

SHUXUE WENHUA  
YU SHUXUE JIAOYU

# 数学文化 与 数学教育

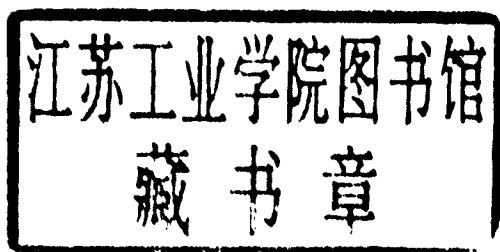
王汝发 张彩红 著



中国科学技术出版社

# 数学文化与数学教育

王汝发 张彩红 著



中国科学技术出版社

· 北 京 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

数学文化与数学教育/王汝发,张彩红著. —北京:中国科学技术出版社,2009.4

ISBN 978-7-5046-5438-0

I. 数... II. ①王...②张... III. ①数学-文化②数学教学-教学研究-高等学校 IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 055089 号

自 2006 年 4 月起本社图书封面均贴有防伪标志,未贴防伪标志的为盗版图书。

中国科学技术出版社出版

北京市海淀区中关村南大街 16 号 邮政编码:100081

电话:010-62103210 传真:010-62183872

<http://www.kjbooks.com.cn>

北京长宁印刷有限公司印刷

\*

开本:850 毫米×1168 毫米 1/32 印张:10.125 字数:248 千字

2009 年 4 月第 1 版 2009 年 4 月第 1 次印刷

定价:30.00 元

ISBN 978-7-5046-5438-0/O·145

---

(凡购买本社的图书,如有缺页、倒页、  
脱页者,本社发行部负责调换)

# 目 录

<b>第一章 数学与人类文明</b> .....	(1)
第一节 数学究竟是什么 .....	(1)
第二节 数学对人类文明的贡献 .....	(12)
第三节 数学发展简介 .....	(19)
第四节 现代数学和科技发展新趋势 .....	(25)
第五节 函数概念发展的历史回顾 .....	(33)
第六节 莱布尼茨、二进制算术与《周易》 .....	(43)
第七节 中国:由数学大国迈向数学强国 .....	(50)
第八节 如何使数学容易学习 .....	(60)
第九节 祖冲之与刘徽数学成果之比较 .....	(73)
第十节 李约瑟与中国古代数学 .....	(83)
第十一节 “大众数学”与中国古代数学的特点 .....	(95)
<b>第二章 数学与人的发展</b> .....	(114)
第一节 数学对人的世界观的影响 .....	(114)
第二节 数学与人的思维能力 .....	(127)
第三节 数学与思想解放 .....	(132)
第四节 话说珠算 .....	(138)
<b>第三章 数学美学</b> .....	(145)
第一节 数学方法之美 .....	(147)
第二节 数学美的几种类型 .....	(156)
第三节 几个特殊数之美 .....	(160)

---

第四节	数学与文学联姻之美 .....	(167)
<b>第四章</b>	<b>数学哲学</b> .....	(171)
第一节	对数学哲学的一些理解 .....	(171)
第二节	数学的三次危机 .....	(174)
第三节	数理逻辑大发展 .....	(188)
第四节	公理集合论 .....	(198)
第五节	数学基础三学派 .....	(204)
<b>第五章</b>	<b>数学与哲学</b> .....	(216)
第一节	数学与哲学的不解之缘 .....	(216)
第二节	数学体现了丰富的哲学观点 .....	(222)
第三节	数学的真理性 .....	(223)
第四节	数学的证明与科学的证明 .....	(231)
第五节	从精确数学到模糊哲学的哲学反思 .....	(234)
第六节	从几何学的视角审视数学哲学的问题 .....	(244)
第七节	从数学实验的基本特征审视数学 哲学的基本问题 .....	(255)
<b>第六章</b>	<b>大学数学教育</b> .....	(262)
第一节	数学教育的地位和作用 .....	(262)
第二节	数学教育观念的哲学思考 .....	(270)
第三节	我国大学数学教育的改革 .....	(278)
第四节	华罗庚数学教育思想 .....	(293)
第五节	数学建模与大学数学教学 .....	(300)
<b>主要参考文献</b>	.....	(311)
<b>后记</b>	.....	(314)

# 第一章 数学与人类文明

## 第一节 数学究竟是什么

“数学”一词来自希腊,原意是“科学或知识”的意思。在我国古代数学叫做算术,后来又叫做算学和数学。数学是什么?数学的本质是什么?数学的特点是什么?它是一门什么性质的科学?既是数学家要回答的问题,又是哲学家要回答的问题,究其原因主要是由于它是数学认识的一个根本性问题,同时又是数学教育论的一个根本性问题。世界上有许多不具备物理属性的名词,人们经常议论,经常使用,可是静下来扪心自问,却又很难说清楚。数学就是这样。关于“数学”是什么,过去我国一直沿用早年恩格斯的说法——数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的科学。从那时以来,数学大大发展了。现在许多人认为,仅仅说数学是研究数量关系和空间形式已经不够了,客观世界中的其他“关系”,以及物质形态的“结构”,也都成了数学研究的对象。要给数学下一个准确的定义不是一件容易的事情。有人比喻说,这就像美学中要回答“什么是美”一样的困难。当然,给任何认识对象下定义都只是揭示和认识事物某一方面特征的手段,历来的数学家和哲学家有许多形形色色的数学定义。就像“盲人摸象”寓言里描述的,在久远年代以前,有一个很有智慧的国王,名叫“镜面”。镜面王叫那些盲人去摸象的身体:有摸着象脚的,有摸着象尾的,有摸着象头的……

国王便问他们:“你们看见了象没有?”盲人们争着说:“我们

都看见了!”国王又问:“那么你们所看见的象是怎样的呢?”

摸着象脚的盲人说:“王啊!象好像漆桶一样。”

摸着象尾的说:“不,它像扫帚!”

摸着象腹的说:“像鼓呀!”

摸着象背的说:“你们都错了!它像一个高高的茶几才对!”

摸着象耳的盲人争着说:“像簸箕。”

摸着象头的说:“谁说像簸箕?它明明像一只笆斗呀!”

摸着象牙的盲人说:“王啊!象实在和角一样,尖尖的。”……

因为他们生来从没有看见过象是什么样的动物,难怪他们所摸到的,想到的,都错了。但是他们还是各执一词,在王的面前争论不休。人们可以根据自己对数学的理解做出不同的回答,现代的数学已经深入到自然科学和社会科学的许多领域,比如数理生物(biology - biometrics),比如数理经济(economics - econometrics)等等,但是依然很难说清,数学到底是什么。从20世纪以来不少专家学者对此做过一些探讨,但遗憾的是,他们的结论却并不一致,鉴于此,笔者就此做些探讨。

### (一)20世纪以来的主要观点

由于数学的性质及其应用途径不断发生变化,新的数学领域不断涌现,数学的应用范围的不断扩充,加之计算机的发展和爆炸性的增长,都要求发展新的数学。因而人们对“数学是什么”的认识发生了很多变化,一般地说,可以分为两类——隐喻性回答和实质性回答。<sup>①</sup>

所谓隐喻性回答指的是用比喻的方式来表达数学是什么,比喻固然可以更明白清楚说明问题,益于理解,但它毕竟是文学的手

---

<sup>①</sup> 孙宏安.对“数学是什么”的哲学思考.人大复印资料科学技术哲学,2002,(1):44.

法,所以对同一比喻见仁见智做出不同的理解。常见的比喻主要有以下几种:

1. 数学是打开科学大门的钥匙。这种比喻说明数学在科学理论成就中的重要性。早在古希腊的毕达哥拉斯学派就把数看做万物之本源;享有“近代科学之父”尊称的意大利物理学家伽利略(Galileo, 1564 ~ 1642)认为,宇宙像一本用数学语言写成的书,如不掌握数学的符号语言,就像在黑暗的迷宫里游荡,什么也认识不清。第一位诺贝尔物理奖获得者伦琴当有人问他科学家需要什么样的修养时,他的回答是:第一是数学,第二是数学,第三是数学。事实上,人们越是说明数学对于科学的重要性,越使人们糊涂。因为“数学是一门科学”这是我们大家都公认的。而自己是打开自己大门的钥匙!这似乎有点解释不通,这对于“数学是什么”的问题来说又似乎什么都没说——试问哪一门学科不是打开科学大门的钥匙。

2. 数学是科学的语言。比喻数学可归用于交流科技信息,特别随着社会的数学化程度日益提高,数学已成为交流和储存信息的重要手段。这是因为数学有特制的符号语言。这种特制的符号语言正在逐步地渗透到现代社会生活的各个方面的各种信息系统中,而现代数学的一些新的概念如算子、泛函、拓扑、张量、流形等则不断大量涌现在科学技术文献中,日渐发展成为现代的科学语言。但细细分析既可发现数学和语言在许多地方是不同的,“不仅外延有较大的不同,而且种属关系也不一致。”<sup>①</sup>,因此这种比喻不但没有解决数学的性质问题,甚至本身也有不能自圆其说之嫌。

3. 数学是思维的工具。这是由于数学是人分析问题和解决问题的思想工具,数学具有运用抽象思维去把握实在的能力以及

---

<sup>①</sup> 孙宏安.对“数学是什么”的哲学思考.人大复印资料科学技术哲学,2002,(1):45.



数学赋予科学知识以逻辑的严密性和结论的可靠性,是使认识从感性阶段发展到理性阶段,并使理性认识进一步深化的重要手段。这是从思维科学的角度来理解、认识数学,仅是从思维科学这个侧面来揭示数学形成的丰富多彩和数学内容的博大精深。但也有不少专家却认为数学是思维的科学,将二者联系起来一个是工具而另一个是科学,这就有点逻辑问题,因为科学与工具二者相差还是很大的。

4. 数学是理性的艺术。这是由于数学特别是现代数学的研究对象在很大程度上可以被看成“思维的自由想象和创造”。因此,美学的因素在数学的研究中占有特别重要的地位,以致在一定程度上数学可被看成一种艺术。但这仅是从作为一种语言文化形态的角度来理解、认识数学,其实数学与艺术有着很多的本质不同,因为数学讲究的是论证简洁、推理严谨、文体优美、思想清晰、形式对称等,而艺术则是一种创作,要求特立独行、张扬个性,不允许有雷同。

5. 数学是一种理性精神。由于数学充满着理性精神,它不断为人们提供新概念、新方法。因而数学对于人类理性精神发展有着特殊的意义,德国著名数学家克莱因(Kline, 1908 ~ 1992)指出:“在最广泛的意义上说,数学是一种精神,一种理性的精神。正是这种精神,使得人类的思维得以运用到最完善的程度,亦正是这种精神,试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活;试图回答有关人类自身存在提出的问题;努力去理解和控制自然;尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵。”从这一论述不难看出数学的这种“精神”是和思维紧密结合起来的,所以说数学是理性的精神仍重新面对“数学是什么”的问题。

综上所述,笔者认为关于数学的上述隐喻性回答有助于人们理解数学、学习数学,特别对数学教育有着重要的作用。但它毕竟是一种比喻,不可能从根本上解决数学哲学中长期争论而未果的

数学的本质问题。

实质性回答主要有 9 类说法：

1. 结构性说法：“数学是研究抽象结构的科学”。法国布尔巴基(Bourbaki)学派从 1933 年开始研究一般的数学结构及其分类问题,1939 年开始陆续出版他们的皇皇巨著《数学原本》(Elements of Mathematics),布尔巴基学派又被称之为结构主义学派,他们的数学观是：“数学是研究抽象结构的科学”。<sup>①</sup>

2. 模式论说法：“数学是研究模式的科学”。1939 年英国数学家 A·N·怀特海(Whitehead,1861~1947)到美国哈佛大学作演讲《数学与善》时,曾经提出他自己的数学观：“数学就是对模式(pattern)的研究”。从 20 世纪 80 年代开始,有一批美国数学家极力倡导把数学视为模式的科学(seience of pattern)。<sup>②</sup>

3. 形式倾向性说法：“数学是一门演绎科学。”这种说法注重于数学知识按形式逻辑编排的表面形式和按演绎体系展开的特点,这种观点的典型代表是数学基础学派中的逻辑主义和形式主义。前者把数学归结为逻辑,后者把数学看做是符号游戏。

4. 综合性说法：“数学是一门演算的科学”。<sup>③</sup>其中“演”表示演绎,“算”表示计算或算法,“演算”表示演与算这对矛盾的对立统一。为什么用“演算”概括数学的本质,其原因主要有二,一是“演算”反映了数学研究的特点,二是“演”与“算”的对立统一反映数学性质的辩证性。

5. 对象性说法：“数学是研究数与形的科学”。这是从数学研究的基本概念“数”和“形”的角度阐述的,当然这是把“数”和“形”作为基本概念不加定义来直接建立体系的,显然这是对“数

① 吴开朗,王志刚. 数学究竟是什么. 自然辩证法研究,2008,(10):104.

② 吴开朗,王志刚. 数学究竟是什么. 自然辩证法研究,2008,(10):104.

③ 林夏水. 论数学的本质. 哲学研究,2000,(9):66.

学是什么”的一个实质性回答。

6. 政府性说法:在国家重点基础研究发展规划关于数学的项目计划任务书中对数学的描述是:“数学科学是研究数量关系和空间形式的一个宏大科学体系,包括纯粹数学,应用数学以及这两者与其他学科的交叉部分,它是一门集严密性、逻辑性、精确性和创造力与想象力于一体的学问,也是自然科学、技术科学、社会科学、管理科学等的巨大智力资源。”<sup>①</sup>

7. 动态性说法:黄秦安先生认为,关于数学本质的问题是一个具有时代性、前瞻性、发展性、综合性的数学哲学核心问题。在数学的任何发展阶段都不可能有的固定的、永恒不变的答案,这应该成为数学哲学研究的一条认识论原则。……在已有的各种从本体论和认识论的角度对数学本质进行的哲学概括中,“数学是关于模式和结构的科学”的表述,不仅能较好地解释数学的演绎性与经验性、理论性与现实性的辩证关系,而且更重要的是这一表述把握住了 20 世纪以来数学发展的脉搏,具有强烈的时代特色。

8. 恩格斯关于数学的定义注解说法:史宁中等通过研究恩格斯关于数学的定义后认为,“数学是研究空间形式和数量关系的一门科学。”不管是现实世界中的“数量关系和空间形式”还是思维想象中的“数量关系和空间形式”,都属于数学研究的范畴,就像亚历山大洛夫曾经谈到的那样。

9. 目的性说法:美国数学学会前会长、哈佛教授 Andrew Gleason 说:“数学乃是秩序的数学,它的目的是发现、刻画、了解外观复杂情况的秩序。数学中的概念,恰好能够描述这些秩序,数学家花了几百年来寻找最有效地描述这些秩序的精微曲折处。这种工具可用于外在世界,毕竟现实世界是种种复杂情况的缩影,其中包含大量的秩序。”

<sup>①</sup> 李玲. 数学:开启科学殿堂的钥匙—马志明院士访谈录. 半月谈, 2002, (9): 63.

## (二) 关于几个实质性回答的评价

1. 关于结构性说法与模式论说法。通过分析可以看出,前者是基于用抽象、辩论及逻辑的方法描述数学而得到的对数学的实质性解释,视抽象与逻辑为数学的核心,尚没有考虑数学生存的土壤。而后者是怀特海从他和罗素(Russell, 1872 ~ 1970)合著的《数学原理》(三大卷, 1910 ~ 1913年出版)工作过程的经验中总结出来的,主要是从数学和数学思维的性质而言的。结构性说法与恩格斯的定义较为接近,逻辑体系应当是数学的核心,但是逻辑体系不是数学的本质。

2. 关于形式倾向性说法。该解答的着眼点基于数学的公理化体系,第一个几何学公理是由欧几里得在《几何原本》中提出的,它在数学史的地位是无可争议的,它的创立对数学发展产生了极其深远的影响,它强调数学命题的证明,使数学完全摆脱了经验科学的圈子,使其发展成为演绎推理的科学;其次,公理化方法可以把零散的数学知识组成一门科学体系。但数学发展史表明,欧几里得公理体系也有许多不足甚至缺陷,推动数学发展的主要动力是归纳而不是演绎,由此欧几里得公理体系遭到不少批评,如有的公理是多余的,有不少概念诉诸直观等等。还有一些定义是无意义的循环定义,许多术语没有明确意义,实际上是承认直观的考虑等,因此,这种说法侧重于数学的演绎性而忽略了数学的经验性特点,并不能反映数学的全貌,组成数学整体的另一个非常重要的方面是数学研究的过程,而且从总体上考察,数学应该是一个动态的过程,是一个“思维的实验过程”,是数学真理的抽象概括过程。而逻辑演绎体系则是这个过程的一种自然结果。美国数学教育家乔治·波利亚(G. Poliya)对数学教育的研究与贡献举世瞩目,他认为,“数学有两个侧面,它是欧几里得式的严谨科学,但也是别的什么东西。由欧几里得方法提出来的数学看来像是一门系统的

演绎科学,但在创造过程中的数学看来却像是一门实验性的归纳科学。”作为“数学是什么”的本质性定义有其明显不足。

3. 综合性说法的特点是注意到了数学的时代特征,即计算机在现代社会的广泛应用和强大功能引起的数学研究方式的变革。分析数学的发展历程可以看出,从古代到现代大体走过了4个阶段:即初始阶段、发展阶段、数值计算阶段和数值模拟阶段。从20世纪50年代以后,由于计算机的出现,数学快速地步入了数值化、计算化、算法化的新阶段,有学者认为,演绎是论证思维,是对已知结论作整理,对猜想作论证,那么仅用“计算”能概括包括由直觉、归纳及类比等等发现数学知识的思维过程吗?在以知识创新为主旋律的今天,数学知识发明和发现尤为重要,“演算”能揭示数学强大创新功能之特性吗?<sup>①</sup>对此,不少学者持怀疑态度,焦点集中在对“数学是什么”这一问题的起因之一——数学基础问题上,而这也正是从对数学“演绎证明”的深入讨论提出来的,进而直接将“演”“算”——演绎证明作为“数学是什么”来回答等于又回到了原来的问题;其次计算机技术已从数学科学中分离了出来,已经成了一门独立的学科,因此这种定义仍不能令人满意。

4. 对象性定义的起点(或对象)是“数”和“形”,这种定义在过去数学发展的一定时期内是及其精辟和完美无缺的,一度受到大多数学者的认同。但若把近年来数学基础研究与信息时代的数学发展联系起来看,这种定义就显得有点滞后了。因为数和形作为数学两个最原始的对象,近年来,随着电子计算机的飞速发展和普及,使人们再次看到计算机与数学之间的一些重要的、相互有利的的作用,“2000年首届国家最高科技奖获得者吴文俊院士创立了机器证明定理的算法,被国际上称为‘吴文俊方法’和‘吴消元法’,实现了初等几何与微分几何定理的机器证明,抓住了数学机

<sup>①</sup> 黄光荣. 对数学本质的认识. 数学教育学报, 2002, (2): 22.

械化研究的核心,居于世界领先地位。”<sup>①</sup>

众所周知,中国传统数学具有功能的、代数的、模型论的特征。吴文俊极其敏锐地看出了信息时代数学的发展趋势,开创了机器定理证明的时代,实现了初等几何与微分几何定理的机器证明,进而几乎所有数学定理的证明,将可以由计算机来完成,大大节省了人的脑力劳动。从而使数学跻身于实验科学的行列。由此可以发现,数学的发展使其原来的定义已无法适应新形势下数学发展的需要。对“数学是什么”的探讨涉及哲学、认识论、社会学、历史学、语言学、思维科学、艺术理论、心理学等非常广泛的知识,其实就是在文化的各个视角上探讨数学。

5. 政府性质说法也有一些不全面的地方,因为这一定义首先确定了数学研究的对象和范围,但随着数学的长期发展,尤其是19世纪以来数学发生的一系列重大变化,随着数学的高度抽象化以及人类思维的作用,数学的研究对象和范围已不一定是现实世界的事物,也不限于“空间形式”和“数量关系”了。它可能远离现实世界,它可以是数学以外各个领域或数学理论本身提出的各种抽象问题和逻辑可能的形式和关系。

下面我们再来看看几位伟人对数学本质的概括:

马克思:一种科学只有成功地运用数学时,才算达到真正完美的地步。

恩格斯:数和形的概念不是从其他任何地方,而是从世界中得来的。

爱因斯坦:数学是一种艺术,如果你和它交上朋友,你就会懂得,你再也不能离开它。

丁石孙:数学的研究对象是客观世界的逻辑可能的数量关系

---

<sup>①</sup> 王汝发. 由传统数学到数学机械化的哲学思考. 西安电子科技大学学报, 2002, (1): 8.

和结构关系。

A·亚历山大洛夫:数学是关于与内容相脱离的形式和关系的科学。

亚里士多德:既然数学对象既不可能独立存在于可感事物之中,也不可能独立存在于可感事物之外,所以,它只能以一种特殊的方式存在着,即抽象的存在。

罗素:数学可以定义为这样一门学科:我们不知道其中我们说的是什么,也不知道我们说的是否正确。

陈省身:数学是一门演绎的学问,从一组公设,经过逻辑的推理,获得结论。

### (三)对目前数学本质概括的反思

以上的讨论使我们进一步认识到,哲学家和数学家是从数学内部(数学的内容、表现形式、研究过程)和数学外部(数学与社会的关系、数学学科与其他学科的关系、数学与人的发展的关系)等几个方面来研究数学的本质特征的,他们所得到的结论都从某一侧面反映了数学的本质特征,为我们全面认识数学的本质特征提供了一些视角。究竟为什么有史以来关于数学本质的概括竟没有一种令人满意,或者换句话说,在数学发展到今天总是出现一些新的现象,这种现象总是促使我们直接或间接地思考数学本质这一数学哲学要回答的问题。

笔者认为,数学是逻辑严谨的科学,从概念的定义出发,经过逻辑推理,得到定理,求出解答,是大家追求的一种理性思考,值得大家学习运用。不过,事情不能绝对化,要回答“数学是什么”这一问题,要给出人们满意的回答几乎是不可能的,究其原因是在发展中不断改变自己的面貌。如果要追问“数学是什么”,最重要的一个方面应该是数学对象的本体论地位,即数学真理的实在性问题,而“实在性”这一概念是早已根植于人们的日常生活之

中,因此一谈到实在性人们总是自觉不自觉地将日常生活中的现实结合在一起。特别是计算机技术的广泛应用,给数学发展增添了新的英姿,人们总是回头看看过去数学的发展足迹,又不时地展望数学发展的未来。因而又对数学本质产生一些新的不同认识和不同理解。因此,要给“数学是什么”下一个统一的大家都完全公认的结论,试图用一个数学的定义统一思想是不可能的事情,也正因此才促使人们不断思考数学的发展有没有或在何种意义上有内在的统一性。

我们认为关于数学本质的概括有着明显的时代特征,着眼点首先应当以数学发展的历史观来分析、思考。只有从数学发展的眼光看才能从新的高度和视角对其有一个本质的理解,否则不可能真正去解决这一数学哲学要解决的首要问题。例如,关于数学的严谨性,在各个数学历史发展时期有不同的标准,从古希腊以欧几里得《几何原本》为代表的演绎体系到17世纪以牛顿、莱布尼茨为代表的微积分体系再到19世纪至20世纪初以希尔伯特为代表的现代公理体系,对严谨性的评价标准有很大差异,其严谨化水平越来越高。又如数学研究对象,很多是直接从现实世界中提炼出来的,还有一些则是根据数学自身的逻辑发展的需要而构造出来的。这两种类型的数学对象互相影响,互相渗透。进入20世纪,数学思想得到空前解放,特别表现在引进许多新的研究对象,健康的数学文化完全崩溃,没有系统、没有关联、没有问题、没有历史的来龙去脉,也是一个动态的概念体系。它随着数学在以上3个不同历史时期的发展而被赋予逐步变化、越来越深刻的特征。现代数学几乎渗透到各个学科领域,包括古板的历史学和严肃的法学。这是因为社会正在逐渐走向理性,分析手法逐渐走向定量化。

综上所述,我们认为对数学本质特征的认识应用发展的、变化的眼光去看待,对“数学是什么”的探讨涉及哲学、认识论、社会



学、历史学、语言学、思维科学、艺术理论、心理学等非常广泛的知识,其实就是在文化的各个视角上探讨数学。这才是真正接近数学、走进数学、研究数学和发现数学真理的科学态度。下面我们用通俗的话来概括数学是什么:从数学的学科结构看,数学是模型;从数学的过程看,数学是推理与计算;从数学的表现形式看,数学是符号;从数学对人的指导看,数学是方法论;从数学的社会价值看,数学是工具、是语言。从数学所从属的工作领域看:数学是技术、是逻辑、是自然科学、是科学、是艺术、是文化……从数学的对象看:数学研究计算、研究数和量、研究现实世界的数量关系和空间形式、研究模型、研究演绎系统形式系统、研究无穷……

## 第二节 数学对人类文明的贡献

迟序之数,非出神怪,有形可检,有数可推。

——祖冲之

数学是科学的大门和钥匙

——Proclus

所以这就是数学,它赋予自己的发现以生命;它令思维活跃,精神升华;它烛照我们的内心,消除了我们与生俱来的蒙昧与无知。

——Rogen Bacon

古今之成大事业大学问者,必经过三种之境界,“昨夜西风凋碧树,独上高楼,望尽天涯路”,此第一境界也。“衣带渐宽终不悔,为伊消得人憔悴”,此第二境界也。“众里寻他千百度,蓦然回首,那人却在灯火阑珊处”,此第三境界也。

——王国维

数学,如果正确地看待它,则不但拥有真理,而且还具有至高无上的美,这是一种雕塑式的冷而严肃的美,这种美既不投合人类