高中会考复习丛书

高中数学
会考指南

窦永鑫 主编

气象出版社

高中数学会考指南

主　编　　窦永鑫
编　委　　于启晖　朱吉发
　　　　　冯燮高　洪贵卿

气象出版社

（京）新登字046号

内 容 简 介

全书共分13章，包括高中数学的全部内容。每章分知识要点、例题解释 练习题三部分，并附有三套综合检测题及各章练习题的答案和提示。例题是围绕如何加深对知识要点的理解及运用这些知识要点解题的技巧和方法选编的。习题注重基础，突出重点，覆盖面大，确保双基的落实。

高中数学会考指南

主　编　窦永鑫

编　委　于启晖　朱吉发

冯燮高　洪贵卿

责任编辑：徐　昭　　终审：周诗健

封面设计：黄　健　　责任技编：都　平　　责任校对：王　旭

*

气象出版社出版

（北京西郊白石桥路46号）

北京市燕山联营印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行　全国各地新华书店经销

*

开本：787×1092　1/32　印张：14.375　字数：317千字

1993年4月第一版　　1993年4月第一次印刷

印数：1—4800册　　定价：8.20元

ISBN 7-5029-1151-0/G·0215

序

当代中国中小学生的学习是很累很紧张的，因为特级教师、高级教师太少，教师队伍业务素质低，不能在课堂上解决问题，作业压得学生喘不过气来。其实，教书大有学问。教书是一门艺术。一位饱学之士或造诣很深的专家学者，未必是一个好教师。自己学懂了的人，不一定就能把别人教懂。所以，古人说教然后之困。

考试并不是检验学习成绩可靠办法。但是中外古今到目前为止，还未发明代替它的高招。所以，还得考。

优秀学生，不怕考试。对多数学生来说，考试的确是一道难关，必须认真对待。形成犯难而又自觉自愿地全力以赴地去闯关。

会考准备工作要系统进行，重在对全书、每章、每节真正弄懂。考试前默念一下，记不准的翻翻书。临场前要吃好睡好，保持清醒头脑。临场要冷静、轻松，不要紧张。往往一紧张，本来记得的也忘了。

《高中会考复习丛书》是北京一批重点中学教学经验丰富的特级教师、高级教师、中级教师编写的，针对性很强。帮助高中学生迎接会考肯定会发挥很大作用。同时对高中教学改革将做出应有贡献。是功德无量的大好事。我祝贺它的出版！并对这套书的编著者和有关人士表示衷心的感谢和敬意！

于北辰

1992年11月21日于北京

前　言

高中教学改革已在全国展开，基于新修订的高中必修课大纲，全国各大城市已陆续实行了会考制度。从明年起将在全国范围内实行会考制度，这是高中教学的重大改革。

如何适应中学教学改革的需要，快速掌握高中各科必修本教材及新大纲所要求的内容，顺利通过会考并取得高分，这是每个高中学生及高中教师十分关注的问题。《高中会考复习丛书》即根据此需要并以新大纲为基准应运而生。

本套丛书包括《高中数学会考指南》、《高中物理会考指南》、《高中化学会考指南》、《高中语文会考指南》、《高中英语会考指南》及《高中生物会考指南》等六本。

本套丛书的结构分为：知识要点、例题、习题、单元综合练习题及模拟试题。为了便于广大中学生复习使用、各章节顺序与必修本完全对应，全部习题均附有参考答案。知识要点既简明扼要又重点突出，例题典型并紧扣要点，习题新颖多变，覆盖面宽。

本套丛书由清华大学、清华大学附中、中国人民大学附中、北京九十四中学及甘肃工业大学附中等诸位长期从事高中教学的特、高、中级教师编写而成，是各位教师长期从事教学工作的结晶。

本套丛书的例题及习题集各位长期从事高中教学教师一手资料之大成并参阅了近年出版的大量复习书籍及部分省市会考资料。

本套丛书的蓝本曾在北京市及部分省市重点中学试用，收效显著并得到好评。

本套丛书对中学生系统学习高中各科知识要点，提高解题能力，增强临场应试能力，有重要的模拟指导作用。本套丛书既可作为高二毕业会考和高考前复习指导、又可作为高一、高二学生及教师的参考用书。

说　　明

本书根据人民教育出版社新修订的教材(必修本)编写。供高中数学教师及学生为准备参加高中数学会考复习而选用。

全书共分十三章，每章分三部分：Ⅰ、知识要点；Ⅱ、例题解释；Ⅲ、练习题。最后附三套综合检测题，可供全书学完后自测使用。

书中例题是为了加深对知识要点的理解及如何运用这些知识要点而编选的。对于易混，易错及解题时应注意的技巧和方法在〔注〕中作了扼要的说明。

书中练习题具有源于课本，注重基础，突出重点、难度适中，覆盖面大的特点。以确保双基的落实。

考虑到全书的系统，对选学内容（反三角函数、三角方程和参数方程极坐标）也作了简单总结，读者根据自己情况酌情选阅。

目　录

序
前言
说明
第一章　集合与函数……………………………………(1)
第二章　三角函数………………………………………(32)
第三章　三角函数的恒等变形…………………………(59)
第四章　反三角函数与三角方程………………………(81)
第五章　不等式…………………………………………(97)
第六章　数列，极限，数学归纳法……………………(131)
第七章　复数……………………………………………(156)
第八章　排列、组合和二项式定理……………………(185)
第九章　直线和平面……………………………………(211)
第十章　多面体、旋转体………………………………(236)
第十一章　直线…………………………………………(267)
第十二章　圆锥曲线……………………………………(287)
第十三章　参数方程、极坐标…………………………(322)
综合检测题（一）………………………………………(340)
综合检测题（二）………………………………………(343)
综合检测题（三）………………………………………(347)
答案与提示……………………………………………(351)

第一章　集合与函数

一、知识要点

（一）有关集合的概念

1．把具有某种属性的一些对象看成一个整体，便形成了一个集合。它是原始概念，只描述而不定义。“对象”叫做元素。

2．集合的分类

（1）有限集合。（2）无限集合。

3．集合的表示法

（1）列举法。（2）描述法。

4．集合元素的性质

（1）确定性。（2）互异性。

5．子集的定义：若集合A中的任何元素都属于集合B，则称集合A是集合B的子集。

6．两集合相等：两个集合A、B，若$A\subseteq B$，且$B\subseteq A$，则$A=B$。

7．规定ϕ是任何集合的子集

8．集合的运算：

（1）交　$A\cap B=\{x|x\in A且x\in B\}$

（2）并　$A\cup B=\{x|x\in A或x\in B\}$

（3）补　$\bar{A}=\{x|x\in I且x\notin A\}$

（二）映射与函数的有关概念

1．映射：一般地，设AB是两个集合，如果按照某种对

应法则f，对于集合A中的任何一个元素，在集合B中都有唯一的元素和它对应，这样的对应叫做从集合A到集合B的映射，记作f：$A \to B$。

集合A中的元素a对应的集合B中的元素b，b叫做a的象，a叫做b的原象。

2．函数：若集合A，B是非空数集，f是从集合A到集合B的一个对应法则，那么A到B的映射f：$A \to B$就叫做集合A到集合B的函数。记作：$y=f(x)$。

3．反函数：$y=f(x)$表示y是自变量x的函数，设它的定义域为A，值域为C，从式子$y=f(x)$解出x，得到式子$x=\varphi(y)$。如果对于y在C中的任何一个值，通过式子$x=\varphi(y)$，x在A中都有唯一确定的值和它对应，那么式子$x=\varphi(y)$就表示x是自变量y的函数。这样的函数$x=\varphi(y)$叫做$y=f(x)$的反函数。记作$x=f^{-1}(y)$，即$x=\varphi(g)=f^{-1}(y)$。但在习惯上我们一般用x表示自变量，用y表示函数，为此我们对调函数式$x=f^{-1}(y)$中的字母x，y，把它改写成$y=f^{-1}(x)$。

今后反函数都指的是这种改写以后的形式，即
$y=f^{-1}(x)$。

4．互为反函数的两个函数的图象关于直线$y=x$对称。

5．函数的性质

（1）单调性

设x_1，x_2是属于某一区间的任意两个自变量的值，当$x_1<x_2$时，都有$f(x_1)<f(x_2)$，那么就说$f(x)$在这个区间上是增函数。如果当$x_1<x_2$时，都有$f(x_1)>f(x_2)$，那么就说$f(x)$在这个区间上是减函数。

如果函数$y=f(x)$在某个区间上是增函数或是减函数，

就说$f(x)$在这一区间上具有(严格的)单调性。这一区间叫做$f(x)$的单调区间。

(2) 奇偶性

如果对于函数定义域内任意一个x，都有$f(-x)=-f(x)$，那么函数$f(x)$叫做奇函数。

如果对于函数定义域内任意一个x，都有$f(-x)=f(x)$，那么函数$f(x)$叫做偶函数。

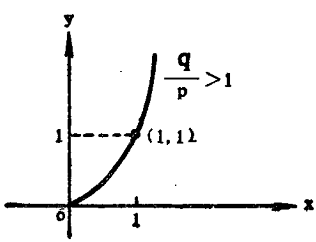
奇函数图象关于原点成中心对称图形，偶函数的图象关于y轴成轴对称图形。

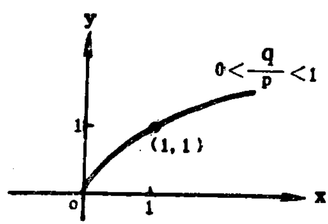
6。幂函数的图象与性质

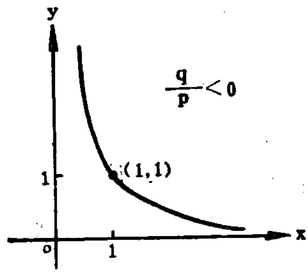
(1) 形如$y=x^n$的函数叫幂函数。其中$n\in Q$，因为有理数均可表示为分数形式，所以幂函数也可写成$y=x^{\frac{q}{p}}$(p。Q为互质的整数)。

(2) 图象与性质

(A) 当$\frac{q}{p}>0$时，图象过(0，0)，(1，1)两点，在一象限为增函数。当$\frac{q}{p}>1$时，图象为凹向递增；当$0<\frac{q}{p}<1$时，图象为凸向递增。





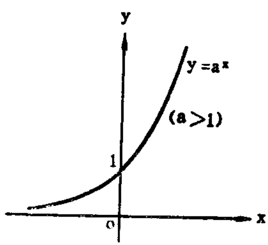
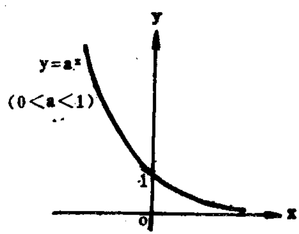


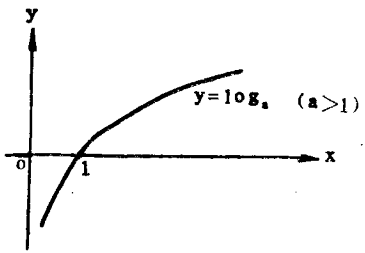
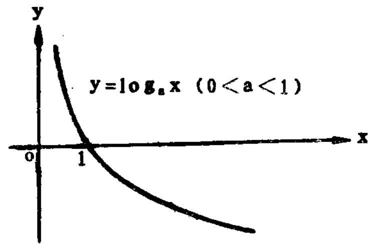
(B) 当 $\frac{q}{p}<0$时，图象过（1，1）点，在一象限为减函数。

(C) 当p为偶数时，仅在第一象限有图象。

(D) 当p为奇数时，若q为奇数图象关于原点对称；若q为偶数时图象关于y轴对称。

7．指数函数与对数函数的图象与性质

	$a>1$	$0<a<1$
图象		
性质	1．$y>0$ 2．过(0，1)点 3．$x>0$时$y>1$，$x<0$时$0<y<1$ 4．在R上是增函数	1．$y>0$ 2．过(0、1)点 3．$x>0$时$0<y<1$当$x<0$时$y>1$ 4．在R上是减函数

	$a>1$	$0<a<1$
图象		
性质	1. $x>0$ 2. 过定点(1，0) 3. 当$x>1$时$y>0$，当$0<x<1$时$y<0$ 4. 在(0，$+\infty$)上是增函数	1. $x>0$ 2. 过定点(1，0) 3. 当$x>1$时$y<0$当$0<x<1$时$y>0$ 4. 在(0，$+\infty$)上是减函数

二、例　题

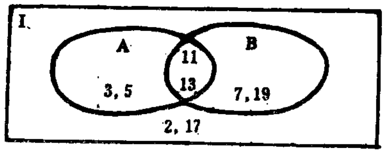
1．设全集 $I=\{x|x$是不大于20的质数$\}$，且 $A\cap\overline{B}=\{3,5\}$，$\overline{A}\cap B=\{7,9\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{2,17\}$，求集合$A$，$B$。

解：由题设可知 $I=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$，又$\overline{A}\cap B=\{7,9\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{2,17\}$，$A\cap\overline{B}=\{3,5\}$，

画韦恩图

$\therefore\quad A=\{3,5,11,13\}$

$B=\{7,11,13,19\}$



注：在进行集合的交、并、补运算时，要注意利用图形．

2．若$A=\{2,4,a^3-2a^2-a+7\}$，$B=\{1,\ a+1,\ a^2-2a$

$+2$，$-\frac{1}{2}(a^2-3a-8)$，$a^3+a^2+3a+7\}$，且$A\cap B=\{2,5\}$，求a值。

解：∵ $A\cap B=\{2,5\}$

∴ $a^3-2a^2-a+7=5\rightarrow a=\pm1$或$a=2$

（1）当$a=1$时，$B=\{1,2,1,5,12\}$

∵ 有两个元素均为1，不满足互异性，

∴ $a\neq1$

（2）当$a=-1$时，$B=\{1,0,5,2,4\}$，$A=\{2,4,5\}$，则$A\cap B=\{2,4,5\}$，与已知条件$A\cap B=\{2,5\}$矛盾

∴ $a\neq-1$

（3）当$a=2$时，$B=\{1,3,2,5,25\}$，$A=\{2,4,5\}$，则$A\cap B=\{2,5\}$

∴ $a=2$

3．已知集合$A=\{x\mid 4x^2-ax+b=0\}$，$B=\{x\mid 4x^2+(a+6)x+(b+1)=0\}$，且$A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，求$a$，$b$

解：∵ $A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ∴ $x=\frac{1}{2}$

$$\begin{cases}4\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}a+b=0\\4\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}(a+6)+(b+1)=0\end{cases}\longrightarrow$$

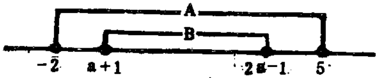
$$\rightarrow\begin{cases}2-a+2b=0\\10+a+2b=0\end{cases}$$

∴ $a=-4$，$b=-3$

4．已知$A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant5\}$，$B=\{x\mid a+1\leqslant x\leqslant 2a-1\}$当$a$为何值时，$A\supseteq B$

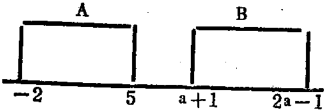
当a为何值时，$A\cap B=\phi$

解：(1) 若$A\supseteq B$

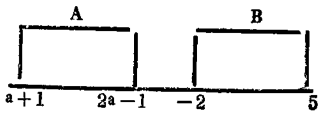


$$\therefore\quad\begin{cases}a+1\geqslant-2\\2a-1>a+1\\2a-1<5\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}a\geqslant-3\\a>2\\a\leqslant3\end{cases}\quad\therefore\quad 2<a\leqslant3$$

(2) 若$A\cap B=\phi$



或



$$\therefore\quad\begin{cases}a+1>5\\2a-1>a+1\end{cases}\qquad 或\begin{cases}2a-1<-2\\2a-1>a+1\end{cases}$$

$$\rightarrow\begin{cases}a>4\\a>2\end{cases}\qquad\qquad\begin{cases}a<-\dfrac{1}{2}\\a>2\end{cases}$$

$\rightarrow a>4$　　　　　　　　无解

$\therefore$ 当$2<a\leqslant3$时，$A\supseteq B$

当$a>4$时，$A\cap B=\phi$

5．求下列函数的定义域

(1) $y=\lg\left(x\log_{\frac{5}{3}}\dfrac{4}{5}\right)$　(2) $y=\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{3}x}}{\sqrt[3]{3x-1}}$

(3) $y=\dfrac{\log_{\frac{1}{5}}(x^2+x-2)}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{5}\right)^x-1}}$

解：(1) $x\log_{\frac{5}{3}}\dfrac{4}{5}>0$　$\because$ $\log_{\frac{5}{3}}\dfrac{4}{5}<0$

$\therefore$ $x<0$

$\therefore\quad y=\lg\left(x\log_{\frac{5}{3}}\frac{4}{5}\right)$的定义域是$\{x\mid x<0\}$

(2) $\begin{cases}1-\dfrac{2}{3}x\geqslant 0\\ 3x-1\neq 0\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}x\leqslant\dfrac{3}{2}\\ x\neq\dfrac{1}{3}\end{cases}$

$\therefore\quad y=\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{3}x}}{\sqrt[3]{3x-1}}$的定义域是$\{x\mid x\leqslant\dfrac{3}{2}$且$x\neq\dfrac{1}{3}\}$

(3) $\begin{cases}x^2+x-2>0\\ \left(\dfrac{1}{5}\right)^x-1>0\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}x<-2或x>1\\ x<0\end{cases}\rightarrow x<0$

$\therefore\quad y=\dfrac{\log_{\frac{1}{5}}(x^2+x-2)}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{5}\right)^x-1}}$定义域$\{x\mid x<0\}$

6．求函数$y=\log_5(x^2-2ax-3a^2)$ $(a\in R)$的定义域。

解：$x^2-2ax-3a^2>0\longrightarrow(x-3a)(x+a)>0$。

（1）当$a>0$时

$\therefore$ 定义域为$(-\infty,\ -a)\cup(3a,\ +\infty)$

（2）当$a<0$时

$\therefore$ 定义域为$(-\infty,\ 3a)\cup(-a,\ +\infty)$

（3）当$a=0$时，$x^2>0$

$\therefore$ 定义域为$x\in R$，且$x\neq 0$

注：当解析式中含有字母时，要注意对字母的讨论。

7．求下列各函数的值域

（1）$y=5-\sqrt{x^2-4}$　（2）$y=x+2\sqrt{1-x}-2$

(3) $y=\dfrac{x+7}{x+3}$　(4) $y=\dfrac{x^2+4x+3}{x^2+x-6}$

(5) $y=\dfrac{5}{x^2-4x+5}$

解：(1) ∵ $\sqrt{x^2-4}\geqslant 0$　∴ $y\leqslant 5-0$

∴ 值域为 $(-\infty, 5]$

注：此题观察出 $\sqrt{x^2-4}\geqslant 0$，进而得到 $y\leqslant 5$，因此观察法是求函数值域的一种基本方法。

(2) $y=x+2\sqrt{1-x}-2\longrightarrow y=-(1-x)+2\sqrt{1-x}-1\longrightarrow y=-(\sqrt{1-x}-1)^2\leqslant 0$

∴ 值域为 $(-\infty, 0]$

注：在求值域时配方的方法也经常使用。

(3) 求 $y=\dfrac{x+7}{x+3}$ 的反函数，得到 $y=\dfrac{7-3x}{x-1}$，

其定义域为 $x\in R$ 且 $x\neq 1$。

根据反函数的定义域就是原函数的值域。∴ 所求值域为 $y\in R$ 且 $y\neq 1$。

注：在一个函数有反函数的条件下，可用求反函数定义域的方法来确定原函数的值域。

(4) $y=\dfrac{x^2+4x+3}{x^2+x-6}\longrightarrow y=\dfrac{(x+3)(x+1)}{(x+3)(x-2)}\longrightarrow$

$y=\dfrac{x+1}{x-2}(x\neq -3)\longrightarrow xy-2y=x+1$

$(x\neq -3)\longrightarrow x=\dfrac{2y+1}{y-1}(x\neq -3)\longrightarrow y\neq 1$

再把 $x=-3$ 代入得 $-3=\dfrac{2y+1}{y-1}\longrightarrow$

$y=\dfrac{2}{5}$