝塞尔公式近似地给出

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (1.2-3)$$

其意义为任一次测量的结果落在 $(\bar{x} - \sigma_x)$ 到 $(\bar{x} + \sigma_x)$ 区间的概率为 0.683。

由于算术平均值是测量结果的最佳值, 因此我们更希望知道 $\bar{x}$ 对真值的离散程度。误差理论可以证明, $\bar{x}$ 的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n - 1)}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (1.2-4)$$

上式说明, 平均值的标准偏差是 n 次测量中任意一次测量值标准差的 $1/\sqrt{n}$ 。 $\sigma_{\bar{x}}$ 小于 σ_x 是因为算术平均值是测量结果的最佳值, 它比任意一次测量值 x_i 更接近真值。 $\sigma_{\bar{x}}$ 的意义是真值处于 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 区间内的概率为 0.683。

上述结果是在测量次数相当多时, 依据正态分布理论求得的。然而在物理实

验教学中, 测量次数往往较少 (一般 $n < 10$), 在这种情况下, 测量值将呈 t 分布。 t 分布时, $x = \bar{x} \pm t_p \sigma_x / \sqrt{n}$ 的置信概率是 P 。因子 t_p 与测量次数和置信概率有关, 其值可通过查 t 分布表得到。

3. 不确定度的 A 类分量

A 类分量由标准偏差 σ_x 乘以因子 $(t_p / \sqrt{n})$ 求得, 即

$$\Delta_A = \frac{t_p}{\sqrt{n}} \sigma_x \quad (1.2-5)$$

在大学物理实验中, 置信概率建议取为 0.95。 $t_{0.95} / \sqrt{n}$ 的值见表 1.2-1。

表 1.2-1 不同测量次数 n 时 $t_{0.95}$ 和 $t_{0.95} / \sqrt{n}$ 的数值

n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	≥ 100
$t_{0.95}$	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.14	2.09	≤ 1.97
$\frac{t_{0.95}}{\sqrt{n}}$	2.48	1.59	1.204	1.05	0.926	0.834	0.770	0.715	0.553	0.467	≤ 0.139

从上表中可见, 当置信概率为 0.95, $6 \leq n \leq 10$ 时, $t_{0.95} / \sqrt{n} \approx 1$, 则不确定度的 A 类分量可近似地直接取标准偏差 σ_x 的值, 即

$$\Delta_A = \sigma_x \quad (1.2-6)$$

三、不确定度的 B 类分量

不确定度的 B 类分量是用非统计方法计算的分量, 它应考虑到影响测量准确度的各种可能因素, 因此, Δ_B 通常是多项的。 Δ_B 的估计是测量不准确度估算中的难点, 这有赖于实验者的学识、经验以及分析和判断能力。从物理实验教学的实际出发, 通常主要考虑的因素是仪器误差, 在这种情况下, 不确定度的 B 类分量可简化用仪器标定的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表述, 即

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} \quad (1.2-7)$$

某些常用实验仪器的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 见表 1.2-2。

表 1.2-2 某些常用实验仪器的最大允差

仪器名称	量程	最小分度值	最大允差
钢板尺	150mm	1mm	$\pm 0.10\text{mm}$
	500mm	1mm	$\pm 0.15\text{mm}$
	1000mm	1mm	$\pm 0.20\text{mm}$
钢卷尺	1m	1mm	$\pm 0.8\text{mm}$
	2m	1mm	$\pm 1.2\text{mm}$
游标卡尺	125mm	0.02mm	$\pm 0.02\text{mm}$
		0.05mm	$\pm 0.05\text{mm}$
螺旋测微计(千分尺)	0 ~ 25mm	0.01mm	$\pm 0.004\text{mm}$

(续)

仪 器 名 称	量 程	最小分度值	最大允差
七级天平(物理天平)	500g	0.05g	0.08g(接近满量程) 0.06g(1/2 量程附近) 0.04g(1/3 量程附近)
三级天平(分析天平)	200g	0.1mg	1.3mg(接近满量程) 1.0mg(1/2 量程附近) 0.7mg(1/3 量程附近)
普通温度计(水银或有机溶剂)	0 ~ 100℃	1℃	±1℃
精密温度计(水银)	0 ~ 100℃	0.1℃	±0.2℃
电表(0.5 级)			0.5% × 量程
电表(0.1 级)			0.1% × 量程
数字万用电表			$\alpha\% \cdot U_x + \beta\% \cdot U_m$ (其中 U_x 表示测量值即读数, U_m 表示满度值即量程, α, β 对不同的测量功能有不同的数值。通常将 $\beta\% \cdot U_m$ 用“字数”表示, 如“2 个字”等)

四、合成不确定度

合成不确定度 u 由 A 类不确定度 Δ_A 和 B 类不确定度 Δ_B 采用“方和根”合成方式得到, 即

$$u = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \quad (1.2-8)$$

若 A 类分量有 m 个, B 类分量有 n 个, 那么合成不确定度为

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_{A_i}^2 + \sum_{j=1}^n \Delta_{B_j}^2} \quad (1.2-9)$$

五、直接测量结果的表示

若用不确定度表征测量结果的可靠程度, 则测量结果写成下列标准形式:

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm u & (\text{单位}) \\ u_r = \frac{u}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases} \quad (1.2-10)$$

式中, u_r 为相对不确定度。

在大学物理实验中, 可按以下过程估算不确定度:

(1) 求测量数据的算术平均值: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$; 并对已知的系统误差进行修正,

得到测量值（如螺旋测微计必须消除零误差）。

$$(2) \text{ 用贝塞尔公式计算标准偏差: } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}。$$

(3) 对 A 类分量和 B 类分量进行简化, 取 $\Delta_A = \sigma_x$, $\Delta_B = \Delta_{\text{仪}}$ 。

(4) 由 Δ_A 、 Δ_B 合成不确定度: $u = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$, 计算相对不确定度: $u_r = \frac{u}{\bar{x}} \times 100\%$ 。

$$(5) \text{ 给出测量结果: } \begin{cases} x = \bar{x} \pm u & (\text{单位}) \\ u_r = \frac{u}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases}$$

在某些精度要求不高或条件不许可的情况下, 只需要进行单次测量。单次测量的结果仍应以式 (1.2-10) 表示。则 $\bar{x}$ 就是单次测量值, u 常用极限误差 Δ 表示。 Δ 的取法一般有两种: 一种是仪器标定的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$; 另一种是根据不同仪器、测量对象、环境条件、测量者感官灵敏度等估计一个极限误差。两者中取数值较大的作为 Δ 值。

例: 在室温 23°C 下, 用共振干涉法测量超声波在空气中传播时的波长 λ , 数据见表:

n	1	2	3	4	5	6
λ/cm	0.6872	0.6854	0.6840	0.6880	0.6820	0.6880

试用不确定度表示测量结果。

解: 波长 λ 的平均值为

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \lambda_i = 0.6858\text{cm}$$

任意一次波长测量值的标准偏差为

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (\bar{\lambda} - \lambda_i)^2}{(6-1)}} = \sqrt{\frac{2.9 \times 10^3 \times 10^{-8}}{5}} \approx 0.0024\text{cm}$$

实验装置的游标示值误差为 $\Delta_{\text{仪}} = 0.002\text{cm}$

波长不确定度的 A 类分量为 $\Delta_A = \sigma_\lambda = 0.0024\text{cm}$

B 类分量为 $\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.002\text{cm}$

于是, 波长的合成不确定度为

$$u_\lambda = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{(0.0024)^2 + (0.002)^2}\text{cm} \approx 0.0031\text{cm}$$

相对不确定度为 $u_{\lambda} = \frac{u_{\lambda}}{\lambda} \times 100\% = 0.45\%$

测量结果表达为
$$\begin{cases} \lambda = 0.686 \pm 0.003 \text{ cm} \\ u_{\lambda} = 0.5\% \end{cases}$$

六、间接测量不确定度的计算

在间接测量时，待测量是由直接测量量通过一定的数学公式计算而得到的。因此，直接测量量的不确定度就必然影响到间接测量量，这种影响的大小也可以由相应的数学公式计算出来。设间接测量量 N 为相互独立的直接测量量 $x, y, z, \dots$ 的函数

$$N = F(x, y, z, \dots)$$

设 $x, y, z, \dots$ 的不确定度分别为 $u_x, u_y, u_z, \dots$ 。它们必然影响间接测量结果，使 N 值也有相应的不确定度 u 。由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，因此间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式类似。不同之处是：①要用不确定度 u_x 等替代微分 dx 等；②要考虑到不确定度合成的统计性质，一般是用“方和根”的方式进行合成。于是，在物理实验中用以下两式来简化地计算 N 的不确定度

$$u_N = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (u_z)^2 + \dots} \quad (1.2-11)$$

$$u_r = \frac{u_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 (u_z)^2 + \dots} \quad (1.2-12)$$

式中， $\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$ 为间接测量量的最佳值。式 (1.2-11) 适用于 N 是和差形式的函数，式 (1.2-12) 适用于 N 是积商形式的函数。这两式也称为不确定度的传递公式。为了方便计算，一些常用函数的不确定度传递公式如表 1.2-3 所示。

表 1.2-3 常用函数的不确定度传递公式

测量关系	不确定度传递公式	测量关系	不确定度传递公式
$N = x + y$	$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$	$N = x/y$	$u_r = \sqrt{u_{rx}^2 + u_{ry}^2}$
$N = x - y$	$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$	$N = x^k \times y^m / z^n$	$u_r = \sqrt{(ku_{rx})^2 + (mu_{ry})^2 + (nu_{rz})^2}$
$N = kx$	$u = ku_x, u_r = \frac{u}{x}$	$N = \sin x$	$u = \cos x u_x$
$N = \sqrt[k]{x}$	$u = \frac{1}{k} \cdot \frac{u}{x}$	$N = \ln x$	$u = u_{rx}$
$N = xy$	$u_r = \sqrt{u_{rx}^2 + u_{ry}^2}$		

间接测量结果的表示方法与直接测量类似, 写成以下形式:

$$\begin{cases} N = \bar{N} \pm u_N \quad (\text{单位}) \\ u_r = \frac{u_N}{\bar{N}} \times 100\% \end{cases} \quad (1.2-13)$$

用间接测量不确定度表示结果的计算过程如下:

(1) 写出 (或求出) 各直接测量量的不确定度。

(2) 依据 $N = F(x, y, z, \dots)$ 的关系求出 $\frac{\partial F}{\partial x}$, $\frac{\partial F}{\partial y}$, $\dots$, 或 $\frac{\partial \ln F}{\partial x}$, $\frac{\partial \ln F}{\partial y}$, $\dots$ 。

(3) 利用式 (1.2-11) 或式 (1.2-12) 求出 u_N 和 u_r , 亦可由表 1.2-3 所列的传递公式直接进行计算。

$$(4) \text{ 给出实验结果 } \begin{cases} N = \bar{N} \pm u_N \quad (\text{单位}) \\ u_r = \frac{u_N}{\bar{N}} \times 100\% \end{cases}, \quad \bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)。$$

例: 已知金属环的内径 $D_1 = (2.880 \pm 0.004) \text{ cm}$, 外径 $D_2 = (3.600 \pm 0.004) \text{ cm}$, 高度 $H = (2.575 \pm 0.004) \text{ cm}$, 求金属环的体积, 并用不确定度表示实验结果。

解: 金属的体积为 $\bar{V} = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) H = \frac{\pi}{4} \times (3.600^2 - 2.880^2) \times 2.575 \text{ cm}^3 =$

9.436 cm^3

求偏导:

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D_2} = \frac{2D_2}{D_2^2 - D_1^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial D_1} = \frac{-2D_1}{D_2^2 - D_1^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial H} = \frac{1}{H}$$

$$\text{则 } u_{rV} = \frac{u_V}{\bar{V}} = \sqrt{\left(\frac{2D_2 u_{D_2}}{D_2^2 - D_1^2} \right)^2 + \left(\frac{-2D_1 u_{D_1}}{D_2^2 - D_1^2} \right)^2 + \left(\frac{u_H}{H} \right)^2} \xrightarrow{\text{代入数据}} 0.008 = 0.8\%$$

$$u_V = \bar{V} u_{rV} = 9.436 \times 0.008 \text{ cm}^3 \approx 0.08 \text{ cm}^3$$

$$\text{实验结果: } \begin{cases} V = (9.44 \pm 0.08) \text{ cm}^3 \\ u_{rV} = 0.8\% \end{cases}$$

第三节 有效数字及其运算规则

一、有效数字的概念

任何一个物理量, 其测量结果既然都包含误差, 那么该物理量数值的尾数不应该任意取舍。测量结果只写到开始有误差的那一或两位数, 以后的数按“四舍六入五凑偶”的法则取舍。“五凑偶”是指对“5”进行取舍的法则, 如果5的前一位是奇数, 则将5进上, 使有误差末位为偶数, 若5的前一位是偶数则将