科學圖書大庫

工程力學(下)

譯者　江耀宗

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

工程力學(下)

譯者　江耀宗

徐氏基金會出版

原　　序

工程力學是目前工程科系必開的課程，本書之目的，不僅在幫助學生徹底明瞭工程力學的理論與應用，同時，更能培養學生對問題的分析能力，此對各類工程人員而言，都是不可或缺的。

工程力學的基本原理只有幾個，但却是工程設計及工程分析的必要工具。本書除解釋這些原理外，更強調此種原理的應用，使學生有良好的基礎，能將此種原理應用到更深入的科目，進一步更應用到實際工程問題上。

在介紹每一原理時爲便於講授，均採取深入淺出方式；即先將此原理應用於單一質點，然後應用於平面力系的剛體（或作平面運動的剛體），最後才應用於一般情況，即空間力系的剛體（或作空間運動的剛體）。各章分別討論此三種情況，使教授在講解時，可有較多的彈性。

本書每一章都分成若干小節，每一小節解釋一特定論題，配合簡明例題，並附以習題，以測驗學生對所學理論之應用能力。習題一般均依其難易程度而由淺至深，雙數題之解答，均列於書末。其中許多問題，都是實際工程上常會遇到的，希望這些問題，能夠激發學生對工程力學的興趣，並培養學生解決問題的能力，而將純物理的敍述，簡化成數學模式或是以符號代表，再利用力學原理解決之。所有數値問題，均以通用的英制單位爲主，但若有必要時，亦可利用附錄C中之單位換算表，將之換成公制單位。

本書各章均附有許多圖說，使學生能徹底了解其理論及應用。注意參照各例題之圖說，可以獲得解題之邏輯及步驟概念。分析時應以圖說爲輔，保持深入的物理觀念。例如，本書在第三章就介紹了自由體圖（Free-body diagram）的觀念，解問題時若需要作力的分析，即可應用此圖。

在應用力學原理時，數學是一項有系統的工具。研讀本書之前，應具備代數、幾何、三角，以及一些微積分的知識。本書若干章也用到向量分析的理論，在推導公式時，爲一極方便的工具，可以簡單而有系統地解決許多複雜的三度空間問題。某些例題特別採取兩、三種解法，以比較向量分析與純量分析之優劣。如此可培養學生的數學能力，解任何問題時，均可選用最直接、最有效的方法。

本書共分成 22 章，前 11 章爲靜力學。剛體力學的基本觀念，特別放在第 1 章介紹。第二章是向量的觀念及共點力系；對質點之應用，見第 3 章。第 4 章是一般性的討論集中力系與分佈力系，以及簡化此種力系的方法。第 5 章討論剛體之平衡原理，第 6 章爲對構架、結

構、及機器之應用，第 7 章分析橫樑及鋼纜上所受的內力。摩擦力之分析，在第 8 章討論。第 4 章所介紹之分佈負荷簡化爲集中單力的方法，亦可應用於平衡問題。此章亦可延至第 9 章討論形心及重力中心時，一併教授。只需在教授中間數章時，略去有關分佈力系的問題即可。另一方面，因第 9 章的理論無須用到平衡方法，故此章可提到剛體平衡（第 5 章）之前講授。時間允許的話，內容較深標有星號的章節，也可講授。第 10 章（"面積的慣性力矩"）的一部份及第 11 章（"虛功"）的全部，可以略去不教，對基本課程的連續性並無影響。

動力學的觀念，在 12 到 22 章介紹。由課程本身的性質，教授此部份時，次序可作較大的變動。有兩種教法：

第一種次序	章　數
質點及剛體之運動學	12.13
質點動力學及剛體平面動力學	
運動方程式	14.15
功與能	16.17
衝量與動量	18.19

第二種次序	
質點之運動學	12
質點之動力學	
運動方程式	14
功與能	16
衝量與動量	18
剛體之運動學	13
剛體之平面動力學	
運動方程式	15
功與能	17
衝量與動量	19

時間允許的話，課程中亦可包括三度空間之剛體運動。此種運動學編列在 13-10 至 13-13 節討論。物體的質量慣性力矩，在第 20 章詳細討論。（質量慣性力矩的觀念，在 15-4 節先簡略介紹，以作爲平面運動問題之基礎。）空間運動之剛體動力學，列於第 21 章。學生若有相當之數學程度，課程亦可包括第 22 章（"振動"）。本書內容有超過基本力學範圍者，均標有星號，可略去不教。（注意若基本原理爲應用於較深科目時，此種較深奧的內容，可作爲適當的參考資料。）

希望此書能使所有使用此書的教授及學生滿意，並發揮其最大功效，作者樂於接受對此書之批評及指教。

Russell C. Hibbeler

徐氏基金會科學圖書編譯委員會
監修人　徐銘信　發行人　王洪鎧

科學圖書大庫

中華民國六十八年十二月三十一日初版

工程力學(下)

基本定價　6.70

譯者　江耀宗　成功大學機械系碩士

(67)局版臺業字第1810號

出版者　財團法人 臺北市徐氏基金會　臺北市郵政信箱53-2號　電話7813686號 7815250號
發行者　財團法人 臺北市徐氏基金會　郵政劃撥賬戶第15795號
承印者　大興圖書印製有限公司三重市三和路四段一五一號　電話9719739

目　錄

動力學

原　序

第 12 章　單一質點之運動學

12-1　質點運動學簡介……………411
12-2　單一質點之直線速度與加速度……………411
12-3　圖解法……………418
12-4　單一質點之曲線速度與加速度……………427
12-5　向量函數之微分及積分……429
12-6　質點之曲線運動：直角分量……………431
12-7　拋射體之運動……………431
12-8　質點之曲線運動：圓柱分量……………439
12-9　質點之曲線運動：切線及法線分量……………442
12-10　兩質點之相對運動…………453

第 13 章　剛體運動學

13-1　剛體運動之型式……………464
13-2　剛體之移動……………467
13-3　直線之角速度與角加速度…468
13-4　剛體繞定軸之旋轉…………470
13-5　剛體之一般平面運動：速度……………479
13-6　利用直角坐標單位向量求速度之方法……………487
13-7　速度爲零之瞬時中心：平面運動……………494
13-8　剛體之一般平面運動：加速度……………500
13-9　利用直角坐標單位向量求加速度之方法……………507
13-10　剛體繞定點之旋轉…………514
13-11　剛體之一般運動……………516
13-12　對於旋轉軸之相對速度……524
13-13　對旋轉軸之相對加速度……526

第 14 章　質點的運動學——力及加速度

14-1　牛頓運動定律……………539
14-2　單位、質量、及牛頓之動力定律……………540
14-3　問題求解的方法……………543
14-4　質點系統之運動方程式……544
14-5　質點之運動方程式：直角坐標……………546
14-6　質點之運動方程式：圓柱坐標……………555
14-7　質點之運動方程式：法線及切線分量……………556
14-8　中心力運動及太空力學……568

第 15 章　剛體之平面動力學——力與加速度

15-1　前　言……………………579
15-2　平面運動之動力方程式……579
15-3　運動方程式：剛體之移動…583
15-4　質量慣性矩簡介……………595
15-5　運動方程式：剛體對一定軸之旋轉……………………598
15-6　運動方程式：剛體之平面運動……………………………610

第 16 章　質點的運動力學——功與能

16-1　力所作的功…………………625
16-2　功和能量原理………………628
16-3　解問題之方法………………629
16-4　一系統質點的功和能量原理……………………………630
16-5　功率及效率…………………641
16-6　保守力………………………644
16-7　能量守恒定理………………646

第 17 章　剛體的平面運動力學——工作及能量

17-1　剛體的動能…………………655
17-2　力及力偶所作的功…………663
17-3　功和能的原理：解題方法之一……………………………665
17-4　能量不滅定理………………675

第 18 章　質點動力學——衝量和動量

18-1　質點的線衝和動量原理……684
18-2　解題的方法…………………686
18-3　質點系統的衝量動量原理…692
18-4　線動量守恒…………………693
18-5　衝擊…………………………701
18-6　穩定流體……………………714
18-7　變質點之推進………………718
18-8　質點的角動量………………727
18-9　質點系統之角動量…………729
18-10　質點的角動量和動量原理、角動量守恒…………………730

第 19 章　剛體之平面動力學—衝量與動量

19-1　剛體之線動量與角動量……739
19-2　剛體之衝量與動量之原理…742
19-3　問題之解法…………………743
19-4　動量守恒……………………755
19-5　衝擊…………………………756

第 20 章　質量的慣性矩

20-1　質量慣性矩及廻轉半徑之定義……………………………767
20-2　平行坐標軸間慣性矩及慣性積之變換……………………769
20-3　用積分法求質量慣性矩及慣性積……………………………771
20-4　組合質量之慣性矩及慣性積……………………………………777
20-5　慣性矩與慣性積在傾斜坐標軸之間的轉換………………783
20-6　慣性橢圓體及慣性主軸……786

第 21 章　剛體的三維動力學

21-1　概述…………………………793
21-2　剛體的角動量………………794
21-3　剛體的動能…………………798

21-4　剛體的運動方程式…………809
21-5　問題解法……………………813
21-6　歐拉角……………………827
21-7　廻轉儀運動…………………833
21-8　無扭力運動…………………833

第 22 章　振動學

22-1　簡諧運動……………………844
22-2　非阻尼自由振動……………847
22-3　能量法……………………858
22-4　非阻尼強迫振動……………865
22-5　帶黏滯阻尼力之自由振動…873
22-6　帶黏滯阻尼力之強迫振動…875
22-7　電路類比……………………877

附錄　A……………………………882

附錄　B……………………………886

附錄　C……………………………888

附錄　D……………………………890

附錄　E……………………………893

雙數習題解答……………………895

第十二章　單一質點之運動學

12-1　質點運動學簡介

工程力學包括靜力及動力兩部份，靜力學討論靜止或等速運動之物體的平衡，動力學則討論運動中之物體。一般而言，動力較靜力複雜，因其運動定律包括物體所受的作用力與其運動路徑的關係。由於靜力主要分析物體所受之作用力，故學動力以前，要先學靜力。

動力學可再分爲兩部份：(1)運動學，只討論運動之路徑，及(2)運動力學，分析運動中之物體所受的力。由於研究運動力學需要有運動學的知識，以了解物體的運動與受力的關係，故先討論運動學的原理。

在導靜力學的平衡解法 *時，爲求簡便，先求單一質點的平衡，再接著討論剛體平衡。同理，在討論剛體動力學之前，亦先討論單一質點的動力學。剛體動力學一般較質點動力學複雜，因爲必須考慮剛體的轉動。

質點之定義如前述，是指少量的物質，其尺寸在分析物理問題時可以忽略不計。大多數問題中，物體均有一定的尺寸，如火箭、彈頭、或車輛等。若此種物體所走的距離較其尺寸大得多，且其轉動均可忽略時，則亦可視爲質點處理。一般而言，質點的運動可分爲兩種：沿直線路徑之運動，稱爲直線運動，及沿曲線路徑之運動，稱爲曲線運動。兩種運動均可用質點的位移、速度、及加速度來區分。

本章先討論對一固定座標系統量度之單一質點之運動，此種運動稱爲絕對運動。然後再利用平移座標系，研究兩質點間的相對運動。某些問題中，兩質點的相對運動可用平移及轉動座標系來分析，此種一般性的質點相對運動將在十三章討論，因爲需要先對線段的運動學有相當的認識。

12-2　單一質點之直線速度與加速度

單一質點最簡單的運動，爲沿一直線所作之直線運動。見圖 12-1 所示位於P點之質點，用一位置（或座標）純量，可界定質點在任何已知瞬間與固定原點O之相對位置。若 s 爲正値，則質點位於原點右側，若 s 爲負値，則

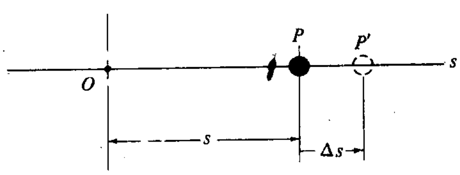

圖 12-1

*見工程力學：靜力學。

位於原點左側。

質點位移，是指其位置之變化，以圖12-1所示之Δs表示。質點的最後位置在其原先位置的右側時，Δs為正，圖12 -1；位移到左側時，Δs為負。

質點之位移不可與其移動的距離混淆，後者為質點移動路徑的總長度——其值永遠為正。

見圖12-1，質點在Δt時間內作正向位移Δs，由P到P'。此段時間內之平均速度，為質點之位移除以所消耗的時間，即

$$v_{avg} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

逐漸取更小的Δt值，使Δs亦變小，即得質點之瞬時速度，其定義為

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

或

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad \text{(12-1)}$$

平均速度或瞬時速度的方向為正或為負，視位移為正或為負而定。例如圖12-1之質點向右移動，故速度為正。速度的大小，即為質點之速率。若位移的單位為呎或公尺，時間單位為sec，則速率單位為 ft/sec 或m/sec ，偶爾亦稱之為平均速率。平均速率的定義，為質點移動路徑的總距離，除以消耗的時間。此值不可與平均速度相混淆。見例12-3。

若已知質點在P及P'點之瞬時速度，則在時間Δt內的平均加速度定義為

$$a_{avg} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Δv代表時間Δt內的速度變化。

求質點在時間t的瞬時加速度時，可令Δt漸小，使Δv亦變小，直到

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

或

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad \text{(12-2)}$$

利用式12-1，亦可得

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} \qquad \text{(12-3)}$$

平均及瞬時加速度均可為正或負，視速度的變化為正或負而定。質點的速度在減低時，稱此質點為減速。此時因為速度變慢，故加速度作用的方向與速度方向相反。等速運動時，加速度為零。加速度大小的單位，通常為 ft/sec^2 或 m/sec^2 。

消去式12-1及12-2中的時間微量Δt，可得移動路徑上之位移、速度、與加速度的

微分關係爲

$$dt = \frac{ds}{v} = \frac{dv}{a}$$

故

$$a\,ds = v\,dv \quad \cdots\cdots (12-4)$$

已知質點的位移、速度、或加速度的函數關係時，可利用式12-1到12-4之積分式或微分式，求出運動學其它各量的函數關係。積分時需要知道質點的起始條件及終點條件，以求不定積分之積分常數，或定積分之積分上下限，見例12-1 。

所有牽涉到上述各微分式的問題，可以歸納成四類：

1．加速度爲時間的函數，$a=f(t)$。代入式12-2可得$dv=f(t)dt$，直接積分後得$v=g(t)$。將v代入式12-1，得$ds=g(t)dt$，積分後得$s=h(t)$。

2．加速度爲速度的函數，$a=f(v)$。代入式12-2得$dv=f(v)dt$，或$dv/f(v)=dt$。積分得$v=g(t)$。與情況1相同，利用式12-1可求得位移。代入v積分後即得$s=h(t)$。

3．加速度爲位移的函數，$a=f(s)$。代入式12-4可得$f(s)ds=v\,dv$。積分得$v=g(s)$。將v代入式12-1可得$g(s)=ds/dt$或$ds/g(s)=dt$。積分得$s=h(t)$。

4．加速度爲常數，$a=a_C$。代入式12-2得

$$\frac{dv}{dt} = a_C$$

假設$t=0$時速度爲v_1，積分後即可求得速度。利用定積分，

$$\int_{v_1}^{v} dv = a_C \int_0^t dt$$

$$v - v_1 = a_C t$$

或

$$v = v_1 + a_C t \quad \cdots\cdots (12-5a)$$

將v值代入式 12-1，可得

$$\frac{ds}{dt} = v_1 + a_C t$$

將此式積分，假設$t=0$時質點的起始位置爲s_1，可得

$$\int_{s_1}^{s} ds = \int_0^t (v_1 + a_C t)\,dt$$

$$s - s_1 = v_1 t + \tfrac{1}{2} a_C t^2$$

或

$$s = s_1 + v_1 t + \frac{1}{2} a_C t^2 \quad \cdots\cdots (12 \cdot 5b)$$

式 12-4 亦可直接積分，當 $s = s_1$ 時 $v = v_1$ 。

$$\int_{s1}^{s} a_C \, dt = \int_{v1}^{v} v \, dv$$

$$a_C (s - s_1) = \frac{1}{2} (v^2 - v_1^2)$$

或

$$v^2 = v_1^2 + 2 a_C (s - s_1) \quad \cdots\cdots (12 \cdot 5c)$$

式12-5中 s_1 、v_1 、及 a_C 的大小及正負號，由 s 軸之原點及正向決定，這些方程式在加速度爲定値或零時方有用。常見的等加速運動的例子，爲重力場中之自由落體。重力對物體產生向下的等加速度，大小約 32.2 ft/sec^2 或 9.80 m/sec^2 。

以下是幾個實際上常見的應用例題。

【例 12-1 】 小彈頭以初速 200 ft/sec 發射到流體介質中，若流體對彈頭產生的阻力使彈頭減速，$a = -0.4 v^3$ ft/sec^2 ，v 單位爲 ft/sec ，試求彈頭射出後之速度 v 與位置 s 對時間的函數。

此題相當於前述之第二類問題 *。由於式12-2爲速度與時間的關係，故將此式積分，即可將速度表爲時間的函數，$t = 0$ 時之初速爲 $v = 200$ ft/sec 。

$$\frac{dv}{dt} = a = -0.4 v^3$$

$$\int_{200}^{v} \frac{dv}{-0.4 v^3} = \int_0^t dt$$

$$\frac{1}{0.8} \left[\frac{1}{v^2} - \frac{1}{(200)^2} \right] = t - 0^{+}$$

$$v = \frac{1}{\left[\frac{1}{(200)^2} + 0.8 t \right]^{1/2}} \text{ ft/sec} \quad \cdots\cdots \text{答}$$

同理，利用式12-1，可得位移 s 爲 t 的函數，起始條件 $t = 0$ 時 $s = 0$ 。

*爲何不能用式 12-5 來解此題？

+不用定積分，改求積分常數的大小，亦可獲得相同的結果。例如將 $dt = dv / (-0.4 v^3)$ 積分，可得 $t = 1/0.8 [1/v^2] + c$ 。利用 $t = 0$ ，$v = 200$ ft/sec 之條件，代入後可得 $c = -1/0.8 [1/(200)^2]$ 。

$$\frac{ds}{dt}=v=\frac{1}{\left[\frac{1}{(200)^2}+0.8t\right]^{1/2}}$$

$$\int_0^s ds=\int_0^t \frac{dt}{\left[\frac{1}{(200)^2}+0.8t\right]^{1/2}}$$

$$s=\left\{\frac{1}{0.4}\left[\frac{1}{(200)^2}+0.8t\right]^{1/2}-\frac{1}{80}\right\}ft$$ ……………………答

【例 12-2】 某人在200 ft 深的懸崖邊上垂直上拋一球，如圖 12-2所示。若球的垂直初速爲 25 ft/sec，試求(a)球距地面的最大高度 h，及(b)球落地的速率。球體在運動過程中，受到重力作用，產生向下等加速度 32.2 ft/sec 。空氣阻力的影響可忽略。

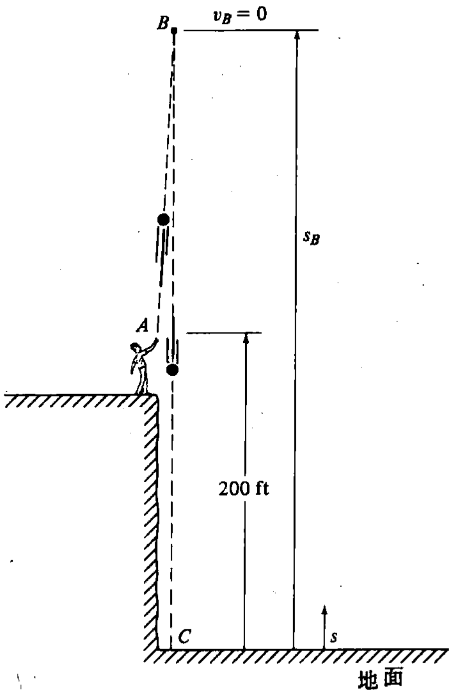

圖 12-2

【解】 (a)將位置 $s=0$ 之座標軸定於地面，如圖所示，球之起始高度爲 $s_A=200$ ft 。由於球由 $t=0$ 時向上拋射，其初速爲 $v_A=25$ ft/sec（與位移正向同向，故值爲正）。運動時具等加速度 $a_C=-32.2$ ft/sec^2。（注意 a_C 與正位移或正速度的方向相反，故其值爲負。球在 A 與 B 點之間實際上爲減速，圖 12-2 a）。由於 a_C 爲定值，故可用式 12-5 c 之速度與位移之關係。球到達最大高度 s_B 時，末速 $v_B=0$，故

$$v_B^2=v_A^2+2a_C(s_B-s_A)$$

$$0=(25)^2+2(-32.2)(s_B-200)$$

故　$s_B=209.7$ ft

(b)在 B 與 C 之間的運動，利用式12-5 c ，即可求得球落地時的末速 v_C ，圖 12-2，

$$v_C^2=v_B^2+2a_C(s_C-s_B)$$

$$v_C^2=0+2(-32.2)(0-209.7)$$

$$v_C=\pm 116.2\ \text{ft/sec}$$

球體爲向下運動，故

$v_C=-116.2$ ft/ sec ……………………答

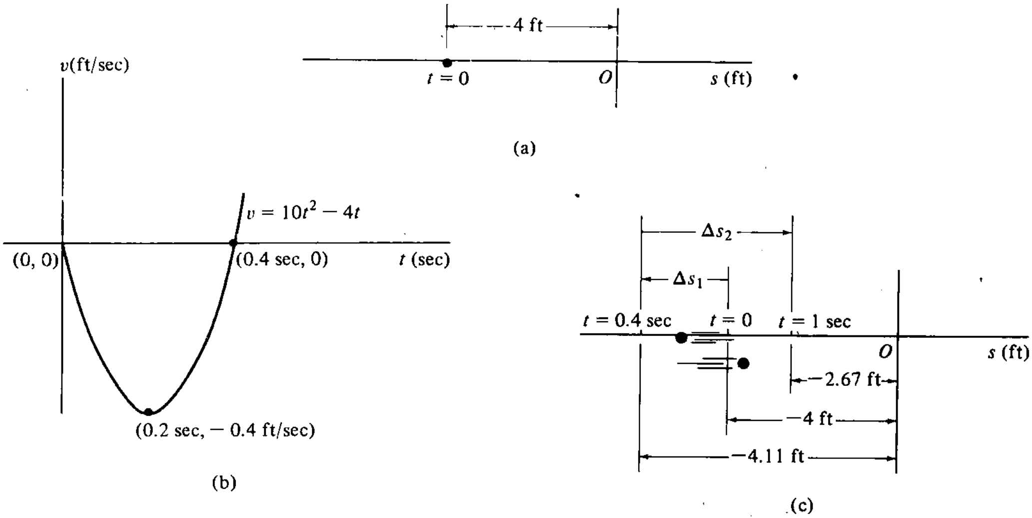

圖 12-3

【例12-3】 質點沿水平路徑移動，速率為 $v = 10t^2 - 4t$，單位為 ft/sec，t 為時間，單位為 sec。質點原位於原點左側 4 ft 處，如圖12-3 a 所示。試求(a)質點在 $t = 0$ 到 $t = 1$ sec 間移動的距離，(b)質點在此時間內的平均速度及平均速率，及(c) $t = 1$ sec 時的加速度。

【解】 (a)由速度與時間的關係式，可將式12-1積分以求位移與時間的關係，$t_1 = 0$ 時 $s_1 = -4$ ft（質點位於原點左側，故為負值。）*

$$ds = v\,dt$$

$$ds = (10t^2 - 4t)\,dt$$

$$\int_{-4}^{s} ds = 10\int_0^t t^2\,dt - 4\int_0^t t\,dt$$

$$s = (3.33t^3 - 2t^2 - 4)\text{ ft} \quad \cdots\cdots(1)$$

畫出質點的速度函數圖，如圖12-3 b所示。由此圖可知 $0 < t < 0.4$ sec 時，速度為負值，表示質點為向左移動，$t > 0.4$ 秒時，速度為正，故質點為向右移動。由於質點在 $t = 0.4$ 秒時速度反向，故此時質點亦反向。由式(1)可算出質點在 $t = 0$、0.4 sec 及 $t = 1$ sec 時的位置。

$$s\big|_{t=0} = -4\text{ ft}$$

$$s\big|_{t=0.4\text{ sec}} = -4.11\text{ ft}$$

$$s\big|_{t=1\text{ sec}} = -2.67\text{ ft}$$

負號表示質點位於原點的左側，如圖12-3 c所示。故當質點向左移動即 $0 < t < 0.4$ sec 時，位移為 $\Delta s_1 = (-4.11\text{ ft} - (-4\text{ ft})) = -0.11$ 呎，圖12-3 c。質點向右移

*為何此題不能用式12-5求解？

動即 0.4 sec $< t <$ 1 秒時，$\Delta s_2 = (-2.67\ \text{ft} - (-4.11\ \text{ft})) = 1.44\ \text{ft}$。故 $0 < t < 1$ 秒時移動的總距離為

$$\Delta s_T = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| = 0.11 + 1.44 = 1.55\ \text{ft} \quad \cdots\cdots\text{答}$$

(b)由 $t = 0$ 到 $t = 1$ 秒之位移為

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = -0.11\ \text{ft} + 1.44\ \text{ft} = 1.33\ \text{ft}$$

見圖 12-3 c，故平均速度為

$$v_{avg} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1.33\ \text{ft}}{1\ \text{sec}} = 1.33\ \text{ft/sec} \quad \cdots\cdots\text{答}$$

平均速率是由移動之總距離定義，故

$$(v_{sp})_{avg} = \frac{\Delta s_T}{\Delta t} = \frac{1.55\ \text{ft}}{1\ \text{sec}} = 1.55\ \text{ft/sec} \quad \cdots\cdots\text{答}$$

(c)加速度與時間的函數關係，可由式 12-2 求出，

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(10t^2 - 4t)$$

$$a = 20t - 4$$

故 $t = 1$ sec　時

$$a\big|_{t=1\ \text{sec}} = 16\ \text{ft/sec} \quad \cdots\cdots\text{答}$$

習　題

12-1　小金屬質點在流體介質中通過，受到一磁鐵的吸引。質點的位移為 $s = 0.5t^3 + 4t$，單位為 in，t 為 sec。試求由 $t = 1$ sec 到 $t = 3$ sec 間之位移、速度、及加速度之變化。

12-2　質點由靜止開始移動 100 ft 以後，達到 30 呎/秒的速度。試求質點受到的線性等加速度。

12-3　某質點沿 200 ft 長的直線路徑移動。由靜止開始，在等加速情況下 175 ft 內達到 60 ft/sec 的速度。然後受另一等加速的作用而達到末速 80 ft/sec。試求整個位移過程之平均速度及加速度。

12-4　某質點沿直線運動，任何時間內，與路徑上固定點 0 之距離可以公式 $s = 12t^3 + 2t^2 + 3t$ 表示，其中 s 為 ft 數，t 為 sec。試求質點在 $t = 2$ sec 時之位移、速度、及加速度。

12-5　質點沿直線移動，位移為 $s = 10t^2 + 2$，其中 s 為 ft，t 為 sec。試求(a)質點在時間 $t = 1$ sec 到 $t = 5$ sec 間的位移，(b)此段時間內質點的平均速度，及(c) $t = 1$ sec 時的加速度。

12-6　質點沿直線路徑移動，加速度函數為 $a = 4t^2 - 2$，a 之單位為 ft/sec²，t 為 sec。$t = 0$ 時質點位於原點左側 2 ft，$t = 2$ sec 時位於原點右側 20 ft。試

求 $t=4$ sec 時質點的位置。

12-7 質點沿直線路徑移動，位移方程式為 $s=4t^3-16t^2+3$，其中 s 為 ft，t 為 sec。由時間 $t=0$ 開始，試求(a)使質點速度減為零時所需移動的距離，及(b)加速度為零的時間。

12-8 汽車由靜止開始，3 sec 內移動了 40 ft，再 2 sec 內移動了 30 ft。試求此車在此 5 sec 內的平均速度。

12-9 質點沿直線路徑移動，加速度為 $a=kt^3+4$，其中 t 為 sec，a 為 ft/sec^2。已知 $t=1$ sec 時 $v=12$ ft/sec，$t=2$ sec 時 $v=-2$ ft/sec，試求常數 k。

12-10 質點沿直線路徑移動，加速度為 $a=5/s$，s 單位為 ft，a 為 ft/sec^2。試求質點在 $s=2$ ft 時之速度。質點由靜止開始移動，$s=1$ ft。

12-11 空氣中某自由落體之加速度為 $a=32.2\,[\,1-v^2/16\times10^4\,]$ ft/sec^2。若物體由靜止釋放，試求(a) $t=15$ sec 時之速度，及(b)物體所能達到的終端或最大速度。

12-12 汽車以 mi/hr 的速度行進，突然踩動剎車。若汽車的線速率為 10 ft/sec^2，試求使汽車停止所需的時間，又車子停止前移動的距離為多少？

12-13 質點在某流體介質中落下的速度，直接與離起點的距離成正比。當 $t=1$ sec，$s=1$ ft 向下時，$v=2$ ft/sec，且 $a=0.6$ ft/sec^2。試求 $t=5$ sec 時質點移動的距離。

12-14 質點向右移動，通過某已知點的速度為 80 ft/sec，受到的等加速為向左 12 ft/sec^2。試求質點通過此點 4 sec 後之速度與位移。

12-15 汽車以直線行進，初速為 30 mph 向右，逐漸均勻減速到 60 mph 向左。減速過程中速度的變化率維持定值 8 ft/sec^2。試求汽車移動的總距離。

12-16 汽車由靜止以 10 ft/sec^2 的速率均勻加速，到達最高速度 60 mph 後，再均勻減速到靜止。若移動的距離為 1,500 ft，試求所需的時間。

12-17 一靜止的球由 500 ft 高的建築落下，同時將另一球由地面向上拋射，若兩球在 150 ft 的高度交錯，試求第二球上拋的初速。假設兩球的加速均為定值，32.2 ft/sec^2 向下。

12-3 圖解法

某些情況下很難求出質點之位置、速度、及加速度的函數式，此時可利用式 12-1 及 12-2 或 12-4 的圖解法，畫出質點的運動曲線。

若可由實驗，求出質點在某幾段時間內的線性位移，則可畫出此質點的 $s\,t$ 曲線（位移對時間的曲線）。例如圖 12-4 a，由曲線段 OA 及段段 AB 組成。此曲線的縱座標，是質點在不同時間距原點的線性位移。由於速度 $v=ds/dt$（式 12-1），故量取 $s\,t$ 曲線在任意時間 t 的切線斜率，即為質點在時間 t 之速度。（圖上的斜率可用直尺或是量角器量

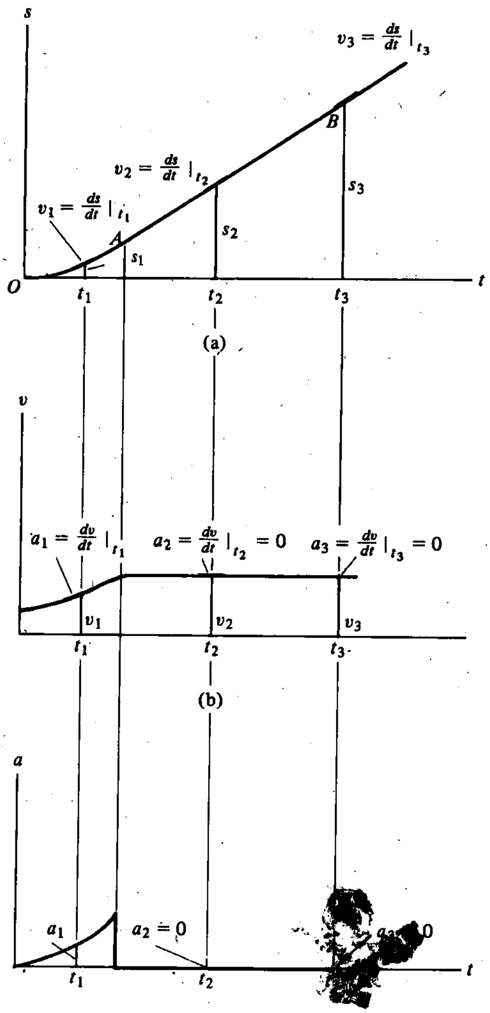

圖 12-4

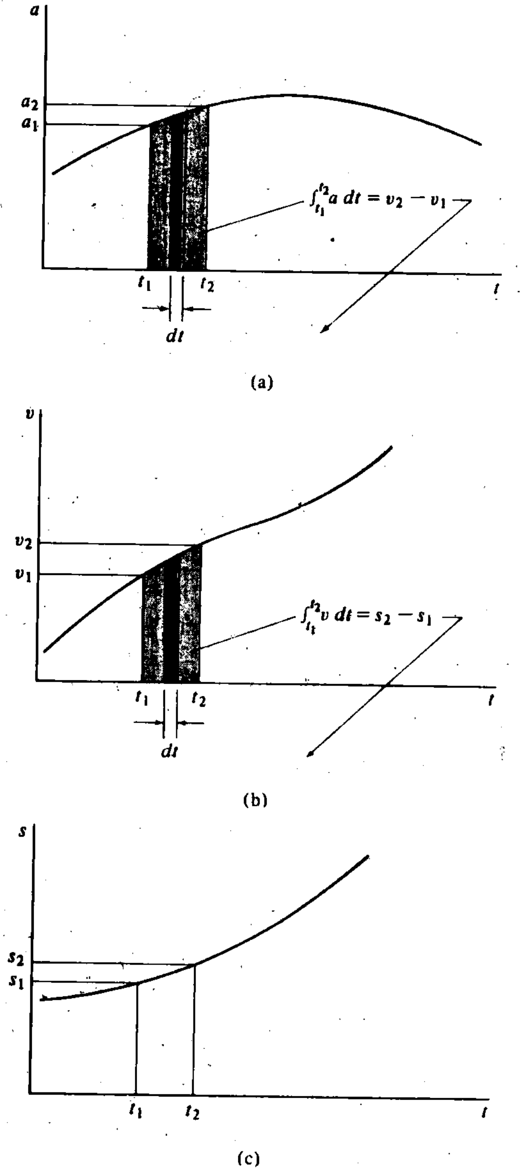

圖 12-15

度。）故由 st 曲線上各點的斜率，可以畫出 vt 曲線（速度對時間之曲線）。例如量出圖 12-4 a st 曲線上三點（t_1，s_1）、（t_2，s_2）、（t_3，s_3）的斜率 v_1、v_2、v_3，即可畫出圖 12-4 b。同理，由 $a=dv/dt$（式 12-2）的關係，可以畫出 at 曲線（加速度對時間的曲線）。此時斜率 a_1、a_2、a_3 是由 vt 曲線上三點（t_1，v_1）、（t_2，v_2）、及（t_3，v_3）所求出，如圖 12-4 b所示。

若 at 曲線為已知，圖 12-5 a，則可利用積分求出 vt 曲線及 st 曲線。因 $a=dv/dt$，$dv=adt$，故速度的變化量，即等於微分面積 adt，即圖 12-5 a所