

湖南省
新课标高考



湖南省
新课标高考



湖南省
新课标高考



丛书主编 ★ 易融

XINKEBIAO GAOKAO

新课标高考

系统集成

第一轮总复习

XI TONG JI CHENG DI YI LUN ZONG FU XI

理科数学

2010年

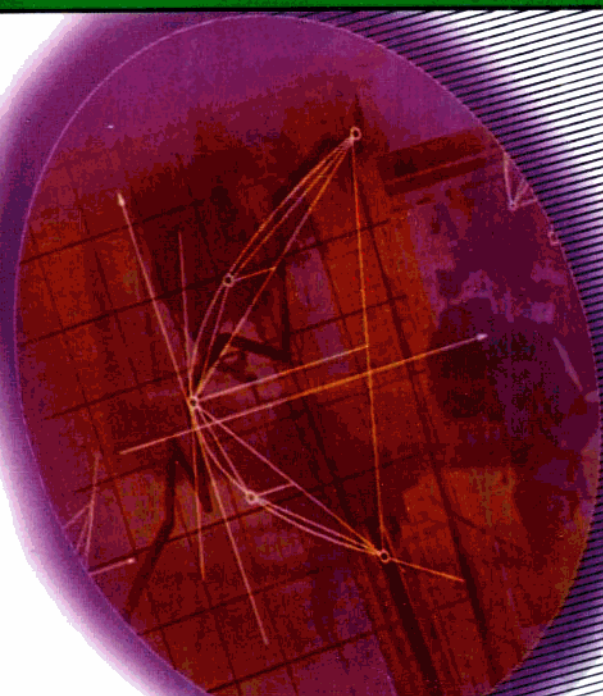


湖南省专版

学生用书

配人教A版

南方出版社



2010年湖南省
新课标高考

2010年湖南省
新课标高考

2010年湖南省
新课标高考

新课标高考

系统集成

第一轮总复习

理科数学

学生用书

配人教A版

本册主编：张国平

本册编委：曹继元

李先凯

钟元初

颜春

杨友之

陈栋儒

徐永忠

刘云

本册审定：戴国良

屈运湘

龚家喜

邓振武

沈杨

郭小村

程远新

唐汇元

刘仲喜

张廷春

夏远景

王志翔

彭大华

潘建平

周阳志

雷建军

李安后

龚志刚

廖冬云

唐亮

彭若虚

南方出版社

.....
图书在版编目(CIP)数据

系统集成·新课标高考第一轮总复习·理科数学/易
酿主编. —海口:南方出版社, 2009. 4
ISBN 978-7-80660-705-3

I. 系… II. 易… III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 049272 号
.....

**系统集成—新课标高考第一轮总复习
理科数学**

易酿 主编

(邮编:570208 海南省海口市和平大道 70 号)

湖南汇龙印务有限公司印刷

开本:880×1230 1/16 印张:29.5 字数:1038.4 千字

2009 年 4 月第 1 版 2009 年 4 月第 1 次印刷

本书定价:58.00 元

本书若有印装问题,可向承印厂调换

前言



谁能创造性地开发和利用新课程高考优质资源,谁就能抢占新课程高考的制高点!

为了积极应对我省普通高中课程改革后的首届高考,开发占有更多的新课程高考前沿资源,省级项目《普通高中新课程资源开发和利用的研究与实践》课题组近两百名专家,其中既有高中新课标教材参编者、高考命题参与者和研究者,也有来自几十所省级示范性高中学校的学科带头人、包括长沙市四大名校的骨干教师,深入研究了新课程标准和国家考试大纲及先行课改省区新课程高考命题的新变化、新要求和新趋势,针对我省新课程实施实际情况,充分借鉴国内品牌第一轮总复习用书的优点和经验,经过近一年时间的努力,成功推出《系统集成—新课标高考第一轮总复习》系列丛书。

为了力争优质,课题组专家认真分析第一轮总复习全过程中教、学、练、考四个环节的规律特点,精心思考教学过程中课前、课堂、课后三个阶段的实际需要,特别重视影响学习效果的两个最常见困难(一个是知识遗忘,一个是听得懂做不出),全面排查学生在知识理解和运用上的易错陷阱(编写思路为:四环三段二重点一纠错),并在此基础上,系统把握功能配置,科学组织栏目体例,务实设计产品结构。所有的系统考究和心血智慧集成《系统集成—新课标高考第一轮总复习》系列丛书,使丛书具有鲜明的特色:

结构科学实用 每学科均采用“一”拖“三”模式,“一”指教师用书(教案),“三”指学生用书的听课本(学案)、作业本(练案)、活页测试卷(考案)。教师用书全面详实,所有题目均详解详答,能帮助指导教师组织教学。学生听课本含学生自学、课前预习、课堂讲解、课后总结的内容;作业本含每课时作业和滚动训练;测试卷供复习完某部分内容后检测复习效果使用;学生用书附所有题目的简解简答。

功能系统集成 全面系统的探索研究,凝结成11项功能要求,聚集成本丛书。载体名称及功能配置如下:

载体名称		功能
教师用书(教案)		教师备课指导
学生用书	听课本(学案)	考纲考向导航、学生课前预习、重难点突破 思路方法提升、常见错误警示、知识网络建构
	作业本(练案)	随堂练习巩固基础,感悟方法 课后练习深化知识,提升能力 滚动训练防止遗忘,温故知新
	活页测试卷(考案)	检测效果,查漏补缺,落实过程,积累成功

系统完备的功能配置,能全方位、多角度、大视野指导第一轮总复习全过程中教学练考四大环节、课前课堂课后三个阶段,科学系统实用。其中常见错误警示和滚动训练是丛书的两大亮点。

内容紧扣新高考 内容和知识点组织完全依据湖南省高中新课程实施要求。素材选择突出三“新”,一是理念紧扣新课标,二是题型紧贴新教材,三是材料紧跟新时代。在难易程度处理上,立足基础夯实、重在方法培养、突出能力拓展。

科学实用的产品结构、系统完备的功能配置、紧贴新课标直指新高考的内容组织,使丛书具有很强的指导性、针对性和实用性,能全面、有效、优质地指导新课程高考第一轮总复习全过程。

数学(理)学科栏目设置及说明:

- | | |
|-------------|--|
| 高考导航 | 采用列表条目式,以章为单位,呈现最新考纲、考点要求,总结命题规律,预测命题趋势。 |
| 知识网络 | 对本章知识进行归纳总结,帮助学生很快了解本章的主要内容,形成系统的网络,强化记忆,深化理解,起到提纲挈领的作用。 |
| 知识要点 | 对每课时的知识进行系统梳理,立足自主学习,以填空形式帮助学生巩固知识点。 |
| 课前热身 | 针对本课时内容,精选精典例题,以“先讲后练”的方式导入学习,为课堂复习、讲授例题做好知识准备。 |
| 典例精析 | 全面解剖精典例题,分析解题思路,总结解题技巧、方法与规律,穷尽题型,以点带面,激活思维。 |
| 数学门诊 | 选取学生易错的知识点及相应的例题,诊断病因,给出正解,规避知识误区。 |
| 总结提高 | 夯实基础,提升能力,注重在巩固基础的前提下提高学生的能力。 |
| 课堂演练 | 根据本课时的知识点,全方位训练,选题科学,梯度合理。 |
| 课外练习 | 根据学生层次,设置相关练习题,选题由易到难,重在基础,全面系统,循序渐进。 |
| 滚动练习 | 根据遗忘曲线规律,从第三周开始将前面的内容进行滚动复习,温故知新,防止遗忘。 |

湖南省级课题:《普通高中新课程资源开发和利用的研究与实践》课题组

目录 contents

学生用书

第一章 集合与常用逻辑用语

- 1.1 集合及其运算 2
作业本 249
- 1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件 4
作业本 250
- 1.3 简易逻辑联结词、全称量词与存在量词 6
作业本 251

第二章 函数

- 2.1 函数的概念及表示法 9
作业本 252
- 2.2 函数的单调性 11
作业本 253
- 2.3 函数的奇偶性 14
作业本 254
- 2.4 二次函数 16
作业本 255
- 2.5 指数与指数函数 18
作业本 256
- 2.6 对数与对数函数 20
作业本 257
- 滚动训练 作业本 258
- 2.7 幂函数与函数的图象 23
作业本 260
- 2.8 函数与方程 26
作业本 261
- 2.9 函数模型及其应用 29
作业本 262
- 2.10 函数模型的综合应用 32
作业本 264

第三章 导数及其应用

- 3.1 导数的概念与运算 36
作业本 266
- 3.2 导数的应用(一) 38
作业本 267
- 3.3 导数的应用(二) 41
作业本 268
- 3.4 定积分及微积分基本定理 44
作业本 269
- 滚动训练 作业本 270

第四章 平面向量

- 4.1 平面向量的概念及线性运算 48
作业本 271
- 4.2 平面向量的基本定理及其坐标表示 50
作业本 272
- 4.3 平面向量的数量积 52
作业本 273
- 4.4 平面向量的综合应用 55
作业本 274

第五章 三角函数

- 5.1 任意角的三角函数 59
作业本 275
- 5.2 同角三角函数的基本关系、诱导公式 61
作业本 276
- 5.3 两角和与差的正弦、余弦和正切公式 64

作业本 277

滚动训练 作业本 278

- 5.4 简单的三角恒等变换 66
作业本 279
- 5.5 三角函数的图象和性质 68
作业本 280
- 滚动训练 作业本 281
- 5.6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质 70
作业本 282
- 5.7 正弦定理和余弦定理 74
作业本 283
- 5.8 三角函数的应用 76
作业本 284
- 滚动训练 作业本 285

第六章 数列

- 6.1 数列的概念与简单表示法 81
作业本 287
- 6.2 等差数列 83
作业本 288
- 6.3 等比数列 86
作业本 289
- 6.4 数列求和 89
作业本 290
- 6.5 数列的综合应用 91
作业本 291
- 滚动训练 作业本 292

第七章 不等式

- 7.1 不等式的性质 96
作业本 293
- 7.2 一元二次不等式的解法 98
作业本 294
- 7.3 不等式的解法 101
作业本 295
- 7.4 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题 103
作业本 296
- 7.5 基本不等式 106
作业本 297
- 7.6 不等式的应用 108
作业本 298
- 滚动训练 作业本 299

第八章 直线和圆的方程

- 8.1 直线与方程 113
作业本 300
- 8.2 两条直线的位置关系 115
作业本 301
- 8.3 圆的方程 117
作业本 302
- 8.4 直线与圆、圆与圆的位置关系 119
作业本 303
- 8.5 直线与圆的综合应用 122
作业本 304
- 滚动训练 作业本 305

第九章 圆锥曲线与方程

- 9.1 椭圆 125

作业本	306	
9.2 双曲线	128	作业本 307
9.3 抛物线	130	作业本 308
9.4 直线与圆锥曲线的位置关系	132	作业本 309
9.5 圆锥曲线综合问题	135	作业本 310
滚动训练	311	作业本
第十章 立体几何		
10.1 空间几何体的结构特征	139	作业本 312
10.2 空间几何体的直观图、三视图	141	作业本 313
10.3 空间几何体的表面积与体积	143	作业本 314
10.4 空间点、线、面之间的位置关系	145	作业本 315
10.5 直线、平面平行的判断及其性质	148	作业本 316
10.6 直线、平面垂直的判定及其性质	151	作业本 317
滚动训练	318	作业本
10.7 空间向量及其运算	153	作业本 319
10.8 空间向量的坐标表示及其运算	156	作业本 320
10.9 空间角	159	作业本 321
10.10 空间的距离	161	作业本 322
10.11 立体几何综合问题	164	作业本 323
滚动训练	324	作业本
第十一章 算法初步		
11.1 算法的含义与程序框图	168	作业本 325
11.2 基本算法语句	170	作业本 327
11.3 算法案例	173	作业本 329
第十二章 排列组合、二项式定理、概率		
12.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	177	作业本 330
滚动训练	331	作业本
12.2 排列	179	作业本 333
12.3 组合	181	作业本 334
12.4 二项式定理	183	作业本 335
12.5 随机事件的概率与概率的基本性质	185	作业本 336
12.6 古典概型	188	作业本 337

12.7 几何概型	191	作业本 338
滚动训练	339	作业本
12.8 条件概率与事件的独立性	193	作业本 340
12.9 离散型随机变量及其分布列	196	作业本 341
12.10 离散型随机变量的期望与方差	199	作业本 343
12.11 正态分布	201	作业本 345
滚动训练	347	作业本

第十三章 统计案例

13.1 抽样方法与用样本估计总体	204	作业本 348
13.2 两变量间的相关性、回归分析和独立性检验	207	作业本 349
滚动训练	350	作业本

第十四章 推理与证明

14.1 合情推理与演绎推理	211	作业本 351
14.2 直接证明与间接证明	213	作业本 352
14.3 数学归纳法	216	作业本 353

第十五章 复数

15.1 复数的概念及其运算	220	作业本 354
滚动训练	355	作业本

第十六章 几何证明选讲

16.1 相似三角形的判定及有关性质	223	作业本 356
16.2 直线与圆的位置关系和圆锥曲线的性质	225	作业本 357

第十七章 坐标系与参数方程

17.1 坐标系	229	作业本 358
17.2 参数方程	231	作业本 359

第十八章 不等式选讲

18.1 绝对值不等式	235	作业本 360
18.2 不等式的证明(一)	237	作业本 360
18.3 不等式的证明(二)	239	作业本 361
18.4 柯西不等式和排序不等式	242	作业本 362

第十九章 优选法与试验设计

作业本	363	
-----	-----	--

附活页测试卷及参考答案

测试卷(一)	365
测试卷(二)	369
测试卷(三)	373
测试卷(四)	377
测试卷(五)	381
测试卷(六)	385
测试卷(七)	389

测试卷(八)	393
测试卷(九)	397
测试卷(十)	401
测试卷(十一)	405
测试卷(十二)	409
参考答案	

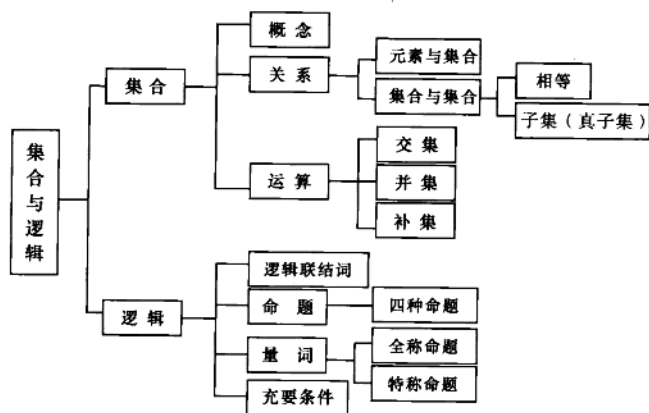
第一章

集合与常用逻辑用语

高考导航

考试要求	重难点击	命题展望
1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念; 2. 了解空集与全集的意义以及属于、包含、相等关系的意义; 3. 掌握有关的术语和符号,并会正确表示一些简单的集合; 4. 理解四种命题及其相互关系 掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义并会判断充要关系; 5. 理解逻辑联结词“且”、“或”、“非”的含义; 6. 理解全称量词与存在量词的含义及其区别,会判断全称命题与特称命题的真假.	本章重点:1. 集合的运算; 2. 充分条件与必要条件; 3. 全称命题与特称命题的真假判断. 本章难点:1. 对描述法表示的集合中元素的理解; 2. 充分条件、必要条件的判断; 3. 对含有一个量词的命题的否定的理解.	1. 以选择、填空题的形式考查集合的交、并、补运算; 2. 以集合为载体,考查函数的定义域、值域、方程、不等式以及曲线间的知识交汇问题; 3. 集合语言与集合思想的运用; 4. 以选择题形式考查充分条件或必要条件的判断以及命题真假的判断; 5. 以选择题、填空题形式考查命题的否定、将两个量词与其他知识联系在一起考查学生的能力,全称量词与存在量词将是 2010 年高考的热点.

知识网络



1.1 集合及其运算

知识要点

1. 集合中的元素具有三个特征:_____.
2. 集合的表示方法有:_____.
3. 按集合中元素的个数可将集合分为_____.
4. 特殊的集合一般用特定的大写字母表示:_____.

5. 元素 a 与集合 A 的关系是从属关系, $a \in A$ 表示元素 a 是集合 A 的元素, $a \notin A$ 表示元素 a 不是集合 A 的元素; 集合与集合之间是包含关系, $A \subseteq B$ 表示_____, $A \subsetneq B$ 表示_____, 集合 $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 空集是任何集合的子集.

6. 集合 A 与 B 的交集表示为 $A \cap B$, 并集表示为 $A \cup B$, 若 U 为全集, 则集合 A 的补集记为 $\complement_U A$.

课前热身

1. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 4 < 0\}$, $N = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于 ()
A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0\}$
2. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A, B \subseteq U$, 若 $A \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{2, 5\}$, 则集合 B 为 ()
A. $\{2, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 5\}$
C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4\}$
3. 非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足: (1) 对任意 $a, b \in G$, 都有 $a \oplus b \in G$; (2) 存在 $e \in G$, 使得对一切 $a \in G$, 都有 $a \oplus e = e \oplus a = a$, 则称 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”. 现给出下列集合和运算:
① $G = \{\text{非负整数}\}$, $\oplus$ 为整数的加法.
② $G = \{\text{偶数}\}$, $\oplus$ 为整数的乘法.
③ $G = \{\text{平面向量}\}$, $\oplus$ 为平面向量的加法.
④ $G = \{\text{二次三项式}\}$, $\oplus$ 为多项式的加法.
⑤ $G = \{\text{虚数}\}$, $\oplus$ 为复数的乘法.
其中 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”的是_____ (写出所有“融洽集”的序号).

4. 已知集合 $A = \{(x, y) | \begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = \sin \theta, \end{cases} \theta \in [0, \pi]\}$, $B = \{(x, y) | y = kx + k + 1\}$, 若 $A \cap B$ 含有两个元素, 则 $k \in$ _____.

典例精析

题型一 集合中元素的性质

【例 1】设集合 $A = \{a+1, a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 若 $-3 \in A$, 求实数 a 的值.

题型二 集合的基本运算

【例 2】已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 若 $\emptyset \subsetneq A \cap B$ 且 $A \cap C = \emptyset$, 求实数 a 的值和集合 A .

题型三 集合语言的运用

【例 3】设 $\mathbb{R}$ 为全集, 集合 $A = \{x | x^2 + ax + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y = |x-1|, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = A$, 求实数 a 的取值范围.



数学门诊

已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x + a \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, 若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围.

【错解】化简集合 $A = \{x | 1 - \sqrt{1-a} \leq x \leq 1 + \sqrt{1-a}\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$,

因为 $A \cup B = B$, 所以 $A \subseteq B$, 于是有

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{1-a} \geq 1, \\ 1 + \sqrt{1-a} \leq 2. \end{cases} \text{解得 } a = 1.$$

【诊断】此解法是错误的. 错误的原因在于对集合的错误理解, 忽略了对 $A = \emptyset$ 的考虑, 造成漏解.

【正解】解法一: 因为 $A \cup B = B$, 所以 $A \subseteq B$, 故

(1) 若 $A = \emptyset$, 由 $\Delta = 4 - 4a < 0$ 得 $a > 1$.

(2) 若 $A \neq \emptyset$, 由 $\Delta = 4 - 4a \geq 0$ 即 $a \leq 1$ 时, 同上述解法得 $a = 1$, 故综合得 $a \in [1, +\infty)$.

解法二: 本题也可以结合二次函数的图象分析求解.

因为 $A \cup B = B$, 所以 $A \subseteq B$, 且 $B = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$,

令 $f(x) = x^2 - 2x + a$, 结合二次函数图象知必有

$$\begin{cases} f(1) \geq 0, \\ f(2) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2 + a \geq 0, \\ 4 - 4 + a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a \geq 1.$$



总结提高

1. 元素与集合及集合与集合之间的关系

对于符号 $\in$, $\notin$ 和 $\subseteq$, $\supseteq$ 的使用, 实质上就是准确把握两者之间是元素与集合, 还是集合与集合的关系.

2. “数形结合”思想在集合运算中的运用

认清集合的本质特征, 准确地转化为图形关系, 是解决集合运算中的重要数学思想.

(1) 要牢固掌握两个重要工具: 韦恩图和数轴, 连续取值的数集运算, 一般借助数轴处理, 而列举法表示的有限集合则侧重于用韦恩图处理.

(2) 学会将集合语言转化为代数、几何语言, 借助函数图象及方程的曲线将问题形象化、直观化, 以便于问题的解决.

3. 处理集合之间的关系时, $\emptyset$ 是一个不可忽视、但又容易遗漏的内容; 如 $A \subseteq B$, $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 等条件中, 集合 A 可以是空集, 也可以是非空集合, 通常必须分类讨论完成.



课堂演练

1. 已知集合 $M = \{x | -2 < x < 2\}$, $N = \{y | y = \frac{1}{2}x^2 - 1, x \in M\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

- A. $\{a | -1 \leq a < 2\}$ B. $\{a | -1 < a \leq 2\}$
C. $\{a | -1 \leq a < 1\}$ D. $\{a | -1 < a \leq 1\}$

2. 若 $x \in A$, 则 $\frac{1}{x} \in A$, 就称集合 A 是伙伴关系集合, 集合 $M =$

$\{-1, 0, \frac{1}{2}, 1, 2\}$ 的所有非空子集中, 具有伙伴关系的集合的个数为 ()

- A. 7 B. 8
C. 2^5 D. 2^6

3. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, 集合 $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

4. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$, 若 $B \neq \emptyset$, 且 $A \cup B = A$, 则实数 a, b 的值一共有 _____ 组.

5. 设集合 $A = \{x | |2x - x^2| \leq x\}$, $B = \{x | |\frac{x}{1-x}| \leq \frac{x}{1-x}\}$, $C = \{x | ax^2 + x + b < 0\}$, 若 $(A \cup B) \cap C = \emptyset$, 且 $(A \cup B) \cup C = \mathbf{R}$, 求 a, b 的值.

6. 设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$, $B = \{y | y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 求使 $C \subseteq B$ 时 a 的取值范围.

1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件



知识要点

1. 命题的概念

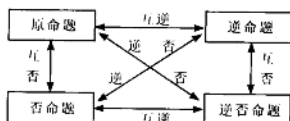
在数学中用语言、符号或式子表达的,可以_____的陈述句叫命题,其中_____的语句叫真命题,_____的语句叫假命题.

2. 四种命题及其关系

(1) 命题的表述形式

原命题表述为:若 p , 则 q , 那么, 逆命题表述为_____;
否命题表述为若_____, 则_____; 逆否命题表述为若_____, 则_____.

(2) 四种命题的逆否关系



(3) 四种命题的真假关系

若两个命题互为逆否命题, 则它们的真假性_____.

3. 充分条件与必要条件

一般地, “若 p , 则 q ” 为真命题, 即由 $p \Rightarrow q$, 就说_____, 同时说_____; 如果由 $p \Rightarrow q$, 同时由 $q \Rightarrow p$, 则说 p 是 q 的充分必要条件, 简称_____.



课前热身

- 下列语句中是命题的是 ()
A. $|x+a|$ B. $\{0\} \in \mathbb{N}$
C. 元素与集合 D. 真子集
- “ $x > 1$ ” 是 “ $x^2 > x$ ” 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 若命题 p 的否命题为 r , 命题 r 的逆命题为 s , 则 s 是 p 的 ()
A. 逆否命题 B. 逆命题
C. 否命题 D. 原命题
- 命题 “若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ ” ($a, b, c \in \mathbb{R}$) 与它的逆命题、否命题、逆否命题中, 真命题的个数为_____个.



典例精析

题型一 四种命题的写法及真假判断

【例1】写出下列命题的否命题, 并判断原命题及否命题

的真假:

- 如果 $x > -3$, 那么 $x+8 > 0$;
- 如果一个三角形的三条边都相等, 那么这个三角形的三个内角都相等;
- 矩形的对角线互相平分且相等;
- 相似三角形一定是全等三角形.

题型二 充分必要条件

【例2】指出下列各组命题中, p 是 q 的什么条件.

- $p: (x-2)(x-3)=0, q: x-2=0$;
- p : 四边形的对角线相等, q : 四边形是平行四边形;
- $p: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0, q: (x-1)(y-2) = 0$;
- 在 $\triangle ABC$ 中, $p: A > B, q: BC > AC$.

题型三 综合运用

【例3】设 $m > 0$, 且为常数, 已知条件 $p: |x-2| < m$, 条件 $q: |x^2-4| < 1$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要非充分条件, 求实数 m 的取值范围.



数学门诊

已知命题 $p: |x-1| < c$; 命题 $q: |x-5| > 2$, 且 p 是 q 的既不充分也不必要条件, 求 c 的取值范围.

【错解】化简命题 p 对应的集合:

$$A = \{x | 1-c < x < 1+c\},$$

命题 q 对应的集合:

$$B = \{x | x > 7 \text{ 或 } x < 3\},$$

因为 p 是 q 的既不充分也不必要条件, 而 $B \not\subseteq A$ 是显然的, 所以由 $A \subseteq B$, 有

$$\begin{cases} 1-c \geq 3, \\ 1+c \leq 7, \end{cases} \text{ 解得 } c \leq -2.$$

【诊断】此解法是错误的. 错误的原因有两个. 一是忽略了对 $A = \emptyset$ 的考虑 (尽管此时 p 是 q 的充分不必要条件不合题意), 二是对 $A \subseteq B$ 这个条件的理解不到位, 造成解答失误.

【正解】解法一: 化简命题 p 对应的集合: $A = \emptyset (c \leq 0)$, $A = \{x | 1-c < x < 1+c\} (c > 0)$. 命题 q 对应的集合 $B = \{x | x > 7 \text{ 或 } x < 3\}$. 而 $A = \emptyset$ 显然不合题意, 故必有 $c > 0$.

因为 p 是 q 的既不充分也不必要条件, 而 $B \not\subseteq A$ 是显然的, 所以由 $A \subseteq B$, 有

$$\begin{cases} 1-c \geq 3, & \text{或} & \begin{cases} 1-c \leq 3, & \text{或} & \begin{cases} 1-c < 7, \\ 1+c \leq 7, \end{cases} \end{cases} \\ 1+c \leq 7, & \text{或} & \begin{cases} 1+c > 3, & \text{或} & \begin{cases} 1+c \geq 7, \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

解得 $c > 2$ 或 $c \leq -2$, 由前面讨论知 $c > 0$,

所以 c 的取值范围为 $(2, +\infty)$.

解法二: 本题后半部分也可从反面考虑求解, 若 p 是 q 的充分条件, 则由 $1+c \leq 3$ 或 $1-c \geq 7$ 得 $0 < c \leq 2$, 条件显然不必要, 故满足条件的 c 的取值范围为 $(2, +\infty)$.



总结提高

1. 四种命题的定义和区别, 主要在于命题的结论和条件的变化上.

2. 由于互为逆否命题的两个命题之间是等价的, 所以我们在证明一个命题的真假时, 可以通过其逆否命题的证明来达到目的. 适合这种处理方法的题型:

①原命题含有否定词“不”“不能”“不是”等; ②原命题含有“所有的”“任意的”“至少”“至多”等; ③原命题分类复杂, 而逆否命题分类简单; ④原命题化简复杂, 而逆否命题化简简单.

3. p 是 q 的充分条件, 即 $p \Rightarrow q$, 相当于分别满足条件 p 和 q 的两个集合 P 与 Q 之间有包含关系: $P \subseteq Q$, 即 $P \subsetneq Q$ 或 $P = Q$. 必要条件正好相反. 而充要条件 $p \Leftrightarrow q$ 就相当于 $P = Q$.

4. 以下四种说法表达的意义是相同的: ①命题“若 p 则 q ”为真; ② $p \Rightarrow q$; ③ p 是 q 的充分条件; ④ q 是 p 的必要条件.



课堂演练

1. 已知全集为 U , M, N 是 U 的真子集, 则“ $M \subseteq N$ ”是“ $M \cap \complement_U N = \emptyset$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则 $abc = 0$ 的充要条件是 ()

- A. 至多有一个为 0 B. 至少有一个为 0
C. 都为 0 D. 其中只有一个为 0

3. $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 不等式 $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$ 和 $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$ 的解集分别为 M, N , 则“ $\frac{a_1}{a_2} =$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ”是“ $M = N$ ”成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知直线 $y = 2x$ 上一点 P 的横坐标为 a , 有两个点 $A(-1, 1), B(3, 3)$, 那么使向量 $\overrightarrow{PA}$ 与 $\overrightarrow{PB}$ 夹角为钝角的一个充分不必要条件是 ()

- A. $-1 < a < 2$ B. $0 < a < 1$

- C. $-\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $0 < a < 2$

5. 写出命题: “若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中 $b^2 - 4ac < 0$, 则该二次函数图象与 x 轴有公共点”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断真假.

6. 求不等式 $kx^2 + x + k > 0$ 恒成立的充要条件.

1.3 简易逻辑联结词、全称量词与存在量词

知识要点

1. 逻辑联结词:“且”、“或”、“非”这几个词叫逻辑联结词.

2. 由逻辑联结词构成的命题:其形式有“ p 或 q ”($p \vee q$),“ p 且 q ”($p \wedge q$),“非 p ”($\neg p$)三种,其中非 p 也叫命题 p 的否定.

3. 全称量词及全称命题:短语“所有”等在陈述句中表示事物的全体,逻辑中通常叫做全称量词,并用符号“ $\forall$ ”表示,含有全称量词的命题叫全称命题.

全称命题“对 M 中任意一个 x ,都有 $p(x)$ 成立”用符号表示为“ $\forall x \in M, p(x)$ ”,它的否定 $\neg p: \exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$.

4. 存在量词及特称命题:短语“有一个”、“有些”、“至少有一个”等在陈述句中表示事物的个体或部分,逻辑中通常叫做存在量词,并用符号“ $\exists$ ”表示,含有存在量词的命题叫特称命题.

特称命题“存在 M 中一个 x_0 ,使 $p(x_0)$ 成立”用符号表示为“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”,它的否定 $\neg p: \forall x \in M, \neg p(x)$.

5. 全称命题与特称命题的真假判断

要判断全称命题“ $\forall x \in M, p(x)$ ”是真命题,需要证明对集合 M 中的每一个元素 x 都有 $p(x)$ 成立;只要在 M 中找到一个 x_0 ,使 $p(x_0)$ 不成立,则该全称命题即为假命题.

要判断特称命题“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”是真命题,只需在集合 M 中找到一个元素 x_0 ,使 $p(x_0)$ 成立即可;如果在集合 M 中,使 $p(x)$ 成立的元素不存在,则该特称命题为假命题.

6. 全称命题与特称命题的否定:全称命题的否定是特称命题;特称命题的否定是全称命题.

课前热身

1. 下列命题:① $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2 > 0$;② $\forall x \in \mathbf{N}, x^4 \geq 1$;③ $\exists x_0 \in \mathbf{Z}, x_0^2 < 1$;④ $\exists x_0 \in \mathbf{Q}, x_0^2 = 3$,其中真命题个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 下列有关命题的说法错误的是 ()

A. 命题“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$,则 $x = 1$ ”的逆否命题为“若 $x \neq 1$,则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”

B. “ $x = 1$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的充分不必要条件

C. 若 $p \wedge q$ 为假命题,则 p, q 均为假命题

D. 对于命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}$ 使得 $x^2 + x + 1 < 0$,则 $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}$,均有 $x^2 + x + 1 \geq 0$

3. 已知命题 $P: \exists a, b \in (0, +\infty)$,当 $a + b = 1$ 时, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$;

命题 $Q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ 恒成立,则下列命题是假命

题的是

A. $\neg P \wedge \neg Q$

B. $\neg P \vee \neg Q$

C. $\neg P \wedge Q$

D. $\neg P \vee Q$

4. 命题“ $\exists$ 两个向量 p, q ,使得 $|p \cdot q| = |p| \cdot |q|$ ”的否定为 $\forall$ 两个向量 p, q ,有_____.

典例精析

题型一 命题的否定与否命题

【例1】写出下列命题的否定,并判断其真假.

(1) $3 = -2$;

(2) $5 > 4$;

(3)对任意实数 $x, x > 0$;

(4)每个正方形都是平行四边形.

题型二 命题的真假运用

【例2】若 $r(x): \sin x + \cos x > m, s(x): x^2 + mx + 1 > 0$.

如果“对任意的 $x \in \mathbf{R}, r(x)$ 为假命题”且“对任意的 $x \in \mathbf{R}, s(x)$ 为真命题”,求实数 m 的取值范围.

题型三 全称命题与特称命题

【例3】已知命题 $p: \forall x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0$,命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2ax + 2 - a = 0$.若命题“ $p \wedge q$ ”是真命题,求实数 a 的取值范围.



数学门诊

给出下列命题的否定:

(1) p : 面积相等的三角形是全等三角形, $\neg p$: 面积不相等的三角形不是全等三角形;

(2) p : 有些质数是奇数, $\neg p$: 所有的质数都不是奇数;

(3) $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 2 \geq 1 - x^2$,
 $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 2 \geq 1 - x^2$;

(4) $p: \exists m, n \in \mathbf{R}, \frac{mn}{m+n} > \frac{m+n}{2}$,
 $\neg p: \forall m, n \in \mathbf{R}, \frac{mn}{m+n} \leq \frac{m+n}{2}$.

其中正确的序号是_____.

【错解】正确的序号是(1)(4).

因为对于(2), 其否定应该是: 非质数(即合数)都不是奇数; 对于(3), 其否定应该是:

$\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 2 < 1 - x^2$.

【诊断】此结论是错误的. 错误的原因有两个, 一是对(1)中的命题的否定, 写成了否命题; 而对于(2)中的命题, 也错误地认为应该写成否命题.

【正解】对于(1), 正确的否定应该是: 有些面积相等的三角形不是全等三角形, 即先将全称命题改为特称命题, 再将结论否定. 所以(1)中的否定是错误的; 而对于(2), 它的原命题是个特称命题, 必须先将它改为全称命题, 再将结论加以否定, 所以其否定是正确的, 即正确的是(2)和(4).



总结提高

1. 三种复合命题: “ p 或 q ”($p \vee q$), “ p 且 q ”($p \wedge q$), “非 p ”($\neg p$) 的真假判断取决于命题 p 和 q 的真假.

命题 $p \wedge q, p \vee q, \neg p$ 的真假可用下表表示

命题 p	命题 q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

2. 命题的否定, 一定要注意与否命题的区别: 对含有一个量词的命题的否定问题, 全称命题的否定, 先要将它变成特称命题, 然后将结论加以否定; 反过来, 对特称命题的否定, 先将它变成全称命题, 然后对结论加以否定. 而命题的否命题, 则是将原命题中的条件否定当条件, 结论否定当结论构成一个新的命题, 即否命题.



课堂演练

1. 下列判断中正确的是 ()

A. 命题 p 是真命题时, 命题 “ $p \wedge q$ ” 一定是真命题

B. 命题 “ $p \wedge q$ ” 是真命题时, 命题 p 一定是真命题

C. 命题 “ $p \wedge q$ ” 是假命题时, 命题 p 一定是假命题

D. 命题 p 是假命题时, 命题 “ $p \wedge q$ ” 不一定是假命题

2. 已知命题 $p: 3 \geq 3$, 命题 $q: 3 > 4$, 则下列选项中正确的是 ()

A. “ $p \vee q$ ” 为真, “ $p \wedge q$ ” 为真, “ $\neg p$ ” 为假

B. “ $p \vee q$ ” 为真, “ $p \wedge q$ ” 为假, “ $\neg p$ ” 为真

C. “ $p \vee q$ ” 为假, “ $p \wedge q$ ” 为假, “ $\neg p$ ” 为假

D. “ $p \vee q$ ” 为真, “ $p \wedge q$ ” 为假, “ $\neg p$ ” 为假

3. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$, 则 ()

A. $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$

B. $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$

C. $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$

D. $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$

4. 给出以下命题: ① $\forall x \in \mathbf{R}$, 有 $x^1 > x^2$; ② $\exists a \in \mathbf{R}$, 使得 $\sin 3a = 3 \sin a$; ③ $\exists a \in \mathbf{R}$, 对 $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a < 0$. 其中真命题的序号是_____.

5. 判断下列命题的真假, 并写出这些命题的否定:

(1) 三角形的内角和为 180° ;

(2) 每个二次函数的图象都开口向下;

(3) 存在一个四边形不是平行四边形.

6. 用符号 “ $\forall$ ” 和 “ $\exists$ ” 表示下面含有量词的命题:

(1) 实数的平方大于或等于 0;

(2) 存在一对实数 x_0, y_0 , 使 $2x_0 + 3y_0 + 3 < 0$;

(3) 勾股定理.

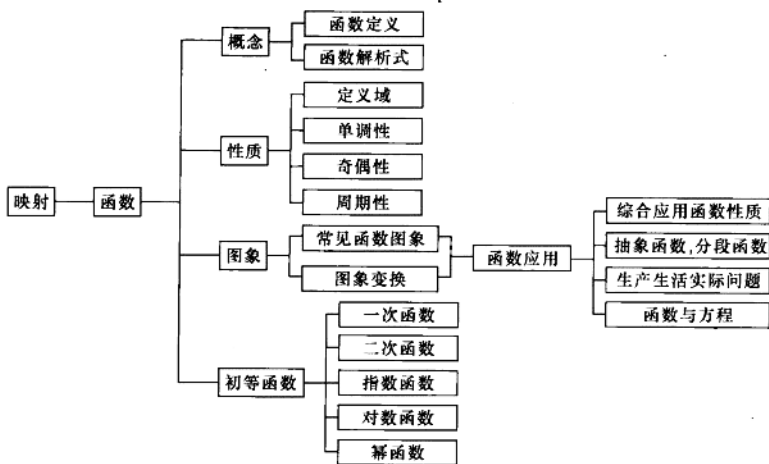
第二章

函数

高考导航

考试要求	重难点击	命题展望
1. 了解构成函数的三要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念. 2. 在实际生活中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数. 3. 了解简单的分段函数,并能简单运用. 4. 理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义;结合具体函数,了解函数奇偶性的含义. 5. 会运用函数的图象理解和研究函数的性质. 6. 理解有理指数幂的含义,了解实数指数幂的意义,掌握幂的运算. 7. 理解指数函数的概念及其单调性,掌握指数函数经过的特殊点. 8. 理解对数的概念及其运算性质,知道用换底公式能将一般对数化成自然对数或常用对数;了解对数对简化运算的作用. 9. 理解对数函数的概念及其单调性,掌握对数函数经过的特殊点. 10. 了解指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x (a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$ 互为反函数. 11. 了解幂函数的概念,结合函数 $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=\frac{1}{x}$, $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图象,了解它们的变化情况. 12. 结合二次函数的图象,了解函数的零点与方程的根的联系,判断一元二次方程根的存在性和根的个数. 13. 可根据具体函数图象,能够借助计算器用二分法求相应方程的近似解. 14. 了解指数函数、对数函数、以及幂函数的增长特征;理解直线上升、指数增长、对数增长等不同函数类型增长的含义. 15. 了解指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型的广泛应用.	本章重点:1. 函数的概念及其三要素;2. 函数的单调性、奇偶性及其几何意义;3. 函数的最大(小)值;4. 指数函数与对数函数的概念和性质;5. 函数的图象及其变换;6. 函数的零点与方程的根之间的关系;7. 函数模型的建立及其应用. 本章难点:1. 函数概念的理解;2. 函数单调性的判断;3. 函数图象的变换及其应用;4. 指数函数与对数函数概念的理解及其性质运用;5. 研究二次函数的零点与一元二次方程的根的关系;6. 函数模型的建立及求解.	本章在高考题中占 30 分左右,与不等式、数列、解析几何、导数等知识结合是高考常考题型. 考题既有选择题与填空题,又有解答题. 既考查函数方程与不等式,又考查分类讨论、数形结合等思想方法,既考查基本知识,又突出考查学生灵活运用所学知识、方法的解题能力,综合考查力度较大,本章是高中新课改的核心之一.

知识网络



2.1 函数的概念及表示法

知识要点

1. 函数的定义

设 A, B 是非空数集, 如果按照某种确定的 _____, 使对于集合 A 中的任意一个数 x , 在集合 B 中都有 _____ 的数 $f(x)$ 和它对应, 那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数, 记作 $y = f(x), x \in A$, 其中 x 叫做自变量, x 的取值范围 A 叫做函数的 _____; 与 x 的值相对应的 y 的值叫做函数值, 函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的 _____.

2. 两个函数相同

函数的定义含有三个要素, 即定义域、值域和对应法则, 当函数的定义域和对应法则确定后, 函数的值域也随之确定. 因此, 函数的定义域和对应法则为函数的两个基本条件, 当且仅当两个函数的 _____ 和 _____ 都分别相同时, 就称这两个函数相同.

3. 求函数的定义域要从以下几个方面考虑

- (1) 分式的分母 _____;
- (2) 偶次方根的被开方数 _____;
- (3) 对数的真数 _____;
- (4) 指数函数与对数函数的底数必须 _____ 且 _____;
- (5) 正切函数 $y = \tan x$ 的定义域是 $\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$.

$$\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}.$$

(6) 函数 $y = x^0$ 的定义域是 _____.

4. 函数的表示法

函数的表示方法有三种: _____.

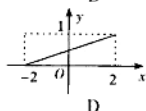
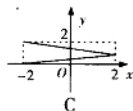
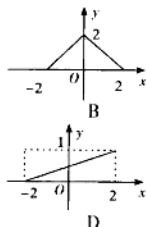
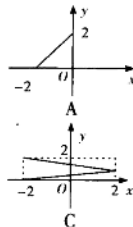
5. 映射的定义

设 A, B 是两个非空的集合, 如果按照某种对应法则 f , 使对于集合 A 中的任何一个元素, 在集合 B 中都有 _____ 的元素和它对应, 那么这样的对应 $f: A \rightarrow B$ 叫做从集合 A 到集合 B 的一个 _____.

由映射和函数的定义可知: 函数是一类特殊的映射, 它要求 A, B _____ 且皆为数集.

课前热身

1. 设 $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 函数 $f(x)$ 的定义域为 M , 值域为 N , 则 $f(x)$ 的图象可以是 ()



2. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = \lg(x+1)$

定义域为 N , 则 $M \cap N$ 等于

- ()
A. $\{x|x>1\}$ B. $\{x|x<1\}$
C. $\{x|-1<x<1\}$ D. $\emptyset$

3. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 且满足 a, b, c 及 $\Delta = b^2 - 4ac$ 均为正数, 则 $f(x)$ 的图象不经过

- ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x-3, & x \geq 9, \\ f(x+4), & x < 9, \end{cases}$ 则 $f(7) =$ _____.

5. 若 $f(2x+1) = 6x+2$, 则 $f(x+1) =$ _____.



典例精析

题型一 求函数的解析式

【例 1】已知函数 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) =$

$\begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$ 求 $f[g(x)], g[f(x)]$ 的解析式.

题型二 求函数的定义域

【例 2】(1) 求函数 $y = \frac{\lg(x^2-2x)}{\sqrt{9-x^2}}$ 的定义域;

(2) 已知 $f(x)$ 的定义域为 $[-2, 4]$, 求 $f(x^2-3x)$ 的定义域.

题型三 函数的表示

【例 3】已知某人 2008 年 1 月至 6 月份的月经济收入如下: 1 月份为 1 000 元, 从 2 月份起每月的月经济收入是其上一个月的 2 倍, 用列表、图象、解析式三种不同形式来表示该人 1 月份至 6 月份的月经济收入 y (元) 与月份序号 x 的函数关系, 并指出该函数的定义域、值域、对应法则.



数学门诊

已知函数 $f(x) = \lg(x+1)$, $g(x) = 2\lg(2x+t)$, (t 为参数).

(1) 写出函数 $f(x)$ 的定义域和值域;

(2) 当 $x \in [0, 1]$ 时, 求函数 $g(x)$ 的解析式中参数 t 的取值范围;

(3) 当 $x \in [0, 1]$ 时, 如果 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立, 求参数 t 的取值范围;

【解析】(1) 定义域为 $(-1, +\infty)$, 值域为 $\mathbf{R}$.

(2) 由 $2x+t > 0$, 有 $t > -2x$.

当 $x \in [0, 1]$ 时, $-2x \leq 0$,

所以参数 t 的取值范围是 $(0, +\infty)$.

(3) 【错解】由 $f(x) \leq g(x)$ 得 $\sqrt{x+1} \leq 2x+t$,

$t \geq \sqrt{x+1} - 2x$, 当 $x \in [0, 1]$ 时,

$\sqrt{x+1} - 2x = -2(x+1) + \sqrt{x+1} + 2$

$= -2(\sqrt{x+1} - \frac{1}{4})^2 + \frac{17}{8} \leq \frac{17}{8}$,

所以 $t \geq \frac{17}{8}$.

【诊断】错误的原因在于利用配方法求函数 $\sqrt{x+1} - 2x$