

京师 数学教育丛书

数学教育原理

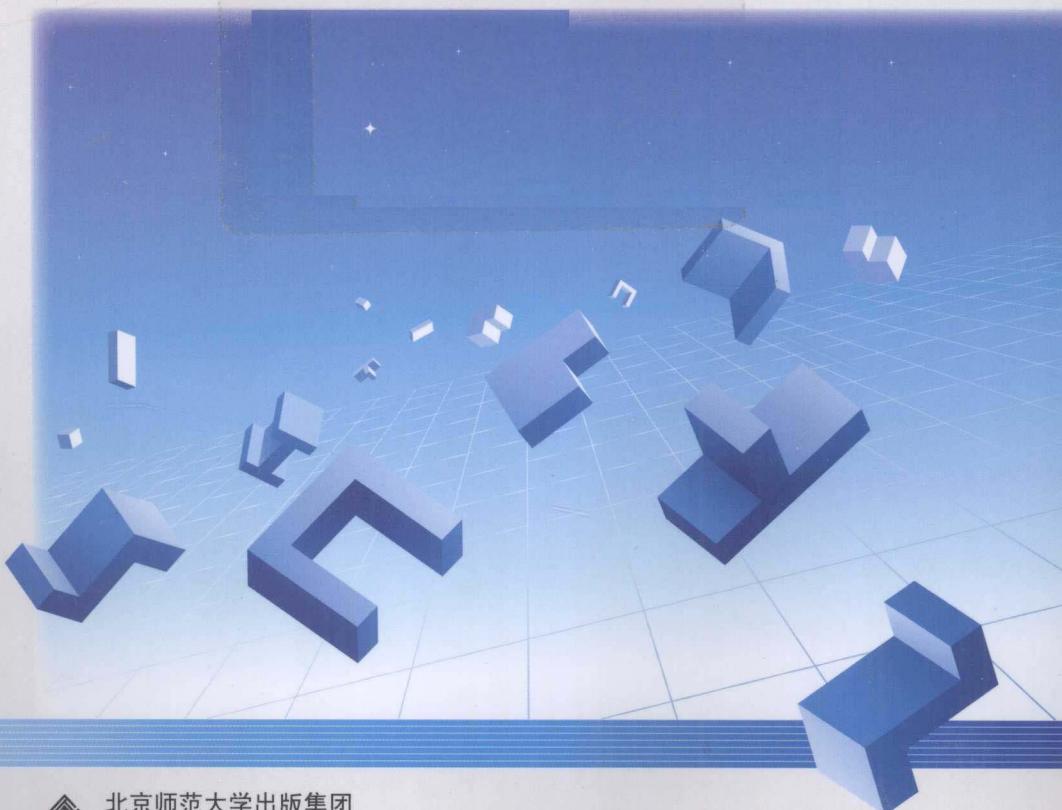
——哲学、文化与社会的视角

SHUXUEJIAOYUYUANLI

ZHEXUEWENHUAYUSHEHUIDESHIJIAO

张英伯 曹一鸣 丛书主编

黄秦安 曹一鸣 著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

京师 数学教育丛书

数学教育原理

数学教育原理

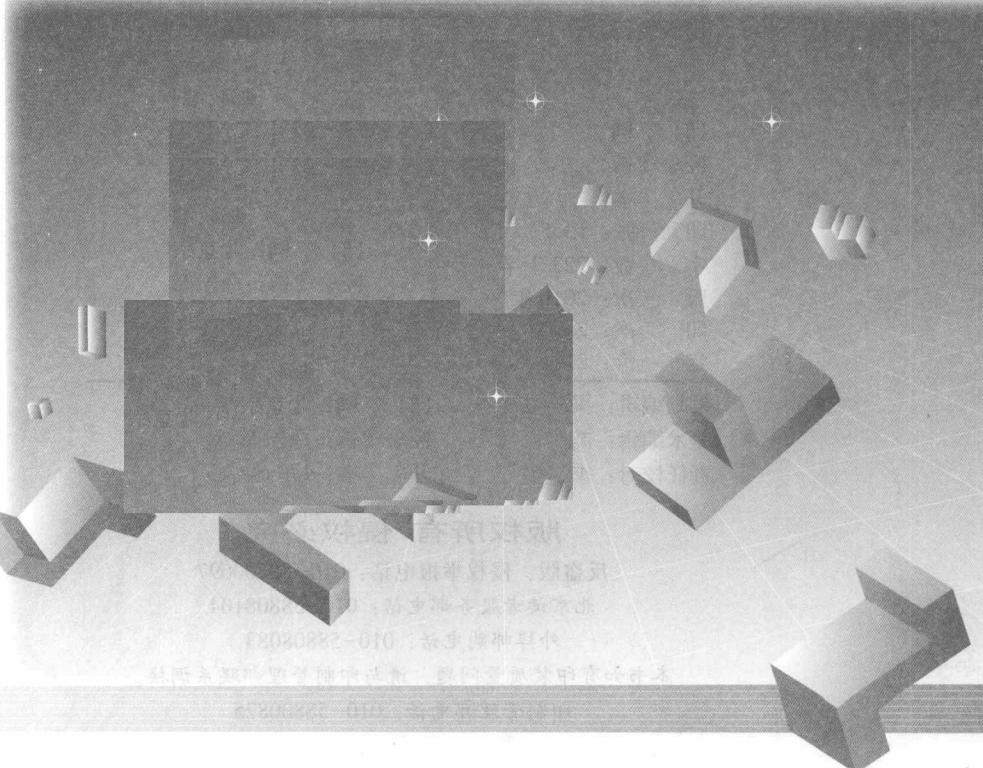
——哲学、文化与社会的视角

SHUXUEJIAOYUYUANLI

ZHEXUEWENHUAYUSHEHUIDESHIJIAO

张英伯 曹一鸣 丛书主编

黄秦安 曹一鸣 著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP) 数据

数学教育原理——哲学、文化与社会的视角 / 黄秦安, 曹一鸣著.—北京: 北京师范大学出版社, 2010.1
(数学教育丛书 / 张英伯, 曹一鸣主编)
ISBN 978-7-303-10630-1

I . 数… II . ①黄… ②曹… III . 数学教学—教育学
IV . O1-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 195522 号

营 销 中 心 电 话 010-58802181 58808006
北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com.cn>
电 子 信 箱 beishida168@126.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印 刷: 北京京师印务有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 170 mm × 230 mm

印 张: 13.5

字 数: 223 千字

版 次: 2010 年 1 月第 1 版

印 次: 2010 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 22.00 元

策划编辑: 梁志国 责任编辑: 梁志国

美术编辑: 高 霞 装帧设计: 高 霞

责任校对: 李 茵 责任印制: 李 丽

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

数学教育丛书

顾 问：徐利治 张景中 张奠宙

主 编：张英伯 曹一鸣

丛书编委会(按姓氏笔画为序)

马云鹏 王光明 孔凡哲 宁连华

代 钦 宋乃庆 张奠宙 张英伯

张春莉 张景中 张生春 松宫哲夫

涂荣豹 高 夯 徐利治 黄秦安

曹一鸣 喻 平

总序

成为一名优秀的数学教师,是每一位有责任心和事业心的数学教师的神圣使命。推动中国数学教育实践的良性发展,提高中国数学教育的质量,是每一位中国数学教育工作者的匹夫之责。

数学教育是数学的教育,数学教师需要有良好的数学素养。20世纪后半叶及21世纪初科学技术的迅猛发展,对大、中、小学数学教育提出了越来越高的要求,数学课程改革需要不断应对时代的挑战。将一些现代数学的内容以及思想方法(譬如,微积分、向量、算法、编码、统计、群等)引进中学数学课程,已是大势所趋。相比以往,正在实施中的数学新课程,内容变化较大,许多选修课的内容甚至连教师都没有学过。现在的课程内容涉及的知识面广,难以全面掌握、深刻理解,使得广大的中学数学教师正面临着前所未有的危机与挑战。

教师是一个专门的职业,作为一位优秀的数学教师需要有良好的数学教育素养。面对时代的要求,面对新的教学理论、教育技术,如何处理传统与现代的关系,改进教学方式,让学生主动参与教学,减轻学生过重的数学学习负担,提高数学教学效率,促进学生成长远发展,这些都需要教师对数学教育理论进行系统的学习与研究。

全国高等师范院校数学教育类课程与教材建设正在进行之中。近年来的全国高等师范院校数学教育研究会特别将“数学教育专业课程建设”以及“研究生培养”作为重点专题来研究。2005年全国高等师范院校数学教育研究会常务

理事会期间,部分专家提出目前没有合适的、系统的数学教育本科、研究生(特别是教育硕士)教材。2006年全国高等师范院校数学教育研究会议再次提出这一问题。会议期间几位热心的学者着手策划此事,从而诞生了本套丛书。该套丛书得到了许多著名数学家以及数学教育家的鼎力支持。张景中院士、徐利治教授、张奠宙教授欣然答应担任丛书顾问,并承担丛书的编写工作。他们身体力行,为建设中国数学教育大业,提高数学教育类教材水平鞠躬尽瘁。他们严谨治学的态度深深地影响着参与丛书编写工作的各位同仁。各位编委(分册主编)齐心协力,充分利用参与国内外学术交流的机会,探讨交流、出谋划策,经过大家的共同努力,初步确定了这一套书的总体框架,也彰显了国内数学教育同仁的强烈责任心和神圣使命感。

北京师范大学出版社大力支持我国的数学教育类课程与教材建设,理科编辑室梁志国主任精心运作,将“丛书”纳入出版计划,体现了北京师范大学出版社服务于教育事业的使命感。

这套丛书共12本,构成一个整体,基于数学,紧密联系数学教学实践,各有侧重:一类加深对数学素养的提升,如《数学哲学》《数学方法论选读》《现代数学通览》《现代数学与中学数学》(第2版);另一类则注重于提升数学教育理论与研究水平,如《数学教育原理——哲学、文化与社会的视角》《数学课程导论》《数学教学论》《数学教学心理学》《数学教育测量与评价》《数学教育研究方法与论文写作》《数学教育史》《数学教学案例研究》。

但愿该套丛书的出版能够为有志于系统研习数学教育理论,全面提高数学及数学教学、科研水平的中小学教师、教研员、本科生、研究生提供有效的帮助。

数学教育丛书编委会

2009年7月

目 录

第 1 章 绪论 /1

| | |
|-----------------------------------|----|
| 1. 1 国内外关于数学教育的哲学思考 | 1 |
| 1. 2 “数学教育哲学”的多重含义 | 4 |
| 1. 3 数学教育的文化与社会视角 | 8 |
| 1. 4 数学教育基本原理的学科特征与 研究领域 | 13 |

第 2 章 数学教育的基本矛盾和关系 /19

| | |
|---------------------------------------|----|
| 2. 1 社会变革、经济发展、科技进步 与数学教育 | 19 |
| 2. 2 数学发展与数学教育 | 22 |
| 2. 3 数学教育的多种目标和多重功能 之间的关系与矛盾 | 33 |
| 2. 4 数学素质教育的理念与应试教育 的现实 | 37 |
| 2. 5 传统文化与现代化、中国数学教 育与西方数学教育 | 40 |

第 3 章 数学观与数学教育观 /48

| | |
|--------------------------------|----|
| 3. 1 数学观的起源、层次及其现代 发展 | 48 |
|--------------------------------|----|

| | |
|-----------------------------|----|
| 3. 2 数学教育的基本观念 | 58 |
| 3. 3 数学教师的数学观和数学教育观 | 63 |
| 3. 4 数学教师数学教育观的几个典型案例 | 67 |

第4章 数学教育的现实与实践 /78

| | |
|-----------------------------|----|
| 4. 1 什么是教育和数学教育 | 78 |
| 4. 2 让数学成为美好和愉快的回忆 | 80 |
| 4. 3 数学教育向何处去 | 81 |
| 4. 4 中国数学教育的学科定位和自我生长 | 83 |

第5章 数学文化与数学素质教育 /86

| | |
|---------------------------|----|
| 5. 1 数学文化研究的兴盛 | 86 |
| 5. 2 数学文化的基本理论特征 | 88 |
| 5. 3 数学文化观念下的数学素质教育 | 92 |
| 5. 4 数学创造性思维的结构与培养 | 97 |

第6章 数学教育的文化与社会研究 /110

| | |
|--------------------------------|-----|
| 6. 1 数学文化与数学史 | 110 |
| 6. 2 数学文化与中国传统文化 | 113 |
| 6. 3 数学文化：西方文化及其与中国文化之比较 | 116 |
| 6. 4 数学的文化性与超文化性 | 121 |
| 6. 5 数学文化与数学文明 | 123 |
| 6. 6 数学教育文化研究中的某些危险倾向 | 125 |
| 6. 7 数学教育的社会研究 | 127 |

第7章 论数学教育中人文主义 和科学主义目标的整合 /133

| | |
|--------------------------------|-----|
| 7. 1 人文、社会科学发展的数学化趋势 | 133 |
| 7. 2 数学与自然科学、人文社会科学的关系 | 140 |
| 7. 3 数学的人文精神 | 144 |
| 7. 4 数学教育中人文主义和科学主义目标的整合 | 147 |

第 8 章 数学教育研究的方法论 /161

- | | |
|-----------------------------|-----|
| 8. 1 实证研究范式的缘起、发展及其反思 | 161 |
| 8. 2 研究方法的多重选择与重新定位 | 167 |

第 9 章 后现代思想观念及其对于数学教育的启示 /173

- | | |
|-----------------------------|-----|
| 9. 1 现代性的概念 | 174 |
| 9. 2 后现代的基本论点 | 175 |
| 9. 3 科学知识社会学的基本见解及其批判 | 178 |
| 9. 4 数学知识演变过程中的后现代迹象 | 181 |
| 9. 5 后现代思想对于数学教育的启迪 | 186 |

第 10 章 数学的伪应用、数学偏见及其对数学教育的影响 /194

- | | |
|-------------------------------|-----|
| 10. 1 数学在社会生活与社会科学中的伪应用 | 194 |
| 10. 2 社会文化中存在的对数学的误解和偏见 | 196 |
| 10. 3 数学教育应该卸下难以承受的使命之重 | 200 |

第1章 绪论

国内外关于数学教育的哲学、文化与社会研究已经取得了不少开创性的成果。有鉴于哲学、文化和社会的思考对于数学教育的重要性，以哲学、文化和社会等不同视角对数学教育加以审视是有益的。通过对数学教育学科多重视角的揭示，可以进一步凸显数学教育的研究对象，并为进一步开展数学教育的研究奠定理论基础。

1.1 国内外关于数学教育的哲学思考

在数学教育现象哲学层面上的思考可以概括为数学教育哲学的研究。对数学教育进行自觉的哲学思考，是数学教育发展的一个必然和迫切的要求。

事实是，无论是数学教育的理论还是实践，当其研究和改革进行到一定阶段的时候，就不可避免地要回答一些基本的哲学问题。如果回避或绕开这些基本问题，那么相关研究与改革要么迷失方向，误入歧途，要么就会在某个地方停滞不前，难以继续进行。可以说，没有哲学思考的数学教育实践是盲目的！当然，这并不是说，如果某种形式的数学教育改革找到了其哲学根源和根据，这一改革就能够获得成功。数学教育改革的成功，至少在理论上需要满足以下三个条件：第一，需要有一定的哲学思想的指导或作为理论基础。第二，所选择的哲学思想应该是合时宜的，即相对客观地反映了当下数学教育的事实并满足其需求。第三，还要有预见性和前瞻性，即能够预计改革的可能后果而非盲目的，能够指导改革进入一个不同于传统的新的范式，而不是换汤不换药或新瓶装旧酒。

可以说，任何一种数学教育观念，都是一定的哲学思想之下的产物，或者反映了某种哲学思想。所不同的是，有些数学教育观念相对而言是自觉思考的结果，而有些则是不自觉的。随着时代对数学教育认识和要求的不同，用于指导数学教育的哲学思想也会有所不同。例如，仅就西方传统的数学教育观念而言，就有所谓严格训导派、技术实用主义、旧人文主义、进步教育派和大众教育派等众多的观念，这些不同的派别代表了基于各自不同的哲学立场上对数学

教育本质和活动进行考察所形成的不同的立场。

在数学教育的历史上，不乏对数学教育所进行的哲学与理论思考。尤其是20世纪后半叶以来，随着全世界范围内数学教育改革的开展，相关研究成果开始增加。弗赖登塔尔曾指出，真正的教育活动意味着遵循自己的真诚信念去探索正确的教育途径，而教育科学首先应该是对这种真诚信念的合理性作出论证，你可以把它称为哲学。^① 20世纪90年代之后，“数学教育哲学”作为一个独立的论题，开始进入许多国际数学教育大会的议程。如1991年7月召开的英国数学教育大会上，围绕着数学教育哲学这一论题，专题组共召开了三次会议。其主题分别是“关于数学性质的观念”、“数学观对于数学教学和学习的影响”及“数学、价值和均等机会”。1992年8月，在加拿大召开的第七次国际数学教育会议(ICME-7)上，“数学教育哲学”也是作为一个独立的论题纳入了会议的议程(论题16)。在这一议题的两次正式会议上，分别讨论了“数学哲学及其教育含义”和“数学教育中的哲学问题”两个主题。

也正是在国际数学教育界日益广泛的关注之下，“数学教育哲学”逐步成为一种专业化的研究。其标志是英国数学哲学家欧内斯特1991年出版的《数学教育哲学》一书，这本书开创了数学教育哲学的系统研究。

在《数学教育哲学》一书中，欧内斯特首先从数学哲学的范畴出发，在对数学哲学和数学知识的本质予以探讨的基础上，批判了绝对主义的数学哲学，介绍了以拉卡托斯为代表的可误主义数学观。在对社会建构主义与主观知识、主观知识与客观知识关系等重点问题论述的基础上，提出了作为数学哲学的社会建构主义数学观。

在第二篇“数学教育哲学”中，欧内斯特从广泛的视角对数学教育哲学的相关话题进行了探索。包括：数学教育的目的与观念；功利主义群体与纯理念群体；大众教育；Cockcroft报告与(英国)国家课程；数学、学习、能力与社会等级；数学、价值与机会平等；探究、问题解决与教学法。

概括起来看，由于欧内斯特坚持一种社会建构主义的数学观念，所以欧内斯特数学教育哲学的内容是很丰富的，其涉及面和范围都比严格的哲学范畴要宽广一些。这也正是社会建构主义数学哲学与传统的数学哲学不同的地方，即更加重视外部的视角。而相对看来，在狭义的数学和数学哲学层面的有关数学教育的探讨则显得不够深入。但是作为开创性的研究，欧内斯特的《数学教育

^① 弗赖登塔尔. 作为教育任务的数学[M]. 陈昌平, 唐瑞芬, 译. 上海: 上海教育出版社, 1995.

哲学》一书的重要价值是不言而喻的。

在国内，南京大学哲学系的郑毓信教授率先提出对数学教育进行哲学思考的观点，并致力于为数学教育奠定坚实的哲学理论基础。在《数学教育哲学》这部开创性的著作中，郑毓信教授提出了“数学教育哲学的最终目标就是要为数学教育奠定必要的理论基础”^①的见解。

郑毓信教授的数学教育哲学思想的起点是从探索数学哲学对于实际数学活动的指导意义开始的。郑毓信教授注意到，在美国，“正是数学哲学的现代发展为美国新的数学教育改革运动提供了必要的思想基础”^②。郑毓信教授进一步指出：“数学教育哲学的兴起是数学教育现代发展的必然趋势，因为，在经历了种种的‘改革运动’以后……为了更好地解决数学教育何去何从的问题，人们无疑需要从理论的高度对数学教育的一些基本问题作出更为自觉的分析与反思。”^③由此可见，数学教育哲学的理论价值以及其对于数学教育研究的重要性。

与欧内斯特的数学教育哲学思想不同，郑毓信教授认为：“数学教育哲学的最终目标就是要为数学教育奠定必要的理论基础。”^④那么，数学教育哲学的研究内容是什么呢？郑毓信教授提出把“数学观”、“数学的价值和数学教育目标”、“关于数学学习和教学活动的认识论分析”作为数学教育哲学的主要内容。^⑤

在《数学教育哲学》一书中，郑毓信教授从“什么是数学”、“数学教育目标与数学教育现代化”、“数学学习和教学活动的认识论分析”三个部分对数学教育哲学的相关问题进行了深入细致的探讨。

在第一篇“什么是数学”中，郑毓信教授从数学是关于模式的科学以及作为一个开放系统的数学文化两个层面上展开的。通过对数学研究基本立场的转变、数学作为一个多元复合体、数学的形式与非形式方面、数学的科学性和艺术性、数学传统与数学共同体、数学文化的基本观念等论题的深入剖析，揭示了数学的本质、数学的研究对象，提出了数学作为整个人类文化的子系统的基本观点。

在第二篇“数学教育目标与数学教育现代化”中，郑毓信教授探讨了“数学

^① 郑毓信. 数学教育哲学[M]. 成都：四川教育出版社，2001.

^② 郑毓信. 数学哲学、数学方法论与数学教育哲学[J]. 南京大学学报，1995(3).

^③ 郑毓信. 数学教育哲学[M]. 成都：四川教育出版社，2001.

^④ 同上.

^⑤ 郑毓信. 数学哲学、数学方法论与数学教育哲学[J]. 南京大学学报，1995(3).

教育目标的基本准则”和“数学教育的基本矛盾及其发展性原则”。其中关于数学教育的基本矛盾，郑毓信教授提出了“数学教育的‘数学方面’与‘教育方面’的对立统一构成了数学教育的基本矛盾”的见解。并认为，能否很好地处理这一矛盾，既是搞好数学教育的关键，又是保证数学教育改革成功的决定因素。

在第三篇“数学学习和教学活动的认识论分析”中，郑毓信教授从认知科学和建构主义的视角对数学学习和教学活动的认识论问题进行了深入的分析。

概括起来，郑毓信教授的数学教育哲学思想，从理论和现实两个维度上探索了数学教育的重要哲学主题，初步奠定了数学教育的理论基础。

在郑毓信教授的《数学教育哲学》出版之后，我国学者也开始了对数学教育哲学问题的关注。有学者继续从数学哲学的角度探讨数学教育的意义，也有少数学者试图从中国古代哲学的角度（如儒家思想）进行数学教育的理论探索，更多的学者是从数学文化的角度进行广义的数学教育哲学的理论研究。在 21 世纪初，结合数学课程改革的理性思考，一股强有力的广义的数学教育哲学研究（除了狭义的哲学含义，还包括数学教育的社会、文化和历史研究）正方兴未艾。

1.2 “数学教育哲学”的多重含义

在国内外研究的基础之上，我们试图采用多重视角对“数学教育哲学”的研究对象予以界定，并对各种定义的适当性进行必要的论证。

1. 数学教育哲学能否定义为“对数学教育中哲学问题的研究”

这一定义是否合适，取决于对以下问题的回答：数学教育中有哲学问题吗？如果数学教育中的确有哲学问题，而且这些哲学问题又不是一般教育哲学中的基本问题所能够涵盖的，那么，我们就可以说，数学教育中的哲学问题可以看做是数学教育哲学的一个研究领域。

我们认为，数学教育中是有哲学问题的，而且这些哲学问题又是具有数学学科特征和数学教育特征的。这一判断是根据数学教育改革与发展的历史考察得出的。以下以“新数学运动”这一典型例子加以说明。

1957 年，苏联人造卫星上天，引起了以美国为首的西方国家的极大震惊。他们认为自己科技落后的原因是教育落后了，而教育问题主要出在基础教育上。1959 年 9 月，美国三十多位科学家（其中有 6 位数学家）聚集于伍兹霍尔，在美国著名教育心理学家布鲁纳的主持下，研究中小学的教育改革问题。在这

次教育改革运动中，数学教育的改革首当其冲。伍兹霍尔会议的基本结论是要大大提高数学、物理学科的理论起点，在此思想的指导下美国开始了“新数学”运动。其基本特点是，采用深刻影响 20 世纪以来数学发展的形式化思想作为课程改革的主导思想，大力提高数学课程的抽象化、公理化和结构化程度，在中学数学课程中大幅度引进现代数学的知识内容。

在美国的“新数学”运动之后兴起的是 20 世纪 60 年代末在法国进行的“现代数学改革”运动。“新数学”和“现代数学改革”的基本目标是中小学数学教育内容和方法的现代化。为此，还倡导了诸如“探究”、“问题解决”、“发现法”和“学会学习”等教与学的方法，以适应现代数学和现代科学技术发展的需要。

很明显，“新数学运动”作为一种具有剧烈变革意义的数学课程改革，其基本的数学哲学思想和学习论方面的教育哲学理论都是很坚实很充足的，从中可以看出布尔巴基“结构主义”数学哲学和探究发现学习思想的重要影响。但这场运动持续了十余年，却由于忽视了学生的个性差异和智力发展水平，过早地传授了过难的教学内容，没有考虑大多数学生的接受能力，仅仅照顾了那些数学能力强的学生；过度强调抽象理论和形式化，在教学方法上以原理为出发点，以体系的建立为目标，忽视了数学的实际应用，许多教师难以胜任教学任务，致使这场数学教育改革运动没有取得预期的效果。

从上例可以看出，数学教育无疑是具有哲学问题需要考虑的。然而，数学教育的历史实践告诉我们，即使有良好的改革意愿和看似合理的数学哲学思想和教育哲学思想，也未必能保障其获得良好的实践性效果。这是因为，决定数学教育改革成功的因素是很多的，理论上设计的美好蓝图还需要实践者的主动性和长期操作。如果某些环节出现问题，就可能导致改革的失败。

2. 数学教育哲学能否定义为“数学教育的元研究”

所谓数学教育的元研究，是指把“数学教育”作为研究对象，与数学教育研究的区别在于，它本身不是数学教育研究，而是对数学教育研究的研究。

那么，数学教育哲学能否定义为对数学教育的元研究呢？我们认为，这一界定是不够全面的。这是因为，一方面，这个定义中的定义项有些过宽。因为元研究，即对数学教育研究的研究，并不一定全都是哲学范畴之内的问题，还有哲学之外的问题。另一方面，这一定义又有些过窄，因为数学教育本身的问题中包含有许多数学教育的哲学问题，“元研究”似乎无法完全囊括这些哲学问题。所以，数学教育哲学与数学教育的元研究是有交叉的，但各自又无法完全包括对方。

3. 数学教育哲学能否定义为“研究数学教育本质的学科”

这是一个基本上可以接受的定义，但需要把这个定义具体化。为此，我们需要考虑以下两个子问题：何谓数学教育的本质？数学教育的本质体现在哪里？

第一，何谓数学教育的本质？我们把数学教育的本质看做是那些在数学教育的活动中具有规律性的、常态的、较为稳定的、经常发生的数学教育思想、行为和事件的总和。而所谓本质，必须是有规律可循的（包括必然规律和或然规律）。如果是偶然发生的、或有或无的、难以把握的，则不能认为是具有了数学教育的本质性。这样看来，数学教育中就有许多本质性的规律需要我们去探索。这就是下面的问题。

第二，数学教育的本质体现在哪里？数学教育的本质体现在数学教育的整个活动当中。数学教育是传承数学知识和文化、培养数学人才和具有社会所必需的数学素质的合格公民的最直接最有效的途径。在数学教育活动中，有许多规律可循。例如，“数学知识是可以传授的和继承的”，“学生是‘先天’具有学习数学的某种能力的”、“数学教学活动可以促进学生对数学的理解和掌握”、“好的数学教学方式和不好的数学教学方式对数学教学有十分不同的效果”、“数学教学是一个教学相长的活动”、“学生对数学知识的认识是有个性差异的”、“教学有法、教无定法”、“数学知识的‘主动建构’要好于‘被动接受’”等，都应该成为数学教育的“公理”，一切的数学教育思想、数学课程的设置、数学教学活动的安排，都是建立在上述本质规律（公理）的基础之上的。因此，可以认为，上述规律都是某种数学教育本质的体现。

4. 数学教育哲学能否定义为“关于数学教育的认识论”

这一表达是有道理的，因为很明显的是，如果说数学教育中有哲学问题需要解决，那么毫无疑问，认识论问题是一个重中之重的问题。那么，我们应该如何界定“数学教育的认识论”这一概念呢？

首先，看一下什么是“认识论”。在哲学上，认识论问题一般被界定如下：“人类能够认识世界吗？如果能够认识，那么是怎样认识世界的？或者说我们关于世界的知识是如何得来的？我们关于世界的这些知识是可靠的吗？我们以什么为标准来检验真理呢？这些问题通常被称作认识论问题。”^①

按照哲学上一般认识论的看法，数学教育的认识论问题就可以描述如下：

^① 张志伟，等. 西方哲学问题研究[M]. 北京：中国人民大学出版社，1999.

数学教育的本质和规律能够被认识吗？我们应该如何认识数学教育？我们关于数学教育的认识是正确的吗？如何判断我们对数学教育的认识是否正确？这些问题可以构成数学教育的基本认识论问题。

需要指出的是，仅仅把数学教育哲学等同于数学教育的认识论，就把数学教育哲学的范畴给缩小了。因为诸如数学教育的本体论、方法论的问题也是很重要的。如果对上述定义加以修正，按照哲学的传统分类，数学教育哲学可以初步表述为关于数学教育的本体论、认识论和方法论研究。上面已经对认识论问题予以描述，以下说明数学教育哲学本体论和方法论的含义。

关于数学教育哲学的本体论，可以描述为关于数学教育的普遍的、一般的、本质的、基础的认识和理解。其主要问题是，数学教育的对象是什么？数学教育现象是如何显现并以什么方式存在的？

关于数学教育哲学的方法论，可以描述为认识数学教育本质、把握数学教育规律的工具、手段和办法。具体看来，有以下一些基本问题：数学教育研究有哪些方法？这些方法之间的关系是什么？各自的局限性是什么？

实际上，任何一门学科和知识发展到一定的程度和阶段，都有把研究本身作为认识的对象，进行必要的认识论和方法论界定、澄清和反思。比较典型的一个范例就是20世纪初元数学研究的兴起。数学、数学基础、数学哲学在19世纪末20世纪初呈现的壮观景象（包括微积分理论基础的奠基工作、集合论的出现、各种数学与逻辑悖论、形式化与公理化的内在要求、三大流派以及后来的布尔巴基学派的出现等）就充分表明了当一门学科出现较快发展，原有的知识观念与逻辑结构无法较好地整合、解释并容纳新的知识和理论时，就会出现理论的内在冲突并引发关于这门学科的基础危机。这个时候，人们常常就需要首先回溯到这门学科的研究方法本身。因此，对数学教育方法论的关注，既是中国教育深入开展和迅猛发展的标志，同时也是对近年来中国数学教育研究成果的一种回顾、整理和反思。如何看待并解决关于数学教育研究方法论的不同认识和危机，从学理上讲，通常有两种途径可以选择，一个是对具体问题提出具体的解决方案；另一个则超越具体问题的限制，通过新的理论建构、新的视角和框架，以期获得对有关问题的新认识。

如果采用哲学分支的分类，还可以把数学教育研究扩大到美学、伦理学、现象学等领域，形成更为多谱系的数学教育哲学研究领域。

5. 数学教育哲学能否定义为“用哲学的观点和方法对数学教育的问题进行研究”

与数学教育本身具有哲学问题并且需要回答的思路不同，用哲学的观点和

方法对数学教育的问题进行研究，则是采用哲学的视角去看待数学教育，并力图给出哲学的描绘和解释。这样一种视角也是值得肯定的。

在数学教育活动中，存在着大量的复杂关系。其中既有客观的、外部的、环境的因素，也有更为多变的主观因素，不同的主体在各自的目标和背景之下从事着各自的数学教育行为。如何把握这些复杂关系，需要哲学的思想和方法。例如，仅就数学教育的矛盾来看，哪些是主要矛盾，哪些是次要矛盾，哪些是长期的、固有的，哪些是短暂的、暂时的，都需要用哲学的眼光观察和分析。

而从教育哲学的角度研究数学教育哲学，也是一个可以选择的途径。教育哲学是从哲学的高度上对教育问题所进行的研究和探讨。教育哲学更多考虑的是一般教育的哲学问题，而数学教育哲学则关注其中数学学科的特殊性。

6. 数学教育哲学能否定义为“数学教育的社会、文化和历史研究”

换句话说，数学教育哲学研究是否应该包括数学教育的社会、文化、历史研究在内？如果把哲学作广义的理解，那是可以把社会、文化、历史研究包括在内。但在狭义上，哲学研究毕竟不等同于社会、文化和历史研究，因而数学教育的社会、文化和历史研究不应该包括在数学教育哲学研究当中。但是，这并不是说，它们之间的界限是完全分明的。事实上，在数学教育的社会、文化和历史研究中，哲学的视角无疑是十分重要的。而数学教育哲学的研究又需要从数学教育的社会、文化和历史研究中汲取营养，并借鉴其研究成果。

1.3 数学教育的文化与社会视角

数学文化研究与数学的社会研究由于超越了对于数学本质的传统理解，因而具有了与数学教育研究更为紧密的关系。在数学文化与社会观念之下所孕育的数学教育意义是巨大而明显的。以下首先结合数学文化的基本特征加以阐述。

数学作为传播人类思想的一种基本方式，本身就具有鲜明的传承人类数学思想和知识的功能。作为数学文化传播的一种载体，数学语言扮演着十分重要的角色。数学是人类文明史上最早的语言形式之一。作为人类语言的一种高级形态，当代的数学语言是科学语言和世界语言的典范。数学文化是人类智慧与创造的结晶。数学文化的历史以其独特的思想体系，保留并记录了人类在特定