幾何學講義

平面部

上野清
[illegible]

幾何學講義

平面部

上野清著
張廷華譯

商務印書館發行

民國二十一年一月二十九日
敝公司突遭國難總務處印刷
所編譯所書棧房均被炸燬附
設之涵芬樓東方圖書館尚公
小學亦遭殃及盡付焚如三十
五載之經營隳於一旦迭蒙
各界慰問督望速圖恢復詞意
懇摯銜感何窮敝館雖處境艱
困不敢不勉為其難因將需用
較切各書先行覆印其他各書
亦將次第出版惟是圖版裝製
不能盡如原式事勢所限想荷
鑒原謹布下忱統祈　垂督

上海商務印書館謹啓

中華民國元年十二月初版
中華民國二十年四月九版
中華民國二十二年五月國難後第一版
（一四七九）

幾何學講義 平面部 一冊
每冊定價大洋叁元
外埠酌加運費匯費

原著者　上野清
譯述者　張廷華
校訂者　壽孝天　駱師曾　趙秉良
發行兼印刷者　上海河南路　商務印書館
發行所　上海及各埠　商務印書館

上野清

幾何學講義 平面部

原序

予於編纂此講義錄之始。先蒐集平日之草稿，札記，考試紙，質問題等。又取英美德法幾何學書數十種。并幾何學歷史。與之對照。以定例題之秩序。次乃解釋是等之例題。參考英國幾何學教授改良協會所著幾何學書之順序。而設公理，定義，定理等。由是區別例題之種類。俾讀者便於檢索。分全書爲五編。每編又分爲若干節。而插入同類之例題。且於各編之終。視定理所漏凡重要而有名之例題。均分類記入之。

然後定編纂之次序。第一爲緒言講述幾何學中各項之緣起爲論理學之應用。第二以簡潔之講述。成各編之定理。第三從事於例題之解釋。

至編纂之目的。則以供自修，試驗，參考三者之用也。集多種幾何學書之例題於本書。而引用本書中之定義，公理，定理及例題以解釋之。欲使讀他種幾何書者。可藉此書以一一研究。蓋本書對於初學者。直冀其用爲幾何學例題之字典也。

雖然。予之解釋。其或涉於煩雜。或失諸簡畧。在所不免。故深望讀者檢閱例題之後。考求其他之良解較勝於予之解釋者。又望自修者先取例題潛心研究之。至萬不得已。然後翻閱予之解釋。并望於例題之困難者。姑置於後。而先取其簡易者一讀之

易解而易忘者。幾何學之例題。難考而易忘者。亦幾何學之例題。有於難解之題。見他人之解釋。則驚其淺易者。有於苦心考究之題。易時觀之。恍如初遇。竟不能解者。凡此諸弊。皆原因於不能分別定理及例題之秩序也。本書蒐集例題。種類咸備。同時又明瞭其分類。欲使初習幾何學者。深知幾何學之趣味。反覺易解而難忘。易考而難忘者。亦幾何學之例題也。予之希望若此。使此希望而能達於萬一也。則幸甚矣。

講述者識

幾何學講義

目　次

緒　論

平面部

第壹編　直線

第貳編　圓

第叁編 面積

第肆編　比　例

第伍編 作圖

上野清

幾何學講義

平面部

緒論

1. 命題 就一事物而敘述之。謂之命題。

例如「順天者中國之首府也」爲命題。

若單曰「中國之首府也」。則何處爲中國之首府乎。便爲不完全之文詞矣。凡敘述一事而文詞不完全者。決不能謂之命題。卽命題必爲完全之文詞。

又如「天氣晴和故海上靜穩」爲命題。

此例若單曰「天氣晴和」。或單曰「海上靜穩」。亦爲意義完全之文詞。故可謂之命題。

2. 幾何學之命題 上所示之例。爲普通之命題。而幾何學之命題。則其所敘述者。以推得其學理及其應用爲限。

幾何學之命題。共分六種如次。

定義。 公理。 定理。 推論。 公法。 問題。

此六種。依次講述如次

3. 定義　就一事物而敍述其特別性質之命題。曰定義。但其敍述。至其事物可與他事物判然區別而止。而不及其他之事項。

定義之命題。確定事物之分限。甚爲嚴正。例如於字典中解釋一文字之意義。必有與他文字判別者。方爲其文字之定義。若於旣判別後更敍其餘事。則非定義而爲說明。

4. 公理　由吾人平生之經驗而認爲眞確之命題。曰公理。

學幾何學。不先明公理。終不能踐修業之途。此與無資本者不能經營商業同。

公理分普通公理及幾何公理二種。次所示者。爲普通公理。其幾何公理。俟漸入幾何學之門而示之。

5. 普通公理　不僅關於幾何學而關於一切數量之公理也。如次之右方爲代數式。可與左方對照。

(普通公理)	(普通公理之代數式)
(a) 全量大於其壹部分。	(a) $6+4>6$ 或 >4
(b) 全量等於各部分之和	(b) $10=6+4$
(c) 等於同量之諸量。必互相等。	(c) $a=b$, $a=c$。則 $b=c$。
(d) 等量各加等量。其和相等。	(d) $a=b$, $m=n$。則 $a+m=b+n$

(e) 等量各減等量。其差相等。

(e) $a=b$, $m=n$。則 $a-m=b-n$。

(f) 不等量各加等量。其和不等。大量之和。仍大於小量之和。

(f) $a>b$, $m=n$。則 $a+m>b+n$。

(g) 不等量各減等量。其差不等。大量之差仍大於小量之差。

(g) $a>b$, $m=n$。則 $a-m>b-n$。

(h) 等量之半必相等。

(h) $a=b$。則 $\frac{a}{2}=\frac{b}{2}$。

6. 定理 由已知之命題。而證明其合理之命題。曰定理。

其已知之命題。卽定義與公理及已知之定理。而已知之定理。則僅由公理與定義而證得其眞確者也。

7. 定理之二部分 凡定理。必由假設與終決二部分而成。

假設者。假定爲已知之事實也。

終決者。由假設而生之事實。爲定理之結果也。

例如算術中有云「兩數5及3其積爲15」。此爲定理。而「兩數5及3」爲假設。「其積爲15」爲終決。故假設爲已知之事實。而終決卽其答也。

故終決者。爲由已知之事實而用公理或已知之定理所推求而得之事實。此推求之法。謂之證明。故證明者。卽所以確示其定理之眞者也。

例如由「兩數5及3」之假設而用乘法之定義。以證明其5×3=5+5+5=15。而得「其積爲15」之終決。又史云房玄齡善謀。杜如晦善斷。故以貞觀政治爲定理。則玄齡其假設者。而如晦其終決者也。

8. 本定理 示定理之模範。

A爲B則C爲D………………(1)

「A爲B」爲假設。而「C爲D」爲終決。

9. 對偶定理 定理(1)爲合理。則次之定理(2)亦必合理。

C非爲D。則A非爲B………(2)

(2)稱爲(1)之對偶定理。又(1)稱爲(2)之對偶定理。卽(1),(2)互爲對偶定理。

例如A爲B。則必C爲D。若C非D。則A不能爲B明矣。卽「砂糖(假設)必甘(終決)」。故此對偶若云「不甘者非砂糖」。必合於理。

10. 逆定理 假設與終決互相交換之兩定理。互稱爲逆定理。

(1)之逆定理。卽次之(3)。又(1)卽(3)之逆定理

C爲D。則A爲B。………………(3)

本定理合於理。其逆定理未必合於理。卽(1)爲合理。(3)未必爲合理。

例如「砂糖必甘」之逆爲「甘物必砂糖」。必不合理。何則。以甘物除砂糖外。尙有飴糖及甘酒等物也。

11. 裏定理 (3)之對偶如次

A非爲B.則C非爲D.…………(4)

(4)稱爲(1)之裏定理

12. 四定理之集合 記前之四定理。

本定理	A爲B則C爲D.	(1),
對偶定理	C非爲D則A非爲B.	(2),〔卽(4)之逆〕
逆定理	C爲D則A爲B.	(3),〔卽(2)之裏〕
裏定理	A非爲B則C非爲D.	(4),〔卽(3)之對偶〕

本定理若合理。則其對偶定理亦必合理。(見9款)。故(1)能合理。則(2)必合理。又(3)能合理。則(4)必合理。

又本定理雖合理。其逆定理或不能合理。(見10款)。故(1)能合理。而(3)不能合理。卽與(3)同時合理之(3)之對偶定理(4)。亦不能合理。是則(1)能合理。其裏定理(4)。不能合理。

由是本定理雖合理。其裏定理或不能合理。

由是(1),(2),(3),(4)之內。(1)與(2)同時合理。又(3)與(4)同時合理。而(1),(2)與(3),(4)合理與否。則不相關係。故在幾何學之證明。必於此四定理之內。證明其不相關係之二定理。方爲完備。卽證明(1)與(3),或(1)與(4),或(2)與(3),或(2)與(4),之二定理能合理。則他之二定理。亦同時合理。

如次例。爲(1),(2)合理而(3),(4)不合理。

本定理　砂糖必甘。 (1),

對偶定理　不甘者非砂糖。 (2),

逆定理　甘者必爲砂糖。 (3),

裏定理　非砂糖則不甘。 (4),

又如次例。則(1),(2),(3),(4)皆能合理。

本定理　土曜日之次日爲日曜日。 (1),

對偶定理　非日曜日。則非土曜日之次日。 (2),

逆定理　日曜日爲土曜日之次日。 (3),

裏定理　非土曜日之次日則非日曜日。 (4),

13.　複假設　有時一定理中。有兩三之假設者。則爲複假設。若以其複假設之一。與終決交換。卽爲本定理之逆定理。

例如

$$\left.\begin{array}{l}A\text{爲}B\text{(假設)}\\ C\text{爲}D\text{(假設)}\end{array}\right\}\text{則}E\text{爲}F$$

此逆定理如次。

$$\left.\begin{array}{l}A\text{爲}B\\ E\text{爲}F\end{array}\right\}\text{則}C\text{爲}D$$

及

$$\left.\begin{array}{l}C\text{爲}D\\ E\text{爲}F\end{array}\right\}\text{則}A\text{爲}B$$

此逆定理。亦不能以本定理合理卽謂之合理。