

# COMSOL Multiphysics

## 基本操作指南和常见问题解答

马慧 王刚 主编



人民交通出版社  
China Communications Press

# COMSOL Multiphysics

## 基本操作指南和常见问题解答

马慧 王刚 主编

清华大学出版社

## 内 容 提 要

本书主要分两篇,第一篇以软件解题思路作为主线,介绍了软件的基本知识、基本操作、各种接口及用户如何快速灵活地掌握软件的使用;第二篇以软件使用技巧和经验作为主要内容,帮助用户解决使用过程中遇到的一些问题并掌握软件的使用技巧。

本书适合理工科专业本科生和研究生学习,也可作为上述专业的工程技术人员和教师的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

COMSOL Multiphysics 基本操作指南和常见问题解答 /  
马慧等主编. —北京:人民交通出版社, 2009. 9

ISBN 978-7-114-07503-2

I. C… II. 马… III. 物理场—计算机辅助设计—建立  
模型 IV. 0412.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 168991 号

书 名: COMSOL Multiphysics 基本操作指南和常见问题解答

著 作 者: 马 慧 王 刚

责任编辑: 高 培

出版发行: 人民交通出版社

地 址: (100011) 北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号

网 址: <http://www.ccpres.com.cn>

销售电话: (010) 59757969 59757973

总 经 销: 北京中交盛世书刊有限公司

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京市密东印刷有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 15.5

字 数: 373 千

版 次: 2009 年 10 月 第 1 版

印 次: 2009 年 10 月 第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-114-07503-2

印 数: 0001—3000 册

定 价: 34.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

# 序

当前,国内的仿真分析市场蓬勃发展,除大量的美国软件外,一些欧洲的先进仿真分析软件也相继进入国内。这些软件大多独具特色,或者易用、快捷,或者专业性强。其中,多物理场耦合仿真软件 COMSOL Multiphysics 以其易用、快捷的前处理功能,完整、专业的仿真分析环境,强大、灵活的多物理场分析能力,吸引了众人的注目。COMSOL 集团 CEO Svante Littmarck 博士表示:“以初学者的角度来看,COMSOL Multiphysics 只需 30min 就可入门,其他软件可能要三个月时间。COMSOL Multiphysics 基于 PDE(偏微分方程)建模,因此便于定义和求解任意场的耦合问题。用户可以自由组合软件提供的不同专业模块,对多物理场耦合的数量不受限制。如此一来,用户不必再为解决多物理场耦合问题,租用或购买更多专业的软件了”。

与很多成立于 20 世纪六七十年代的 CAE 软件公司相比,成立于 1986 年的 COMSOL 发展非常之快。据现任 CEO Svante Littmarck 博士和总裁 Farhad Saeidi 先生介绍,“在瑞典的斯德哥尔摩成立 COMSOL AB 公司 9 年后,第一个商品化的软件——PDEtools(偏微分方程工具包)就推出了。由于产品在有限元建模方面独具特色,受到了用户的欢迎,从此 COMSOL 进入了快速发展时期。1999 年,Littmarck 博士和 Saeidi 先生发布了鼎鼎大名的 FEMLAB 1.0 版本;2004 年,FEMLAB 3.0 版本发布,功能得到了极大地加强,并摆脱了 Matlab 的构架。在 2005 年,FEMLAB 正式更名为 COMSOL Multiphysics,并发布了 COMSOL Multiphysics 3.2 版本”。从一个单纯的有限元建模工具集成到独立的科学建模、多物理场耦合分析计算软件,COMSOL 仅用了 20 年。而同样的路程,很多老牌公司用了 30 年,甚至更久的时间,COMSOL 的发展活力可见一斑。

COMSOL Multiphysics 作为一款基于全新有限元理论、直接针对偏微分方程为研究对象的大型数值仿真软件,成功地实现了任意多物理场、直接、双向、实时耦合,在全球领先的数值仿真领域里得到了广泛的应用。曾多次被 NASA 技术杂志评选为“本年度最佳上榜产品”。NASA 技术杂志主编点评道:“作为 NASA 科学家所选出的年度最佳 CAE 产品的优胜者,COMSOL Multiphysics 是工程领域最有价值和意义的产品”。

在全球 500 强企业中,COMSOL Multiphysics 被视作提升核心竞争力,增强创新能力,加速研发的重要工具。在全球各著名高校中,COMSOL Multiphysics 已经成为教授有限元方法以及多物理场耦合分析的标准工具。目前,COMSOL Multiphysics 已经不断地被国内外许多知名企业和知名高校作为科学研究的利器 and 必备的教学辅助工具。通用电器公司一直以来,利用 COMSOL Multiphysics 完全多物理场耦合功能,作为该公司很多具有前瞻性工程的研发工具;法国太阳能研发中心全部使用 COMSOL 软件对新产品进行开发;法国核能研究中心同时使用 50 套 COMSOL 软件进行新技术的开发从而保持其在核能领域的领先地位;日本 TOYOTA 和 HONDA 品牌下的油电混合车的电子、化学、流力分析也是使用此软件;中国多

家知名太阳能设备生产企业已选择 COMSOL 软件作为产品开发的 CAE 工具。在 2008 年,瑞典皇家理工学院直接购买 16 000 套软件提供给全校所有师生作为教学以及科研之工具。在国内外很多知名高校里,很多基础课的教授正在使用 COMSOL Multiphysics 形象地讲解深奥的理论知识。

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所刘震宇研究员对此有深刻认识,“COMSOL Multiphysics 软件使有限元方法使初学者能快速求解以往自行编程需花费一、两个月甚至更长时间才能完成的耦合物理场问题;使学生在有限元学习的初始阶段能从较为生硬的数学推导和枯燥的编程中解脱出来,快速了解所需求解物理问题的数值特性。同时,其物理方程弱形式表达式对于学生进一步了解有限元基本理论提供了直观、有效的帮助;丰富的多物理场数值算例库为不同专业的学生学习有限元方法提供了切实可行的帮助。”在刘博士所带领的研究团队里,实验与仿真相结合已经成为他们科研工作的有力工具。

西安交通大学化工系刘永忠教授是最早将 COMSOL Multiphysics 软件引入国内化学工程领域的教学和科研工作的倡导者之一,他认为“化学工程领域的过程与现象涉及多种物理场作用下的动量、能量、质量传递过程与化学反应过程的高度耦合。目前,数学模型和数值模拟已经成为大学生和研究生掌握传递过程和反应工程基本原理,进行过程和现象机理分析不可或缺的重要手段之一。同样,教学和研究人员的的相关科研工作也日益依赖于数值仿真。而 COMSOL Multiphysics 软件丰富、前沿的模型库和友好的操作界面为实现涉及‘三传一反’的复杂过程数学模型与数值仿真提供了直观的、易于扩展的、高精度的数值仿真平台。”

中山大学黄智恒博士在英国时已经对 COMSOL Multiphysics 在大学教学中的应用颇有体会,回国后积极倡导在本科生教学中应用数值模拟与实验相结合的手段,“COMSOL Multiphysics 为材料研究者提供了一个通用的、灵活的、可控的模拟平台,辅以用户针对某一特定领域而开发的模块,它可以在材料的制备工艺、微结构及性能的辅助设计方面占有一席之地。在本学期《计算机在材料科学中的应用》课程中,我已经开始向本科生介绍 COMSOL 这种多重物理现象耦合模拟的思路和方法。”

COMSOL Multiphysics 目前正在开展第二期的高校合作计划,第一期的高校合作计划已经有非常多优秀的高校院系从中获益。西北工业大学高性能计算机研究与发展中心钟诚文教授说:“作为我校高性能计算研究与发展中心所引入的、丰富的 CAE 软件之一,COMSOL Multiphysics 已经在我校重大科研项目基础研究中起到了关键作用,并帮助有关国家重点实验室培养了科研梯队人才。”

鉴于目前市面上,COMSOL Multiphysics 软件的中文学习资料较少,随着国内用户的不断增加,为了更快、更深的学习和掌握软件的使用,希望拥有一本全面、深入介绍 COMSOL Multiphysics 软件的中文教程的用户也越来越多。该书根据广大 COMSOL Multiphysics 用户的需求进行编写,对软件的基本操作以及用户经常碰到的疑难问题进行了详细介绍和解答,是一本实用性较强的中文教程。

本书主要分为两篇,第一篇以软件解题思路作为主线,并举例讲解软件的基础知识及基本操作,主要介绍了 COMSOL Multiphysics 的各种接口,经常使用的各种变量,以及软件使用的单位系统,并对 COMSOL Multiphysics 功能最为强大、也是最难掌握的弱形式进行了详细的分析和讲解,帮助用户快速灵活地掌握软件的使用。第二篇以软件使用技巧和经验作为主

要内容,对广大用户在使用软件的过程中经常遇到的问题作出解答,不仅使用户能快速地解决碰到的问题,还能使用户掌握软件的一些处理技巧。

希望本书的出版能更好地帮助大家学习 COMSOL Multiphysics 软件,以便解决更多前沿的学术问题,从而促进更先进的技术创新。

本书的编写得到中仿科技公司的大力支持,这里特别感谢周少林、蒙茂洲、鲍伟、盛卫心等人的热心帮助。

限于编者的学识水平和能力,书中不妥和错误之处,敬请读者指正。

**编者**

**2009.6**

# 目 录

## 导 读

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| 一、数值模拟综述 .....                | 3 |
| 二、CAE 技术在工程分析、科研、教学中的应用 ..... | 3 |
| 三、有限元的未来是多物理场 .....           | 4 |

## 第一篇 基础操作指南

|                                             |    |
|---------------------------------------------|----|
| <b>第一章 COMSOL Multiphysics 简介</b> .....     | 9  |
| 1.1 什么是 Multiphysics? .....                 | 10 |
| 1.2 COMSOL Multiphysics 分析功能及应用领域 .....     | 10 |
| 1.3 硬件要求和操作系统平台 .....                       | 12 |
| 1.4 COMSOL Multiphysics 3.5a 介绍 .....       | 16 |
| 1.5 COMSOL Multiphysics 的学习方法 .....         | 20 |
| <b>第二章 COMSOL Multiphysics 简明安装指南</b> ..... | 23 |
| 2.1 Windows 单机版安装说明 .....                   | 23 |
| 2.2 Windows 网络版安装说明 .....                   | 23 |
| <b>第三章 COMSOL Multiphysics 帮助文档</b> .....   | 25 |
| 3.1 帮助文档分类 .....                            | 25 |
| 3.2 帮助文档的内容 .....                           | 25 |
| 3.3 如何使用帮助文档 .....                          | 26 |
| <b>第四章 COMSOL Multiphysics 建模与分析</b> .....  | 28 |
| 4.1 文件系统介绍 .....                            | 28 |
| 4.2 单位系统 .....                              | 29 |
| 4.3 基于 COMSOL Multiphysics 的多物理场建模策略 .....  | 31 |
| 4.4 CAD 建模与 CAD 外部接口 .....                  | 34 |
| 4.5 网格剖分及 Mesh 外部接口 .....                   | 37 |
| 4.6 COMSOL Multiphysics 的常用变量 .....         | 46 |
| 4.7 COMSOL Multiphysics 的求解器 .....          | 55 |
| 4.8 注意事项 .....                              | 58 |
| 4.9 后处理 .....                               | 59 |
| <b>第五章 COMSOL Multiphysics 操作界面说明</b> ..... | 61 |
| 5.1 2D 图形操作界面 .....                         | 61 |

|            |                                  |            |
|------------|----------------------------------|------------|
| 5.2        | 编辑 Edit .....                    | 61         |
| 5.3        | 选项菜单 Options .....               | 62         |
| 5.4        | 绘图 Draw .....                    | 63         |
| 5.5        | 物理 Physics .....                 | 65         |
| 5.6        | 网格剖分 Mesh .....                  | 66         |
| 5.7        | 求解 Solve .....                   | 68         |
| 5.8        | 后处理 Postprocessing .....         | 68         |
| 5.9        | 多物理场 Multiphysics .....          | 69         |
| 5.10       | 3D 图形操作界面 .....                  | 69         |
| <b>第六章</b> | <b>案例 .....</b>                  | <b>71</b>  |
| 6.1        | 寻找最小曲面.....                      | 71         |
| 6.2        | 计算混合器的效率.....                    | 77         |
| 6.3        | 计算电热耦合问题.....                    | 80         |
| <b>第七章</b> | <b>弱解形式入门 .....</b>              | <b>90</b>  |
| 7.1        | 弹性静力学 PDE 及其弹性能量方程 .....         | 90         |
| 7.2        | 静态电流传导和能量的生成.....                | 92         |
| 7.3        | 传热 PDE 方程和能量形式 .....             | 92         |
| 7.4        | 泛函极小值.....                       | 93         |
| 7.5        | 弹性静力学问题变分.....                   | 94         |
| 7.6        | 弱形式.....                         | 96         |
| 7.7        | COMSOL Multiphysics 的弱形式用法 ..... | 98         |
| 7.8        | 有限元方法 .....                      | 102        |
| 7.9        | 抽象和几何解释 .....                    | 103        |
| 7.10       | 弱解的应用.....                       | 105        |
| <b>第八章</b> | <b>本篇小结.....</b>                 | <b>108</b> |

## 第二篇 常见问题及解答

|            |                                                                                       |            |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>第一章</b> | <b>安装类 .....</b>                                                                      | <b>111</b> |
| 1.1        | COMSOL Multiphysics 支持 Mac Intel 平台吗? .....                                           | 111        |
| 1.2        | 安装时出现错误信息:“发生致命异常,程序将退出”,或“不合要求的链接”,或“致命错误”。 .....                                    | 111        |
| 1.3        | 插入安装 DVD 时系统重启或出现蓝屏。 .....                                                            | 112        |
| 1.4        | 如何获取一个 Flexlm 的 Hostid? .....                                                         | 112        |
| 1.5        | 当授权管理器在一台有防火墙的计算机上运行,且客户端在防火墙外,客户端程序显示信息“License error-96”或“License error -15”。 ..... | 114        |
| 1.6        | COMSOL Multiphysics 盾授权支持 Windows 平台,如何进行操作? .....                                    | 114        |
| 1.7        | 无法启动 COMSOL Multiphysics ,得到授权错误信息。 .....                                             | 114        |
| 1.8        | 错误信息:License error-15 Cannot connect to license server system .....                   | 115        |
| 1.9        | 单机版(NSL)报错 .....                                                                      | 116        |

|            |                                                                                                                                               |     |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.10       | 如何借用浮动版(floating network license )的授权码? .....                                                                                                 | 117 |
| 1.11       | 如何同时更新 3.4 和 3.5 的 COMSOL Multiphysics 授权管理器? .....                                                                                           | 119 |
| 1.12       | 授权管理器版本在 Windows Vista 和 Windows Server 2008 上无法<br>安装成自动服务的形式。 .....                                                                         | 119 |
| 1.13       | 一台有 COMSOL Multiphysics 的 NSL/CPU 授权的 PC/Windows 或<br>Macintosh 计算机,COMSOL 授权文件被锁定到一张网卡上。程序有<br>时候运行正常,但有时候当启动程序时出现错误信息“License Error”。 ..... | 120 |
| 1.14       | FLEXnet 授权错误: - 103。 .....                                                                                                                    | 121 |
| 1.15       | 在 64 位 Windows Vista 上安装 COMSOL Multiphysics 无法安装<br>SolidWorks 双向接口插件。 .....                                                                 | 122 |
| 1.16       | 在 SuSE Linux 10.3 或 Fedora Core 8 上启动 COMSOL 时出现错误<br>提示。 .....                                                                               | 122 |
| 1.17       | 在 Sun 上启动 lmgrd 时,出现错误信息。 .....                                                                                                               | 122 |
| 1.18       | COMSOL Multiphysics 如何与 MATLAB 连接安装? .....                                                                                                    | 123 |
| 1.19       | 在 32 位 Debian Linux 3.1 上启动 COMSOL 3.4 with MATLAB<br>2007a 或 MATLAB 2007b 时,出现错误。 .....                                                      | 123 |
| 1.20       | 启动 COMSOL with MATLAB 2007b 时,MATLAB 和 COMSOL<br>Multiphysics 用户界面都没有出现。 .....                                                                | 123 |
| 1.21       | 如何让多核同时算一个模型呢? .....                                                                                                                          | 124 |
| 1.22       | 显卡问题疑难解答 .....                                                                                                                                | 124 |
| <b>第二章</b> | <b>前处理类</b> .....                                                                                                                             | 127 |
| 2.1        | 什么是几何层? .....                                                                                                                                 | 127 |
| 2.2        | 如何导入图片? .....                                                                                                                                 | 127 |
| 2.3        | 如何通过 MRI 构建几何模型? .....                                                                                                                        | 128 |
| 2.4        | 如何创建如弹簧的螺旋结构? .....                                                                                                                           | 128 |
| 2.5        | 导入 DXF 文件时出现错误? .....                                                                                                                         | 128 |
| 2.6        | 导入的 CAD 模型的区域不连续怎么办? .....                                                                                                                    | 128 |
| 2.7        | 错误信息:“Internal Error in Geometry Decomposition”? .....                                                                                        | 128 |
| 2.8        | 如何根据已知的函数图形建模? .....                                                                                                                          | 129 |
| 2.9        | 为什么在 Geom2 中画出一个圆,拉伸到 Geom1 后得到的不是圆柱,<br>而是一个立方体? .....                                                                                       | 130 |
| 2.10       | COMSOL Multiphysics 有极坐标、球坐标和柱坐标吗? 如何定义它们? .....                                                                                              | 130 |
| 2.11       | 为什么镜像的图形与输入的镜像向量相差 90°? .....                                                                                                                 | 131 |
| 2.12       | 如何得到单元的体积? .....                                                                                                                              | 131 |
| 2.13       | 请问怎么才能使用命令行的形式与图形用户接口进行交互建模? .....                                                                                                            | 131 |
| 2.14       | 网格形状能转换吗? .....                                                                                                                               | 131 |
| 2.15       | 如何细化特定区域的网格? .....                                                                                                                            | 132 |
| 2.16       | 狭长或者扁平几何体网格剖分失败? .....                                                                                                                        | 132 |
| 2.17       | 如何定义和使用单元类型? .....                                                                                                                            | 133 |
| 2.18       | 为何产生网格与后处理时,有时图形无法正确显示? .....                                                                                                                 | 134 |

|            |                                                                            |     |
|------------|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.19       | 为何 gui 函数无法调用 geom 函数? .....                                               | 134 |
| 2.20       | 如何调整网格尺寸的参数? .....                                                         | 134 |
| <b>第三章</b> | <b>应用类之电磁</b> .....                                                        | 136 |
| 3.1        | 如何定义入射波的方向? .....                                                          | 136 |
| 3.2        | 如何定义接触阻抗? .....                                                            | 136 |
| 3.3        | 如何模拟一个自由空间的静电或静磁问题? .....                                                  | 138 |
| 3.4        | 如何模拟非线性磁性材料? 如何引入实验 B-H 曲线? .....                                          | 139 |
| 3.5        | 时谐分析中如何定义电磁波? .....                                                        | 140 |
| 3.6        | 如何模拟有集肤效应的多匝载流圆环或圆柱线圈? 当电流密度在空间中自由分布时,如何定义可使每匝总电流固定? .....                 | 141 |
| 3.7        | 当集肤深度远大于线圈截面时,如何模拟通直流电或低频交流电的多匝载流线圈? 能否改变线圈的匝数? .....                      | 142 |
| 3.8        | 如何模拟通电导线? .....                                                            | 142 |
| 3.9        | 如何模拟无法用表达式描述的复杂线圈? .....                                                   | 143 |
| 3.10       | 端口和向内电流这两个边界条件有何区别? .....                                                  | 143 |
| 3.11       | 使用时谐应用模式解决电磁问题时,如何引入增益或损耗材料? .....                                         | 143 |
| 3.12       | 如何计算磁力? .....                                                              | 143 |
| 3.13       | 模型由多个导体组成,如何计算该多导体的电容矩阵? .....                                             | 144 |
| 3.14       | 高频分析中如何设置本征值分析的周期性边界条件? .....                                              | 145 |
| 3.15       | RF 模块中时谐传播应用模式和散射谐波传播应用模式有何区别? .....                                       | 145 |
| 3.16       | 如何分析 TEM 模式? .....                                                         | 145 |
| 3.17       | 想在 RF 模块的平面 TM 波应用模式中嵌入一个完美电导体,但这一边界条件仅在外边界可用。这是为什么?如何将内部边界转换为完美电导体? ..... | 146 |
| 3.18       | 如何处理左手材料? .....                                                            | 147 |
| 3.19       | COMSOL Multiphysics 能模拟光场能量分布吗? .....                                      | 147 |
| 3.20       | 如何模拟带隙光子晶体光纤? .....                                                        | 148 |
| 3.21       | 如何增加 3D 电磁场计算的收敛性? .....                                                   | 148 |
| 3.22       | 在 RF 模块计算本征模式时,怎样解决奇异矩阵问题? .....                                           | 148 |
| 3.23       | 为什么在金属中的电流很奇怪? 如何才能得到高频下接近真实情况的解? .....                                    | 148 |
| 3.24       | 时域公式求解电磁场问题时,电场的两阶偏导为什么为零? .....                                           | 150 |
| <b>第四章</b> | <b>应用类之声学</b> .....                                                        | 151 |
| 4.1        | 如何定义一个高斯波? 各项系数的含义是什么? .....                                               | 151 |
| 4.2        | 声波入射一块金属板后将发生反射,如何求解反射相位? .....                                            | 152 |
| 4.3        | 如何模拟运动物体的散射场? .....                                                        | 152 |
| <b>第五章</b> | <b>应用类之结构力学</b> .....                                                      | 153 |
| 5.1        | 在结构力学建模时,什么情况下用局部坐标系统? .....                                               | 153 |
| 5.2        | 如何进行压电陶瓷的疲劳性能分析? .....                                                     | 153 |
| 5.3        | 处理弹塑性问题需要用到非关联法则,COMSOL 能否实现? .....                                        | 153 |
| 5.4        | 如何模拟喷涂过程? .....                                                            | 154 |

第六章 应用类之流体力学..... 155

6.1 流体计算中,入口速度设置为  $4 * U_{max} * s * (1-s)$ ,代表什么意思? ..... 155

6.2 COMSOL Multiphysics 能模拟水流的轨迹吗? 例如将水从高处的杯子倒入低处的杯子,模拟水的流动轨迹? ..... 156

6.3 水平集方法可以用来跟踪相界面,例如上升气泡,它和流动体积法 (VOF)之间有什么差异? Lagrangian 方法呢? ..... 156

6.4 能否在同一边界上既约束流速,又约束压力? ..... 156

6.5 为什么得到的浓度是负值? ..... 157

第七章 应用类之传热..... 159

7.1 如何模拟物料加热? ..... 159

7.2 如何模拟材料烧结过程? ..... 159

7.3 如何通过 COMSOL Multiphysics 计算散热面积? ..... 159

第八章 应用类之其他..... 160

8.1 哪里可以找到关于 COMSOL Multiphysics 中基于方程的有限元分析理论背景的参考文献? ..... 160

8.2 COMSOL Multiphysics 中自由度(DOF) 是什么意思? ..... 160

8.3 在 COMSOL Multiphysics 模型中可以进行最优化模拟吗? ..... 161

8.4 如何消除某个变量的量纲? ..... 161

8.5 方程式系统的修改 ..... 161

8.6 为何修改方程式系统后无法进行求解域设定? ..... 162

8.7 描述内部边界条件的方程的下标怎样与和边界相连的两个区域对应? ..... 162

8.8 如何分段设定边界值? ..... 163

8.9 如何模拟反应方程式随条件变化的化学反应? ..... 163

8.10 一致对和接触对有何区别? ..... 163

8.11 怎样将模型设置为透明? ..... 163

8.12 如何设定平滑函数..... 163

8.13 得到了描述材料性质的数据表,如何在 COMSOL Multiphysics 中对这些数据表进行插值? ..... 165

8.14 如何在 .m 文件中实现“更新求解”? ..... 166

8.15 如何在命令行中使用耦合变量,例如创建周期边界条件或者在脚本中使用积分约束? ..... 166

8.16 如何通过脚本得到某个求解域内的最大值? ..... 175

8.17 如何得到满足特定条件的节点坐标? ..... 175

8.18 如何对某点的变量值实现停止计算? ..... 176

第九章 求解..... 177

9.1 标量表达式和标量变量有什么不同? ..... 177

9.2 如何实现常微分方程(ODEs)、代数方程和超越方程的求解? ..... 178

9.3 在瞬态模型中如何对时间进行积分? 如何计算空间积分? ..... 178

9.4 在 1D 中如何求解方程  $\text{div}(\text{grad } u) = 0$  ..... 179

9.5 如何求解高于 2 阶的 PDE ..... 180

|            |                                                                            |            |
|------------|----------------------------------------------------------------------------|------------|
| 9.6        | 能否在轴对称模式中求解 PDE?                                                           | 180        |
| 9.7        | 怎样对瞬态或特征值问题进行参数化求解?                                                        | 180        |
| 9.8        | 如何选择求解器?                                                                   | 180        |
| 9.9        | 如何确定时间步长?                                                                  | 180        |
| 9.10       | 瞬态问题中,什么是相对和绝对容差(Rtol 和 Atol)?                                             | 180        |
| 9.11       | 在什么情况下使用“重置模型”选项?                                                          | 181        |
| 9.12       | 如何提高 ALE 和参数化几何的收敛性?                                                       | 181        |
| 9.13       | COMSOL Multiphysics 3.3a 中运行良好的瞬态模型,在 3.4 版本<br>中出现错误信息?                   | 183        |
| 9.14       | 错误信息“奇异矩阵”意思是什么?                                                           | 183        |
| 9.15       | 怎么总是到装配就不动了?                                                               | 184        |
| 9.16       | 如何处理内存不足的问题?                                                               | 184        |
| 9.17       | 对于参数值、本征值或瞬态分析,怎样得到和参数值、本征值或时间<br>相关的解?                                    | 187        |
| 9.18       | 如何利用周期性边界条件简化模型?                                                           | 187        |
| 9.19       | 两个相邻边界上具有相反的通量,是怎么回事?                                                      | 187        |
| 9.20       | 在结构力学的本征频率分析中,尺寸微米量级的模型为什么<br>得到米量级的变形?                                    | 188        |
| 9.21       | 当求解类似于扩散问题时,在使用绝缘/对称条件的边界上,有些变<br>量的法向通量积分值与零差别很大。为什么绝缘边界条件会产生<br>很大的有效通量? | 188        |
| 9.22       | 能增加自己的算法吗?                                                                 | 189        |
| 9.23       | 是否可以运行不同系统下生成的 COMSOL 模型文件?                                                | 189        |
| <b>第十章</b> | <b>后处理</b>                                                                 | <b>190</b> |
| 10.1       | 如何在切面、2D 表面、等值面以及自定义边界上显示等值线?                                              | 190        |
| 10.2       | 可以显示任意角度的切片图吗? 比如,切面不平行于坐标平面,甚至<br>改变切面形状?                                 | 191        |
| 10.3       | 怎样得到模型应变前后节点的坐标位置?                                                         | 191        |
| 10.4       | 如何对任意截面进行积分?                                                               | 191        |
| 10.5       | 如何对某些特定线段进行线积分?                                                            | 191        |
| 10.6       | 怎样将两次计算的结果组合起来?                                                            | 192        |
| 10.7       | 如何提取模型的刚度矩阵?                                                               | 192        |
| 10.8       | 如何显示更精确的结果?                                                                | 193        |
| 10.9       | 如何从 2D 轴对称的结果得到 3D 结果图?                                                    | 193        |
| 10.10      | COMSOL Multiphysics 中如何同时显示求解结果和网格?                                        | 193        |
| 10.11      | 在轴对称(2D)应用模式下使用粒子追踪功能时,常常得到非预期的结果。                                         | 194        |
| 10.12      | 如何计算 2D 模型中等值线所包含区域的面积?                                                    | 194        |
| 10.13      | 如何提取结果数据?                                                                  | 194        |
| 10.14      | 能否只保存某段特定时间的数据?                                                            | 196        |
| 10.15      | 如何输出 S 参数?                                                                 | 196        |

|             |                                                                                                                 |            |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 10.16       | 在后处理播放动画时,COMSOL Multiphysics 窗口会自动关闭。如何解决这个问题? .....                                                           | 197        |
| <b>第十一章</b> | <b>常见错误信息</b> .....                                                                                             | <b>198</b> |
| 11.1        | 错误信息: java: xcb_xlib.c:52: xcb_xlib_unlock: Assertion 'c. - > xlib.lock' failed. ....                           | 198        |
| 11.2        | 错误信息: Unsatisfied Link Error: libfldynload.so: libstdc++.so.6: cannot handle TLS data. ....                     | 198        |
| 11.3        | 错误信息: Failed to find a solution: No convergence. ... ..                                                         | 199        |
| 11.4        | 错误信息: “Error 7067, System matrix is zero”,怎么产生的? .....                                                          | 200        |
| 11.5        | 错误提示信息: “No convergence, even when using the minimum damping factor”,或“NaN repeatedly found in solution”。 ..... | 200        |
| <b>第十二章</b> | <b>本篇小结</b> .....                                                                                               | <b>201</b> |

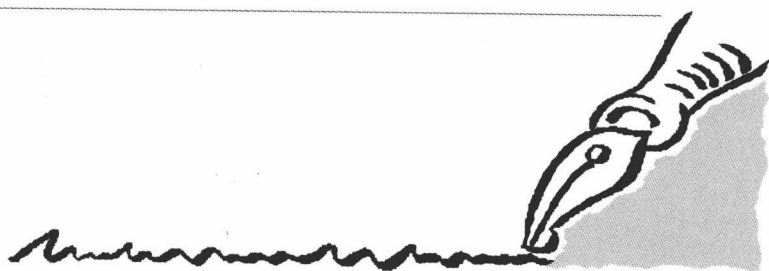
## 附 录

|              |                                                      |            |
|--------------|------------------------------------------------------|------------|
| <b>附录 I</b>  | <b>Simwe 中国仿真互动与 COMSOL Multiphysics 中文网简介</b> ..... | <b>205</b> |
| 附录 I.1       | Simwe 中国仿真互动 .....                                   | 205        |
| 附录 I.2       | COMSOL 中文网 .....                                     | 205        |
| 附录 I.3       | 中仿播客网 .....                                          | 205        |
| <b>附录 II</b> | <b>COMSOL Multiphysics 3.5a 模型库案例清单</b> .....        | <b>206</b> |
| <b>参考文献</b>  | .....                                                | <b>233</b> |

---

# 导 读

---





# 一、数值模拟综述

数值模拟技术诞生于 1953 年, Bruce, G. H. 和 Peaceman, D. W. 模拟了一维气相不稳定径向和线性流。当时受计算机处理能力及解法的限制, 数值模拟技术只是初步应用于解一维问题。随着计算机技术和计算方法的发展, 复杂的工程问题可以采用离散化的数值计算方法并借助计算机得到满足工程要求的数值解, 数值模拟技术成为现代工程学形成和发展的重要动力之一。

计算机模拟作为数据模拟最常用的一种手段, 是一种以电子计算机为工具, 研究并解决数值计算问题的方法, 它通过数值计算和图像显示, 解决工程和物理问题。数值模拟可理解为用计算机来做实验, 通常包含以下几个步骤:

## (1) 建立反映问题本质的数学模型

建立反映问题中各物理量之间关系的微分方程及其相应的定解条件。这是数值模拟的出发点, 比如牛顿型流体流动的数学模型就是著名的纳维—斯托克斯方程及其相应的定解条件。

## (2) 求解模型

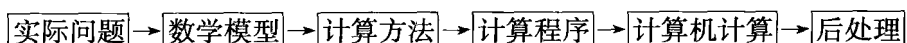
这需要高效、高准确度的计算方法。

## (3) 编制程序, 并进行计算

实践表明, 这一部分工作是整个工作的主体, 占据整个工程的绝大部分时间。随着软件技术的发展, 出现了应用于各领域的商业软件, 运用这些软件使得这部分工作得到了大大地简化, 缩短了模拟过程的周期。

在计算工作完成后, 需要处理大量的计算数据, 例如将数据转换成图形, 形象地显示出计算结果, 这也是一项十分重要的工作。

通过上述的描述, 用数值模拟方法解决科学计算问题的一般过程可以用如下流程来形象地描述:



# 二、CAE 技术在工程分析、科研、教学中的应用

对于复杂的工程问题, 人们都希望能在产品生产以前对设计方案进行精确的实验、分析和论证, 这些工作需要借助上述介绍的数值模拟方法并通过计算机来实现, 这就是计算机辅助工程, 即 CAE (Computer Aided Engineering)。在所有工程领域中, 模拟科学现象已迅速地成为设计和优化过程中不可或缺的一个部分。因此, CAE 模拟工具是工程分析、科研和教学中不可或缺的有利工具, 为科技和经济的发展起到了极大的推动作用。

CAE 的应用范围非常广泛, 从纳米应用技术到航空航天技术, 已经覆盖了机械、汽车、土木、建筑、航空航天、水利、电力、电子和石油化工等各个工程和科研领域。如科学家使用 COMSOL Multiphysics 进行计算机模拟, 获得了世界上第一个隐形斗篷的模型, 使得出现在科幻小说中的梦想成为现实(图 0-1)。该研究被《Science》杂志评为 2006 年的科学突破。

再如, 欧洲最大的航空公司——空中客车采购了 100 套 COMSOL Multiphysics 软件, 用

于新产品的开发以保证其在航空领域的领先地位,其中一个项目即是研究如何应用摩擦搅拌的焊接技术来降低制造成本,在 COMSOL Multiphysics 的辅助下,摩擦搅拌焊接(FSW)已广泛应用于航空工业之中(图 0-2)。

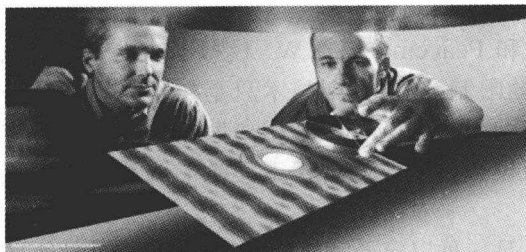


图 0-1 来自于北卡罗来纳州达拉莫杜克大学的科学家 Steve Cummer(左)和 David Schurig(右)正在研究隐形材料



图 0-2 针销搅拌产热、塑化材料实现焊接(摩擦搅拌焊接中,轴肩放置在金属的表面,经由摩擦产生热)

在教育方面,CAE 技术的引入使得学员能更深入地理解科学现象。COMSOL Multiphysics 在高等教育中的应用得到了广泛的开展,并且已成为重要的教学工具,教授们开始使用模拟软件来帮助学生们理解真实世界中一些关键公式的本质。如西雅图华盛顿大学化学工程系的 Bruce Finlayson 教授为学生们提供了一份关于微流的有效专利文件,让他们使用 COMSOL Multiphysics 模拟和解释这些专利中的概念和公式,从而激发他们去深入研究。

另一个例子是美国密歇根大学的 Scott Folger 教授在化工反应课程中引入偏微分方程(PDE)进行仿真。他深信数学模拟的作用,编写了一套管式反应器的课堂练习,并发表在他的《化工反应原理》(《Elements of Chemical Reaction Engineering》)一书的第四版中。

工程师很大程度上依靠数学工具来更加迅速和有效地设计及优化系统和工艺过程。年轻的工程师不仅需要知道如何建立和验证模型,还要能使用工具来开拓想象力和开发新技术。瑞典皇家工学院从 20 世纪 90 年代开始使用 COMSOL Multiphysics 软件,通过购买 16 000 个以上的授权,使该校教师、研究人员以及学生充分运用 COMSOL Multiphysics 开展各科学领域的教学与研究工作。

### 三、有限元的未来是多物理场

随着计算机技术的迅速发展,在工程领域中,有限元分析(FEA)越来越多地用于仿真模拟进而求解真实的工程问题。近些年来,越来越多的工程师、应用数学家和物理学家已经证明采用求解偏微分方程(PDE)的方法可以求解流动、电磁场以及结构力学等许多物理问题,有限元方法可用于将这些众所周知的数学方程转化为近似的数字式图像。

早期的有限元主要关注于某个专业领域,比如应力或疲劳。然而一般情况下,物理现象都不是单独存在的。例如,只要运动就会产生热,而热反过来又影响一些材料属性,如电导率、化学反应速率、流体黏性等。这种物理系统的耦合就是所谓的多物理场,分析起来比单独分析一个物理场要复杂得多。很明显,我们现在需要一个多物理场分析工具。

在 20 世纪 90 年代以前,由于计算机资源的缺乏,多物理场模拟仅停留在理论阶段,有限元建模也局限于对单个物理场的模拟,最常见的是对力学、传热、流体以及电磁场的模拟。